

CALL

515

2.443

ACC. No. 1941

AUTHOR

TITLE

URDU STACKS
515
2.443
1941

No. URDU STACKS
CHECKED AT THE TIME



Maulana Azad Library ALIGARH MUSLIM UNIVERSITY

RULES:—

URDU STACKS

1. The book must be returned on the date stamped above.
2. A fine of Re. 1-00 per volume per day shall be charged for text-books and 10 Paise per volume per day for general books kept over - due.



ALGEBRA FOR SCHOOLS

BY

BARNARD SMITH, M. A.,

RECTOR OF GLASTON, RUTLAND, LATE FELLOW AND SENIOR BURSAR OF
ST. PETER'S COLLEGE, CAMBRIDGE.

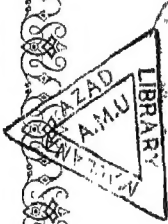
TRANSLATED INTO URDU,

BY

MUNSHI MAHAMMED ZAKA'UL-LAH,

HEAD MASTER, NORMAL SCHOOL, DELHI,

IN FURTHERANCE OF THE OBJECTS OF THE SCIENTIFIC
SOCIETIES OF ALLYGURH AND SUBA BEHAR.



جبر مقابلہ

مؤلفہ

برنرڈ اسمتھ صاحب ایم اے

مکتبوں کے لئے

جسکو

منشی محمد ذکاواللہ صاحب ہیڈ ماسٹر نارمل اسکول دہلی

نے

بتائید مقاصد

سین ٹیفک سوسائٹی علیگندہ و سین ٹیفک سوسائٹی صوبہ بہار

اُردو میں ترجمہ کیا

اور

بمقام دہلی مطبع مرتضوی میں باہتمام حاجی محمد عزیزالدین

کے مطبوع ہوا

سنہ ۱۸۷۱ ع

M.A.LIBRARY, A.M.U.



U1921

ALGEBRA FOR SCHOOLS

BY

BARNARD SMITH, M. A.,

RECTOR OF GLASTON, RUTLAND, LATE FELLOW AND SENIOR BURSAR OF
ST. PETER'S COLLEGE, CAMBRIDGE.

TRANSLATED INTO URDU.

BY

MUNSHI MAHAMMED ZAKA-UL-LAH,

HEAD MASTER, NORMAL SCHOOL, DELHI,

IN FURTHERANCE OF THE OBJECTS OF THE SCIENTIFIC
SOCIETIES OF ALLYGURH AND SUBA BEHAR.

جبر مقابلہ

موافقہ

پروفیسر اسمتھ صاحب ایم اے

مکتبوں کے لئے

جسکو

مفتی محمد ذکاء اللہ صاحب ہیڈ ماسٹر نارمل اسکول دہلی

نے

بتائید مقاصد

سین ٹیٹفک سوسائٹی علیگڈہ و سین ٹیٹفک سوسائٹی صوبہ بہار

اوردو میں ترجمہ کیا

اور

بمقام دہلی مطبع مرتضوی میں باہتمام حاجی محمد عزیز الدین

کے مطبوع ہوا

سنہ ۱۸۷۱ ع

جبر مقابلہ

حدود

(۱) جوشی قابلیت کمی یا بیشی کی رکھتی ہے اور سکولم ریاضی میں مقدار یا کمیت کہتی ہیں مثلاً رقم کا سرمایہ ایک مقدار ہے اسلئے کہ اس میں گھٹنی یا بیشی کی قابلیت ہے اور خط کسی طول کا اور وقت کا کوئی حصہ اور سطح کا کوئی قطعہ اور علی بن ابی القیاس ان سب میں سے ہر ایک ایک مقدار یا کمیت ہے (۲) پس جس علم میں ان مقداریں ریاضیہ کی تحقیقات بوساطت علامات عامہ یا حروف و نشانیوں کے ہوتی ہے اس کا نام جبر مقابلہ ہے

(۳) جن مقداریں کی قیمت معلوم یا معین ہو جاتی ہے اس کو اکثر اول حروف تہجی اور ب و ج وغیرہ سے تعبیر کرتے ہیں اور جن مقداریں کی قیمت مجهول یا غیر معین ہوتی ہے اس کو زیادہ تر آخر حروف تہجی لا و و ی وغیرہ سے تعبیر کرتے ہیں

(۴) یہ علامت + جمع کی چیز و مقداروں کی درمیان آتی ہے اور سی یہ مراد ہوتی ہے کہ وہ متعادل آئیں جبر ہونی چاہئیں مثلاً $a + b + c$ سی حاصل جمع اور $b + c$ اور a کا مرادی اگر a تعبیر ہو اور b تعبیر ہو اور c تعبیر ہو تو $a + b + c$ یعنی 4 کو کر لیا اگر کسی مقدار کی اول کوئی علامت نہ ہو تو وہ ان علامت + کی مقدار ہوتی ہے مثلاً $a - b + c$ اور $a + b - c$ اور $a - b - c$ تمام مقداریں کی اول علامت + کی ظاہر یا مقدر ہو اور کو مقداریں مثبتہ یا موجبہ کہتی ہیں

(۵) یہ علامت - نفی کی جب کسی مقدار کی اول لکھی جاتی ہے تو اس سے یہ مراد ہوتی ہے کہ اس مقدار کو تفریق کریں مثلاً $a - b$ سی وہ مقدار مراد ہے جو a میں سے b کی تفریق کرنی ہے حاصل ہوتا ہے اور $a + b - c$ سی یہ مراد ہے کہ $a + b$ میں سے c کو تفریق کریں اگر a سی 11 اور b سی 4 اور c سی 3 تعبیر ہوں تو $a - b$ سی 7 یعنی $11 - 4$ سی 7 اور $a + b - c$ سی 14 یعنی $11 + 4 - 3$ سی 12 تعبیر ہوئے گا اور $a + b + c$ سی 18 یعنی $11 + 4 + 3$ سی 18 تعبیر ہوئے گا

سی ۱۰+۸-۳ یعنی ۱۵ اور ۱-ب-سج-دسے یہ مراد ہے کہ اول زمین سی ب کو
تفریق کریں اور پھر اصل تفریق میں سی ج کو گھٹائیں اور بعد ازاں آخر باقی میں دو کم کریں
مثلاً اگر اسی ۲۰ اور ب سی ۱۱ ص ۱۲ اور دی ۱۰ التبعی ہوں تو ۱۰-ب-سج-دسے
۲۰-۱-سج-د یعنی ۳۵-۲-د یعنی ۳۵-۱۰ یعنی ۲۵
تبعی ہو مگر اور اگر اسی ۱۲ اور ب سی ۵ اور ص سی ۱۳ اور دی ۱۲ اور سی التبعی ہوتے ہوں تو
۱-ب-سج-د+د-تبعی ۱۲-۵-سج-د+د-ر یعنی ۴-سج-د+د-ر یعنی ۲+د-ر
یعنی ۲+۲-۲-ر یعنی ۶-۶ یعنی ۵ اور یہی انسی معلوم ہوتا ہے کہ ۱-ب-سج-د+د-ر
حاصل تفریق ۱۰ اور دی مجموعہ اور ب اور ج اور د کے مجموعہ کا تبعی کرتا ہے اب ہی یہ ظاہر معلوم
ہوتا ہے کہ حروف کی اول جو علامتیں لکھی ہوں اون پر خیال کرنا ایک امر ضروری ہے جن مفاد پر
کے اول علامت-کی ہوتی ہے اور انکو مفاد پر منفیہ یا سالبہ کہتی ہیں جب دو مقداروں میں
یہ بات نہ معلوم ہو کہ کونسی مقدار بڑی ہے اور کونسی چوٹی ہے تو انکی حاصل تفریق کو یہ علامت ہے
اونکی جو کچھ لکھ کر تبعی کرتی ہیں اور اوستی یہ مطلب ہوتا ہے کہ چوٹی مقدار بڑی مقدار میں
سی تفریق کی گئی ہے مثلاً اسب سی مراد ۱۰ اور ب کا حاصل تفریق یہی

(۶) جب اعداد پر علامات + اور - کا استعمال ہوتا ہے تو اونکی معنی میں فرق ہوتا ہے تو اوسکی
توضیح ہم کرتی ہیں جب یہ کہاجاتا ہے کہ فلان شخص پاس ۱۰۰ روپے ہیں لیکن ۲۰۰ روپے
قرض کی ہے دینی ہیں تو اسی مراد یہ ہوتی ہے کہ اس شخص پاس ۱۰۰ روپے ۱۰۰ روپے
یعنی ۲۰۰ روپے یعنی ۶۰۰ روپے ہی اور یہ جیسے کہاجاتا ہے کہ فلان شخص پاس ۱۰۰ روپے
میں اور ۱۰۰ روپے ادا رویتی ہیں تو اوستی یہ مراد ہوتی ہے کہ اس پاس ۱۰۰ روپے ۱۰۰ روپے
یعنی صغیر روپے یعنی کچھ نہیں ہے اور جیسے کہاجاتا ہے کہ ایک آدمی پاس ۱۰۰
روپے ہیں لیکن ۱۷۰ روپے قرض کے دینی ہیں تو اوستی پاس ۱۰۰-۱۰۰-۱۰۰ یعنی ۶۰۰
یعنی ۶۰۰ روپے ہیں جسکو یوں بیان کرتی ہیں کہ اس کے پاس کچھ نہیں ہے

بلکہ ایسی اوسکو ۶۰ روپیہ قرض کی دینی ہیں یعنی نہ ہونی سی ہی ۶۰ روپیہ کم ہیں اسلیں
کہ اگر اوسکی ساتھ کوئی شخص ۶۰ روپیہ کاسلوک کری تو وہ قرض کو ادا کر کے خالی ہاتھ چلا بیٹھ ہی گا
گو اوسکی دولت میں ۶۰ روپیہ بٹری گئے ہیں ایسی اوسکے پاس کچھ نہیں رہا اسلیں جیسی مثبت
اعداد صفری بڑی ہیں ویسی ہی منفی اعداد صفری کم ہیں جیسی صفری بائیں طرف اگے متواثر
اعداد واحد کے زیادہ ہونی سی مرتب ہوتے جاتی ہیں جیسی ۴ برابر ہی ۳ + ۳ + ۳ کے ویسی ہی
صفری دائیں طرف منفی اعداد واحد کی کم کرنے سی متواثر پیدا ہوتے جاتے ہیں جیسی ۴ برابر

جملہ + ۲ - ۵ کی قیمت - ۳ ہی وجہ اسکی یہی کہ اگر کسی شخص کے پلہ دو روپیہ ہوں اور ۵ روپیہ قرض کے دینی ہوں تو درحقیقت اوس پاس کچھ نہ ہوگا اور ۳ روپیہ قرض کے دینی رہینگے اور اسبطح ۲ - ۴ + ۱ برابر ہی - ۵ + ۱ - ۴ کے کیونکہ اوس پاس دو روپیہ تھی اور سات روپیہ قرض کے دینی تھی تو اسکو ۵ روپیہ قرض کے دینی رہینگے یعنی (۵ روپیہ اوس پاس ہونگے) اوپر اگر اسکو ایک روپیہ مل چکا تو وہ اپنی قرض کا ایک روپیہ کم کر سکتا ہی تو بچہ اسکو ۴ روپیہ قرض کے دینی رہینگے یعنی اوس پاس - ۴ روپیہ ہونگے

اسیے طریقہ استدلال سے ثابت ہو سکتا ہی کہ ۳ - ۸ برابر - ۱۱ کے ہے

(۷) علامت ضرب کی جن دو مقداروں کی درمیان میں لکھی جاتی ہے اوستی مراد پہنچتی ہے کہ وہ آپس میں ضرب دئی گئی ہیں اکثر علامت ضرب کو محذوف کر دیا کرتے ہیں اور اسکی جگہ نقطہ لگا دیتے ہیں بعضی اوقات دونوں اور نقطہ آرا دیتی ہیں مثلاً ب × ح اور ا ب ج اور ا ب ج ان سب کا ایک ہی مفہوم حاصل ضرب اور ب اور ح کا ہی اگر ا و کو اور ب کو اور ح کو تغیر کرتا ہے تو ہر جملہ مذکورہ کو تعبیر کریگا

(۸) علامت بن تقسیم کی جب دو مقداروں کی درمیان لکھی جائی تو اوستی مراد یہم ہوتی ہے کہ اول مقدار آخر مقدار پر تقسیم کی گئی ہے مثلاً $a \div b$ سی یہم مراد ہے کہ a تقسیم پر کیا گیا ہے

(۳) اگر ۱ = ا اور ب = ۲ اور ح = ۳ اور د = ۴ اور ر = ۰

۱ ب ح - ۵ ب ح د + ۴ ح د ر - ۱۰ ح ر

$$= ۱ \times ۲ \times ۳ - ۵ \times ۲ \times ۳ + ۴ \times ۳ \times ۴ - ۱۰ \times ۳ \times ۴ =$$

$$= ۱۲ - ۳۰ + ۴۸ - ۱۲۰ =$$

$$= ۱۲ - ۳۰ + ۴۸ - ۱۲۰ = ۱۲ - ۳۰ + ۴۸ - ۱۲۰ =$$

(۴) اگر ۱ = ا اور ب = ۲ اور ح = ۳ و د = ۴

$$\frac{۲ \times ۳}{۲} + \frac{۱ \times ۱۵}{۲ \times ۳} - \frac{۰ \times ۴}{۲} - \frac{۴ \times ۲}{۱} = \frac{۱۵}{۲} - \frac{۲}{۲} - \frac{۸}{۱} =$$

$$= \frac{۱۵}{۲} - ۱ - ۸ = \frac{۱۵}{۲} - ۹ =$$

(۵) اگر ۱ = ا اور ب = ۴ اور ح = ۴

$$\frac{۲}{۲+۴} + \frac{۱}{۲-۴} - \frac{۱}{۲-۴} + \frac{۱}{۲+۴} - \frac{۱۵}{۲+۴} =$$

$$= \frac{۲}{۶} + \frac{۱}{-۲} - \frac{۱}{-۲} + \frac{۱}{۶} - \frac{۱۵}{۶} =$$

$$= \frac{۲}{۶} + \frac{۱}{۶} - \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۶} - \frac{۱۵}{۶} =$$

$$= \frac{۲}{۶} + \frac{۱}{۶} + \frac{۱}{۶} - \frac{۱۵}{۶} = \frac{۲+۱+۱-۱۵}{۶} = \frac{-۱۱}{۶} =$$

(۶) اگر ۱ = ا اور ب = ۵

$$\{ (۱-۱۲) - ۱۲ + ۱۲ \} - (۱۲+۱۲) - ۱۲ + ۱۲ =$$

$$\{ (\frac{۱}{۵} - ۵ \times ۱۲) - \frac{۱}{۵} \times ۱۰ + ۵ \times ۱۲ \} - (\frac{۱}{۵} \times ۱۲ + ۵ \times ۱۲) - \frac{۱}{۵} \times ۱۲ + ۵ \times ۱۲ =$$

$$\{ (\frac{۱}{۵} - ۶۰) - \frac{۱۲}{۵} + ۶۰ \} - (\frac{۱۲}{۵} + ۶۰) - \frac{۱۲}{۵} + ۶۰ =$$

$$\{ (\frac{۹۹}{۵}) - \frac{۱۲}{۵} + ۶۰ \} - (\frac{۶۱}{۵}) - \frac{۱۲}{۵} + ۶۰ =$$

$$(\frac{۹۹}{۵}) - \frac{۶۱}{۵} - \frac{۱۲}{۵} + ۶۰ = (\frac{۱}{۵} + ۱۰) - \frac{۶۱}{۵} - \frac{۱۲}{۵} + ۶۰ =$$

$$\frac{۹۹}{۵} - \frac{۶۱}{۵} - \frac{۱۲}{۵} + ۶۰ = \frac{۹۹-۶۱-۱۲}{۵} + ۶۰ = \frac{۲۶}{۵} + ۶۰ =$$

مثالین مشق کی وسطی

حدود (۱) اگر $۱ = ۲ = ۳ = ۴ = ۵ = ۶ = ۷ = ۸ = ۹ = ۱۰$ تو عددی قیمتین ان جملوں کے دریافت کرو

$$(۱) ۱ + ۲ + ۳ + ۴ + ۵ + ۶ + ۷ + ۸ + ۹ + ۱۰$$

$$(۲) ۱۲ + ۱۳ - ۱۴ - ۱۵ + ۱۶ + ۱۷$$

$$(۳) ۱۸ + ۱۹ - ۲۰ - ۲۱ + ۲۲ + ۲۳$$

$$(۴) ۲۴ - ۲۵ + ۲۶ - ۲۷ + ۲۸ + ۲۹$$

$$(۵) ۳۰ + ۳۱ - ۳۲ - ۳۳ + ۳۴ + ۳۵$$

$$(۶) ۳۶ - ۳۷ + ۳۸ - ۳۹ + ۴۰ + ۴۱$$

(۷) قیمتین دریافت کرو

$$(۱) \frac{۱}{۱} + \frac{۲}{۲} + \frac{۳}{۳} + \frac{۴}{۴} + \frac{۵}{۵} + \frac{۶}{۶} + \frac{۷}{۷} + \frac{۸}{۸} + \frac{۹}{۹} + \frac{۱۰}{۱۰}$$

$$(۲) \frac{۱}{۱} + \frac{۲}{۲} + \frac{۳}{۳} + \frac{۴}{۴} + \frac{۵}{۵} + \frac{۶}{۶} + \frac{۷}{۷} + \frac{۸}{۸} + \frac{۹}{۹} + \frac{۱۰}{۱۰}$$

جبکہ $۱ = ۲ = ۳ = ۴ = ۵ = ۶ = ۷ = ۸ = ۹ = ۱۰$ کے ہو

(۳) قیمتین دریافت کرو

$$(۱) \frac{۱}{۱} + \frac{۲}{۲} + \frac{۳}{۳} + \frac{۴}{۴} + \frac{۵}{۵} + \frac{۶}{۶} + \frac{۷}{۷} + \frac{۸}{۸} + \frac{۹}{۹} + \frac{۱۰}{۱۰}$$

$$(۲) ۱ = ۲ = ۳ = ۴ = ۵ = ۶ = ۷ = ۸ = ۹ = ۱۰$$

$$\frac{۱}{۱} + \frac{۲}{۲} + \frac{۳}{۳} + \frac{۴}{۴} + \frac{۵}{۵} + \frac{۶}{۶} + \frac{۷}{۷} + \frac{۸}{۸} + \frac{۹}{۹} + \frac{۱۰}{۱۰}$$

(۴) قیمتین دریافت کرو

$$(۱) \frac{۱}{۱} \times \frac{۲}{۲} + \frac{۳}{۳} \times \frac{۴}{۴} - \frac{۵}{۵} \times \frac{۶}{۶} - \frac{۷}{۷} \times \frac{۸}{۸} + \frac{۹}{۹} \times \frac{۱۰}{۱۰} \times ۲$$

$$(۲) ۱ = ۲ = ۳ = ۴ = ۵ = ۶ = ۷ = ۸ = ۹ = ۱۰$$

$$\frac{۱}{۱} + \frac{۲}{۲} + \frac{۳}{۳} + \frac{۴}{۴} + \frac{۵}{۵} + \frac{۶}{۶} + \frac{۷}{۷} + \frac{۸}{۸} + \frac{۹}{۹} + \frac{۱۰}{۱۰}$$

(۵) قیمتین دریافت کرو

$$(۱) \frac{۱}{۱} \div ۲ - \frac{۳}{۳} \div ۴ + \frac{۵}{۵} \div ۶ + ۷ \div ۸ + \frac{۹}{۹} \div ۱۰$$

یہ بات ہی یاد رہی کہ اگر کسی دوسری قوت یعنی 1×1 کو یا 1×2 کو اکثر بخود یا مال یا مربع 1×1 کا کہتی
ہیں اور اگر کسی تیسری قوت یعنی $1 \times 1 \times 1$ یا $1 \times 2 \times 2$ کو مکعب $1 \times 1 \times 1$ کا کہتی ہیں
ہندسوں ۲ و ۳ و ۴ م سے تعداد اور اجزاء ضربی کی جنسی قوا پیدا ہوتی ہیں معلوم ہوتی
ہے ان کو قوت منہ کہتے ہیں

کسری اور منفی قوت نمایاں کے تعریف کا ذکر آگے آئیگا

امثلہ نمبری ۲

اوپر کی حدود کی توضیح نجی کی مثالوں سے خوب ہوتی ہے

(۱) اگر $1 = 1$ اور $2 = 2$ اور $3 = 3$ اور $4 = 4$ اور $5 = 5$

$$\begin{aligned} & \frac{2 \times 12}{9 \times 5} + \frac{2 \times 5}{1} + \frac{2 \times 14}{2} - \frac{2 \times 4}{2} \\ & \frac{2 \times 12}{9 \times 5} + \frac{2 \times 5}{1} + \frac{2 \times 14}{2} - \frac{2 \times 4}{2} = \\ & \frac{9 \times 12}{1 \times 5} + \frac{2 \times 14}{2} - \frac{1 \times 4}{4} = \\ & \frac{2 \times 4}{15} = \frac{9 \times 4}{15} = \frac{2 \times 2 - 2 \times 2}{15} = \frac{2 \times 2 + 2 \times 2 - 1}{15} = \frac{1 \times 2}{5} + \frac{1 \times 4}{5} = \end{aligned}$$

(۲) اگر $1 = 1$ اور $2 = 2$

$$\begin{aligned} & \frac{2 + 2 \times 1 \times 3 - 1}{2 + 2 \times 1 - 1} = \frac{2 + 2 \times 3 - 1}{2 + 2 - 1} \\ & \frac{2}{3} = \frac{6}{3} = \frac{14 + 12 - 1}{2 + 2 - 1} = \frac{14 + 2 \times 3 - 1}{2 + 2 - 1} = \end{aligned}$$

(۳) اگر $1 = 1$ اور $2 = 2$ اور $3 = 3$

$$(1+2)(1+2)(1+2) + (1+2)(1+2)(1+2) + (1+2)(1+2)(1+2)$$

$$(1+2)(1+2)(1+2) + (1+2)(1+2)(1+2) + (1+2)(1+2)(1+2) =$$

$$(1+2)(1+2)(1+2) + (1+2)(1+2)(1+2) =$$

$$139 = 112 + 27 = 4 \times 14 + 3 \times 4 =$$

(۱) قیمت دریافت کرو

حدود
بھی تعبیر طرح کیا کرتی ہیں کہ او کو مقدار دیر کی او پر قوت مناسبتاً کر لکھ دیا کرتے ہیں جیسی کہ او د او د
او وغیرہ اور اسی جذر جزو العجب چوتھی مرتبہ کا نزول وغیرہ عام وان نزول کا مراد ہی دلیل کی
اگے بتلائی جائیگی

امثلہ نمبری ۳

امثلہ ذیل حدود بالا کی توضیح کرتے ہیں

(۱) اگر ۱ = ۳۴ = دب = ۱۶ = ح = ۹ = د = ۱

$$\sqrt{1 \times 1} - \sqrt{9 \times 1} + \sqrt{16 \times 1} - \sqrt{34 \times 1} =$$

$$1 - 3 + 4 - 34 =$$

$$1 - 3 + 4 - 34 =$$

$$1 - 34 + 4 - 3 =$$

$$22 = 34 - 12$$

(۲) اگر ۱ = ۲۵ = ب = ۱۰ = ح = ۹ = د = ۸

$$\sqrt{1 \times 1} - \sqrt{9 \times 1} + \sqrt{10 \times 1} - \sqrt{25 \times 1} =$$

$$1 - 3 + 4 - 5 =$$

$$1 - 3 + 4 - 5 =$$

$$1 - 3 + 4 - 5 =$$

$$1 - 3 + 4 - 5 =$$

$$1 - 3 + 4 - 5 =$$

$$10 = 18 - 42 = 18 - 14 + 25 + 2 =$$

(۳) اگر ۱ = ۱۶ = دب = ۱۰ = ح = ۹ = د = ۱

$$\begin{aligned} & \frac{(5+11)(1-1) \sqrt{5} + (1-1) \sqrt{5}}{(1+5)(1-14) \sqrt{5} + (1-14) \sqrt{5}} = \\ & \frac{4 \times 4 \sqrt{5} + (1-14 \times 5) 4}{44 = 4 + 10 \times 4 = 4 + (10-20) 4 =} \end{aligned}$$

$$(۴) \text{ اگر } 4 = 10 \text{ و } 10 = 5 \text{ و } 5 = 1$$

$$\begin{aligned} & \frac{(5+11)(1-1) \sqrt{5} + (1-1) \sqrt{5}}{(1+10)(5-14) \sqrt{5} + (5-14) \sqrt{5}} = \\ & \frac{11 \times 11 \sqrt{5} + (25-30) - 11}{11 \neq 114 = 11 \neq 5 - 121 =} \end{aligned}$$

$$105 \text{ یا } 124 =$$

مثالین مشق کی وسطی

قیمت عددی دریافت کرو

$$(1) \quad 14 \sqrt{5} - 4 \sqrt{14} + 14 \sqrt{5} - 14 \sqrt{5}$$

$$(2) \quad 14 \sqrt{5} \times 5 + 14 \sqrt{5} - 14 \sqrt{5} \times 5 + 14 \sqrt{5}$$

$$(3) \quad 14 \sqrt{5} + 14 \sqrt{5} - 14 \sqrt{5} + 14 \sqrt{5}$$

$$(4) \quad 14 \sqrt{5} + 14 \sqrt{5} - 14 \sqrt{5} + 14 \sqrt{5}$$

$$(5) \quad 14 \sqrt{5} + 14 \sqrt{5} - 14 \sqrt{5} + 14 \sqrt{5}$$

$$(6) \quad 14 \sqrt{5} + 14 \sqrt{5} - 14 \sqrt{5} + 14 \sqrt{5}$$

$$(7) \quad 14 \sqrt{5} + 14 \sqrt{5} - 14 \sqrt{5} + 14 \sqrt{5}$$

$$(8) \quad 14 \sqrt{5} + 14 \sqrt{5} - 14 \sqrt{5} + 14 \sqrt{5}$$

$$4 = 10 = 5 = 1$$

(۱) جبر مقابلہ کی علامت جمع اور ضرب کی لکھو اور ان کی معنی توضیح اور تفصیل سے بیان کرو

(۲) ان جملوں میں سے ہر ایک جملہ کی برابر ایک عدد دریافت کرو

$$(۱) ۷ - ۹ (۲) ۱۲ + (۳ - ۴) (۳) ۷ - (۱۲ - ۷)$$

$$(۴) ۵ (۳ - ۷) - ۲ (۷ - ۱۳) (۵) ۷ - (۵ - ۹) - (۹ - ۴)$$

$$(۶) ۳ \times ۲ \sqrt{۵ - ۷} + ۸ \sqrt{۳ - ۵} + ۲ - ۵$$

(۳) عددی قیمت دریافت کرو

$$(۱) ۳ + \frac{۲}{۷} - \frac{۱}{۷} - \frac{۲}{۷} (۲) \frac{۱}{۷} + \frac{۲}{۷} - \frac{۱}{۷} - \frac{۲}{۷}$$

$$\text{جب } ۱ = ۲ = ۳ = ۴ = ۵ = ۶ = ۷ = ۸ = ۹ = ۱۰$$

اور جبکہ لا = ۲ تو لا + لا = ۲ + ۲ = ۴ کی بھی قیمت دریافت کرو

(۴) مقدار اسم کسی کہی ہیں رقم جبر ضربی کی تعریف بیان کرو ارقام تجانسا اور جملہ کے درجہ کے معنی بیان کرو

(۵) اگر لا = ادی = ۱۰ = ۱۰۰ کے توانیت کرو کہ

$$(۱) \frac{۱۱ - ۱۰}{۲} = \frac{۱۰ - ۹}{۲} = \frac{۱}{۲}$$

$$(۲) (۱۰ - ۹) (۹ - ۸) + (۸ - ۷) (۷ - ۶) = (۶ - ۵) (۵ - ۴) = (۴ - ۳) (۳ - ۲) = (۲ - ۱) (۱ - ۰) = ۱$$

(۶) ان جملوں کو الفاظ میں بیان کرو

$$(۱) ۱۰ (۲) ۱۰ (۳) ۱۰ (۴) ۱۰$$

$$(۵) (۱۰ + ۱) (۱۰ + ۱) (۱۰ + ۱) (۱۰ + ۱)$$

دوم

(۱) تفریق اور تقسیم کی علامتیں جبر مقابلہ کی لکھو اور ان کی معنی بیان کرو سطح سی قواء اور نزول مقادیر

کو جبر مقابلہ میں تعبیر کرتے ہیں

$$(۲) \text{اگر } ۱ = ۲ = ۳ = ۴ = ۵ = ۶ = ۷ = ۸ = ۹ = ۱۰ \text{ کی بھی قیمت دریافت کرو}$$

یہ بات تو علم حساب سی ظاہری کہ $۱۳ + ۱۴ = ۱۹$ یعنی ایک مقدار کا ٹکنا اس کے چہ گنی
پر زیادہ کیا گیا برابر اس کے نو گنی کے ہوتا ہے

اسی معلوم ہوا کہ $۱۳ - ۲$ اور $۱۴ - ۲$ کا حاصل جمع $۱۹ - ۴$ ہے

اسکی وجہ یہ ہے کہ مجموعہ ۱۳ اور ۱۴ کا ۱۹ ہی لیکن پہلی مقدار جمع کی گئی ۱۳ سے بقدر ۲ ب
کے چھوٹی ہے اور دوسری مقدار جمع کی گئی ۱۴ سی بقدر ۲ ب کے چھوٹی ہے اس واسطے انکی
مجموعہ ۱۹ میں سے ۲ ب اور ۲ ب یعنی ۴ ب کم کرنے چاہئی

پس اسکی حاصل جمع $۱۳ - ۲$ اور $۱۴ - ۲$ کا $۱۹ - ۴ = ۱۵$ ہے

امثلہ نمبری ۵

مثالین اوپر کے قاعدہ کے

(۱) $۱۲ -$	(۲) ۱۵	(۳) ۱۷ ب	(۴) $۱۵ - ۲$ ب
$۱۷ -$	۱۴	ب	ب
$۱۸ -$	۱	۱۵ ب	$۱۷ - ۲$ ب
$۱۹ -$	۱۳	۱۵ ب	$۱۷ - ۲$ ب
$۲۰ -$		۱۵ ب	$۱۷ - ۲$ ب
$۲۱ -$			
(۵) $۱۲ + ۱۴$	(۶) $۱۲ - ۱۳$	(۷) $۱۲ - ۱۳$ ب	(۸) $۱۲ - ۱۳$ ب
مساوی	مساوی	مساوی	مساوی
مساوی	مساوی	مساوی	مساوی
مساوی	مساوی	مساوی	مساوی
مساوی	مساوی	مساوی	مساوی

(۸) $۱۲ - ۱۳ - ۱۴ - ۱۵ - ۱۶ - ۱۷ - ۱۸ - ۱۹ - ۲۰ - ۲۱ - ۲۲ - ۲۳ - ۲۴ - ۲۵ - ۲۶ - ۲۷ - ۲۸ - ۲۹ - ۳۰ - ۳۱ - ۳۲ - ۳۳ - ۳۴ - ۳۵ - ۳۶ - ۳۷ - ۳۸ - ۳۹ - ۴۰ - ۴۱ - ۴۲ - ۴۳ - ۴۴ - ۴۵ - ۴۶ - ۴۷ - ۴۸ - ۴۹ - ۵۰ - ۵۱ - ۵۲ - ۵۳ - ۵۴ - ۵۵ - ۵۶ - ۵۷ - ۵۸ - ۵۹ - ۶۰ - ۶۱ - ۶۲ - ۶۳ - ۶۴ - ۶۵ - ۶۶ - ۶۷ - ۶۸ - ۶۹ - ۷۰ - ۷۱ - ۷۲ - ۷۳ - ۷۴ - ۷۵ - ۷۶ - ۷۷ - ۷۸ - ۷۹ - ۸۰ - ۸۱ - ۸۲ - ۸۳ - ۸۴ - ۸۵ - ۸۶ - ۸۷ - ۸۸ - ۸۹ - ۹۰ - ۹۱ - ۹۲ - ۹۳ - ۹۴ - ۹۵ - ۹۶ - ۹۷ - ۹۸ - ۹۹ - ۱۰۰$

جمع کرو اب بموجب قاعدہ مذکور کے

عمل کرنے سے ہم کو یہ حاصل ہوتا ہے

$$\begin{array}{r} ۳۴ - ۱۱ - ۲ \\ ۱۱ - ۱۱ - ۲ \\ ۳۴ - ۱۱ - ۲ \end{array}$$

دلیل عمل مذکور کی

چونکہ ۱۱ اور ۱۱ ایک ہی چیز ہیں ایسی ہی بموجب اصول علم حساب کے ۱۱ اور ۱۱ کے
 اور ۱۱ اور ۱۱ کے معنی ایک ہی ہیں اب بموجب دفعہ ۵۷ حساب کے یہ امر ظاہر ہے
 کہ کسی مقدار کا ۱۱ گنا اور ۱۱ گنا ملکر برابر اوس مقدار کی ۱۱ گنی کے برابر ہونا ہی یعنی ۱۱ گنے
 اوس مقدار کے اسے معلوم ہوا کہ مجموعہ ۱۱-ب اور ۱۱-ب کا ۱۱ منفی مجموعہ
 ب اور ۱۱-ب کا ہے

اسے ثابت ہوا کہ ۱۱-ب کا ۱۱-ب ہے

$$(۱۰) \frac{1}{11} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} = \frac{1}{11}$$

$$\frac{1}{11} = \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11}$$

$$\frac{1}{11} = \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11}$$

$$\frac{1}{11} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11}$$

$$(۱۱) \frac{1}{11} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11}$$

$$\frac{1}{11} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11}$$

$$\frac{1}{11} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11}$$

$$\frac{1}{11} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11}$$

$$\frac{1}{11} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11}$$

حالت دوم مقدار متماثل ہیں لیکن اونکی علامتیں غیر متماثل ہیں

قاعدہ تمام مثبت امثال کو ایک جگہ جمع کرو اور تمام منفی امثال کو دوسری جگہ اور ان مجموعوں میں چھوٹے
 مجموعہ کو بڑی مجموعہ میں ہی تفریق کرو اور حاصل تفریق کی اول بڑی مجموعہ کی علامت لکھ دو اور اس کے
 اگے حدود مشترکہ مثبت کرو اگر مجموعہ امثال مثبت کا برابر مجموعہ امثال منفیہ کی ہو تو حاصل تفریق =

مثال جمع کرو ۵۳-۵۲+۵۱-۵۰ اور ۳-۲+۱ کا مجموعہ بتاؤ عدد مذکور کے

عمل کیا

$$\begin{array}{r} 53 - 52 + 51 \\ 52 - 51 + 50 \\ 51 - 50 + 49 \\ \hline 53 - 52 + 51 \end{array}$$

دلیل عمل مذکور کی

اول سطر ہی میں مثبت رقموں کا حاصل جمع ۱۲ آتا ہے جس میں سے آگہ نشانی چاہئے اس واسطے حاصل آتا ہے دوسری سطر اسی میں مجموعہ مثبت امثال کا ۵۲ اور مجموعہ منفی امثال کا ۵۳ آئے اور چونکہ مقدار جو تفریق ہوتی چاہی اوس مقداری کہ جمع ہوتی چاہی بقدر ۵۳ کے زیادہ ہے اسلی ۵۳ کے اول علامت منفی کی لکھ کر لکھ دی جائی تیسری سطر اسی میں مجموعہ مثبت ارقام کا ۵۱ اور منفی ارقام کا ۵۲ اسلی موافق بیان سابق کی حاصل ۵۲ ہے

اسی واسطی کل مجموعہ ۱۱-۵۳+۵۲ ہے

امثلہ نمبری ۴

مثالین اوپر کے قواعد کے

(۱) ۲-۸+۱۲-۱۵+۲۲-۲۳	(۲) ۳-۸+۱۲-۱۵+۲۲-۲۳
۳+۱۵-۲۴+۲۵	۱۲-۱۵+۲۲-۲۳
-۱۵+۲۸-۳۲	۲۵-۲۳+۲۴-۲۵
۳۲-۱۵+۳۲-۱۴	۲۴-۲۳+۲۴-۲۵
۱۴+۳۲-۱۴-۵	۲۴-۲۳+۲۴-۲۵
۵+۱۴-۱۴-۵	۲۴-۲۳+۲۴-۲۵
(۳) ۱۲-۵+۱۲-۵+۱۲-۵	(۴) ۱۲-۵+۱۲-۵+۱۲-۵
۵+۱۲-۵+۱۲-۵	۱۲-۵+۱۲-۵+۱۲-۵
-۵+۱۲-۵+۱۲-۵	۱۲-۵+۱۲-۵+۱۲-۵
۱۲-۵+۱۲-۵+۱۲-۵	۱۲-۵+۱۲-۵+۱۲-۵
-۵+۱۲-۵+۱۲-۵	۱۲-۵+۱۲-۵+۱۲-۵
۱۲-۵+۱۲-۵+۱۲-۵	۱۲-۵+۱۲-۵+۱۲-۵

(۵) $۳ا + ۳ب + ۳ج + ۳د - ۳ا + ۳ب - ۳ج - ۳د + ۳ا + ۳ب - ۳ج - ۳د$

+ $۳ا + ۳ب - ۳ج - ۳د + ۳ا + ۳ب - ۳ج - ۳د$ کو جمع کرو

(۴) $۱ا + ۱ب + ۱ج + ۱د - ۱ا - ۱ب - ۱ج - ۱د + ۱ا + ۱ب - ۱ج - ۱د$

اور $۱ا + ۱ب + ۱ج - ۱د$ کو جمع کرو

(۷) $۵ا + ۵ب - ۵ج - ۵د - ۵ا - ۵ب + ۵ج + ۵د - ۵ا - ۵ب + ۵ج + ۵د$

اور $۵ا - ۵ب - ۵ج - ۵د + ۵ا + ۵ب - ۵ج - ۵د + ۵ا + ۵ب - ۵ج - ۵د$

اور $۱۰ا - ۱۰ب + ۱۰ج - ۱۰د + ۱۰ا - ۱۰ب - ۱۰ج + ۱۰د - ۱۰ا - ۱۰ب + ۱۰ج - ۱۰د$

(۸) $۱۵ا + ۱۵ب - ۱۵ج - ۱۵د - ۱۵ا - ۱۵ب + ۱۵ج + ۱۵د - ۱۵ا - ۱۵ب + ۱۵ج + ۱۵د$

اور $۱۲ا + ۱۲ب - ۱۲ج - ۱۲د - ۱۲ا - ۱۲ب + ۱۲ج + ۱۲د - ۱۲ا - ۱۲ب + ۱۲ج + ۱۲د$

اور $۱۰ا + ۱۰ب + ۱۰ج - ۱۰د$ کو جمع کرو

(۹) $۲۰ا + ۲۰ب - ۲۰ج - ۲۰د - ۲۰ا - ۲۰ب + ۲۰ج + ۲۰د - ۲۰ا - ۲۰ب + ۲۰ج + ۲۰د$

- $۲۰ا + ۲۰ب - ۲۰ج - ۲۰د + ۲۰ا + ۲۰ب - ۲۰ج - ۲۰د + ۲۰ا + ۲۰ب - ۲۰ج - ۲۰د$

(۱۰) $۴۰ا + ۴۰ب - ۴۰ج - ۴۰د - ۴۰ا - ۴۰ب + ۴۰ج + ۴۰د - ۴۰ا - ۴۰ب + ۴۰ج + ۴۰د$

- $۴۰ا + ۴۰ب - ۴۰ج - ۴۰د + ۴۰ا + ۴۰ب - ۴۰ج - ۴۰د + ۴۰ا + ۴۰ب - ۴۰ج - ۴۰د$

$۴۰ا + ۴۰ب - ۴۰ج - ۴۰د + ۴۰ا + ۴۰ب - ۴۰ج - ۴۰د + ۴۰ا + ۴۰ب - ۴۰ج - ۴۰د$

- $۴۰ا + ۴۰ب - ۴۰ج - ۴۰د + ۴۰ا + ۴۰ب - ۴۰ج - ۴۰د + ۴۰ا + ۴۰ب - ۴۰ج - ۴۰د$

- $۴۰ا + ۴۰ب - ۴۰ج - ۴۰د + ۴۰ا + ۴۰ب - ۴۰ج - ۴۰د + ۴۰ا + ۴۰ب - ۴۰ج - ۴۰د$

- $۴۰ا + ۴۰ب - ۴۰ج - ۴۰د + ۴۰ا + ۴۰ب - ۴۰ج - ۴۰د + ۴۰ا + ۴۰ب - ۴۰ج - ۴۰د$

(۱۱) $۳۰ا + ۳۰ب - ۳۰ج - ۳۰د - ۳۰ا - ۳۰ب + ۳۰ج + ۳۰د - ۳۰ا - ۳۰ب + ۳۰ج + ۳۰د$

(۱۱) $۵۰ا + ۵۰ب - ۵۰ج - ۵۰د - ۵۰ا - ۵۰ب + ۵۰ج + ۵۰د - ۵۰ا - ۵۰ب + ۵۰ج + ۵۰د$

- $۱۰ا + ۱۰ب - ۱۰ج - ۱۰د - ۱۰ا - ۱۰ب + ۱۰ج + ۱۰د - ۱۰ا - ۱۰ب + ۱۰ج + ۱۰د$

اور $۱۲ا + ۱۲ب - ۱۲ج - ۱۲د - ۱۲ا - ۱۲ب + ۱۲ج + ۱۲د - ۱۲ا - ۱۲ب + ۱۲ج + ۱۲د$

جمع
حالت سوم جب مقدار غیر متماثلہ ہوں
قاعدہ جو مقدار غیر متماثلہ ہوں انکو مع اوکی علامتوں کے ایک دوسرے کی بعد لکھو اور اگر کوئی مقدار
متماثل ہوں تو اوکے موافق قواعد کو رکے جمع کر کے لکھو

مثال ۱۔ ا۔ ب + ج۔ ۱۰ اور ۲۔ ب۔ ج + د۔ ۲ اور ۵۔ ج۔ ۱۴۔ ۲۔ ۲ + ۲۔ ۲

اور ۳۔ ب۔ ۸۔ ج + ۱۴۔ ۲ اور ۲۱۔ ۱۴ + ۱۔ ۵۔ ۵ کو جمع کرو

یہ جو بقاعدہ مذکور کی عمل کرنی ہی اور مقدار یہ متماثلہ کو اوپر کی لکھتی ہی یہ حاصل ہوتا ہے

۱۴۔ ۲ + ۵۔ ۱۰۔ ۲

۲۔ ب۔ ج + د۔ ۲۔ ۲

۱۴۔ ۲ + ۵۔ ۲۔ ۲

۱۴۔ ۲ + ۵۔ ۲۔ ۲

۱۴۔ ۲ + ۵۔ ۲۔ ۲

۱۴۔ ۲ + ۵۔ ۲۔ ۲

حالت اول اور دوم میں جو دلائل بیان ہوئیں انہیں ہی یہاں بھی دلیل عمل خاصہ ہے

امثلہ نمبر ۱

اوپر کے قاعدہ کے مثالین

(۱) ا۔ ب اور ب۔ ج اور ج۔ د اور د۔ ج کا حاصل جمع دریافت کرو

(۲) ۲۔ ۲ + ۵۔ ۲ + ۱۴۔ ۲ اور ۲۔ ۲ + ۵۔ ۲ + ۱۴۔ ۲ اور ۲۔ ۲ + ۵۔ ۲ + ۱۴۔ ۲ کو جمع کرو

(۳) ۱۳۔ ۲ + ۵۔ ۲ + ۱۴۔ ۲ اور ۲۔ ۲ + ۵۔ ۲ + ۱۴۔ ۲ اور ۲۔ ۲ + ۵۔ ۲ + ۱۴۔ ۲

اور ۵۔ ۲ + ۱۴۔ ۲ اور ۲۔ ۲ + ۵۔ ۲ + ۱۴۔ ۲ کا حاصل جمع دریافت کرو

(۴) ۱۳۔ ۲ + ۵۔ ۲ + ۱۴۔ ۲ اور ۲۔ ۲ + ۵۔ ۲ + ۱۴۔ ۲ اور ۲۔ ۲ + ۵۔ ۲ + ۱۴۔ ۲

۱۳۔ ۲ + ۵۔ ۲ + ۱۴۔ ۲ اور ۲۔ ۲ + ۵۔ ۲ + ۱۴۔ ۲ اور ۲۔ ۲ + ۵۔ ۲ + ۱۴۔ ۲

کا حاصل جمع دریافت کرو

$$(۵) ۵ \text{ ارب} + ۱۲ \text{ ارب} - ۱ \text{ ارب} + ۲ \text{ ارب} - ۴ \text{ ارب} + ۱۵ \text{ ارب} + ۱۱ \text{ ارب} +$$

$$۴ + ۲۰ \text{ ارب} + ۱۲ \text{ ارب} - ۱ \text{ ارب} + ۱۴ \text{ ارب} + ۱۲ \text{ ارب} + ۱۳ \text{ ارب} - ۴ \text{ ارب} +$$

$$۵ \text{ ارب} + ۲ \text{ ارب} + ۵ \text{ ارب} + ۱۳ \text{ ارب} - ۱۳ \text{ ارب} + ۱۴ \text{ ارب} +$$

کو جمع کرو اور اگر $= ۰$ اور $= \frac{۱}{۲}$ اور $=$ اکی ہو تو حاصل جمع کو اعداد میں بتلاؤ

$$(۶) ۱ - ۳ \text{ ارب} - ۳ \text{ ارب} + ۳ \text{ ارب} + ۳ \text{ ارب} - ۴ \text{ ارب} + ۲ \text{ ارب} + ۴ \text{ ارب} - ۳ \text{ ارب}$$

$$\text{اور } ۳ \text{ ارب} + ۲ \text{ ارب} - ۲ \text{ ارب} + ۳ \text{ ارب} - ۵ \text{ ارب} + ۱۴ \text{ ارب} - ۴ \text{ ارب} - ۳ \text{ ارب} +$$

+ ۲ ارب کا حاصل جمع دریافت کرو

$$(۷) ۵ \text{ ارب} + ۳ \text{ ارب} + ۴ \text{ ارب} - ۱۲ \text{ ارب} + ۱۴ \text{ ارب} - ۱۵ \text{ ارب} - ۱۶ \text{ ارب} + ۱۷ \text{ ارب} - ۱۸ \text{ ارب} +$$

اور $۲ \text{ ارب} + ۳ \text{ ارب} + ۱۴ \text{ ارب}$ کے حاصل جمع میں سر لاء کا دریافت کرو

$$(۸) ۱ - \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۳} - \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۵} - \frac{۱}{۶} + \frac{۱}{۷} - \frac{۱}{۸} + \frac{۱}{۹} - \frac{۱}{۱۰} + \frac{۱}{۱۱} - \frac{۱}{۱۲} + \frac{۱}{۱۳} - \frac{۱}{۱۴} + \frac{۱}{۱۵} - \frac{۱}{۱۶} + \frac{۱}{۱۷} - \frac{۱}{۱۸} + \frac{۱}{۱۹} - \frac{۱}{۲۰}$$

اور $\frac{۱}{۲} - \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۴} - \frac{۱}{۵} + \frac{۱}{۶} - \frac{۱}{۷} + \frac{۱}{۸} - \frac{۱}{۹} + \frac{۱}{۱۰} - \frac{۱}{۱۱} + \frac{۱}{۱۲} - \frac{۱}{۱۳} + \frac{۱}{۱۴} - \frac{۱}{۱۵} + \frac{۱}{۱۶} - \frac{۱}{۱۷} + \frac{۱}{۱۸} - \frac{۱}{۱۹} + \frac{۱}{۲۰}$ کا حاصل جمع دریافت کرو

$$(۹) \text{ اس جملہ میں } (۱ - \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۳} - \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۵} - \frac{۱}{۶} + \frac{۱}{۷} - \frac{۱}{۸} + \frac{۱}{۹} - \frac{۱}{۱۰} + \frac{۱}{۱۱} - \frac{۱}{۱۲} + \frac{۱}{۱۳} - \frac{۱}{۱۴} + \frac{۱}{۱۵} - \frac{۱}{۱۶} + \frac{۱}{۱۷} - \frac{۱}{۱۸} + \frac{۱}{۱۹} - \frac{۱}{۲۰}) + (\frac{۱}{۲} - \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۴} - \frac{۱}{۵} + \frac{۱}{۶} - \frac{۱}{۷} + \frac{۱}{۸} - \frac{۱}{۹} + \frac{۱}{۱۰} - \frac{۱}{۱۱} + \frac{۱}{۱۲} - \frac{۱}{۱۳} + \frac{۱}{۱۴} - \frac{۱}{۱۵} + \frac{۱}{۱۶} - \frac{۱}{۱۷} + \frac{۱}{۱۸} - \frac{۱}{۱۹} + \frac{۱}{۲۰})$$

میں سرب کا دریافت کرو

تفریق

قاعدہ جن مقامات کو تفریق کرنا منظور ہو ان کی علامتیں بدل دیا علامتوں کو بدلا ہوا خیال کرو

اور ہر مختلف ارقام کو موافق قاعدہ جمع کی جمع کرو

مثال با سح کو دین سے تفریق کرو

$$\frac{۱}{۲} - \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۴} - \frac{۱}{۵} + \frac{۱}{۶} - \frac{۱}{۷} + \frac{۱}{۸} - \frac{۱}{۹} + \frac{۱}{۱۰} - \frac{۱}{۱۱} + \frac{۱}{۱۲} - \frac{۱}{۱۳} + \frac{۱}{۱۴} - \frac{۱}{۱۵} + \frac{۱}{۱۶} - \frac{۱}{۱۷} + \frac{۱}{۱۸} - \frac{۱}{۱۹} + \frac{۱}{۲۰}$$

$$1 + (ب - ح + د) = 1 + ب - ح + د$$

$$1 - (ب - ح + د) = 1 - ب + ح - د$$

اور یہی کیفیت وہاں ہی جہاں دوسرے خطوط وحدانی ہوں

$$1 + [ب - (ح + د)] = 1 + ب - (ح + د) = 1 + ب - ح - د$$

$$1 - [ب - (ح + د)] = 1 - ب + (ح + د) = 1 - ب + ح + د$$

امثلہ نمبر ۹

۱ جملہ جنہیں خطوط وحدانی اکہری ہیں ان کے مختصر صورت دریافت کرو

$$(۱) 14 - 12 - ب = (15 + 2) - ب = 14 - 12 - ب = 2 - ب$$

$$(۲) (1 - 11) + (12 - 11) - (13 - 11) + (14 - 11) = (1 - 11) + (12 - 11) - (13 - 11) + (14 - 11)$$

$$1 - 11 + 12 - 11 - 13 + 14 = 1 - 11 + 12 - 11 - 13 + 14 = 1 - 11 + 12 - 11 - 13 + 14$$

$$(۳) 12 - (13 - 12 + 11 - 10) = 12 - (13 - 12 + 11 - 10) = 12 - 13 + 12 - 11 + 10 = 10 - 13 + 12 - 11 = 10 - 13 + 12 - 11$$

مثالین مشق کو اطمینان

۱ ان جملوں کو نہایت مختصر صورت میں لکھو

$$(۱) 13 - 11 - 10 - (11 + 10) - (12 - 11) = 13 - 11 - 10 - 11 - 10 - 12 + 11 = 13 - 11 - 10 - 11 - 10 - 12 + 11$$

$$(۲) (1 + 12 + 13) + (14 + 15) - (16 + 17) - (18 + 19) = 1 + 12 + 13 + 14 + 15 - 16 - 17 - 18 - 19$$

$$(۳) 11 - (12 - 11) - 13 + 14 - (15 - 14) + 16 - (17 - 16) = 11 - 12 + 11 - 13 + 14 - 15 + 14 - 16 + 16 = 11 - 12 - 13 + 14 - 15 + 14 - 16 + 16$$

$$(۴) 12 - 11 + 10 - 9 - (8 + 7) + (6 + 5) - (4 + 3) + (2 + 1) = 12 - 11 + 10 - 9 - 8 - 7 + 6 + 5 - 4 - 3 + 2 + 1$$

$$(۵) 14 + 13 - 12 - (11 - 10) - (9 - 8) - (7 - 6) - (5 - 4) - (3 - 2) - (1 - 0) = 14 + 13 - 12 - 11 + 10 - 9 + 8 - 7 + 6 - 5 + 4 - 3 + 2 - 1$$

$$(۶) 11 - 10 + 9 - 8 - (7 - 6) - (5 - 4) - (3 - 2) - (1 - 0) = 11 - 10 + 9 - 8 - 7 + 6 - 5 + 4 - 3 + 2 - 1$$

(ب) جملوں کو جنہیں دوسرے خطوط وحدانی لکھی ہوئی ہیں نہایت مختصر صورت میں لکھو

$$(۱) (1 - 12) - (13 - 14) + (15 - 16) - (17 - 18) = 1 - 12 - 13 + 14 + 15 - 16 - 17 + 18$$

$$(1-p) - 2 + (1-2) + p - 2 + p - 1 =$$

$$x^3 + y^3 - 1 = 1 + y - x + 1 - x + y - x + y - 1 =$$

(۲) اب - [(۳ بیج ر-۴ اب) - (۵ بیج ر-۶ ب رس) + (۷ اب-۸ ب رس)]

$$= \text{اب} - (\text{اب ح ر} - \text{اب}) + (\text{اب ح ر} - \text{ب ر س}) - (\text{اب} - \text{ب ر س})$$

$\text{اب} = \text{ا ب ج ر} + \text{ا ب} + \text{ب ر س} = \text{ا ا ب} + \text{ا ب} + \text{ا ب ج ر} + \text{ا ب ر س}$

$$[(14+0)-r+(14-r)-1r]+[(1-r)-1]-1(r)$$

$$(N+0) - N + (N-1) - N + (N-1) + 1 - 1 =$$

$$10^4 + 1 = 10^4 - 0 + 1 + 10^4 + 1 - 10^4 + 1 - 1 =$$

مشائیں مشق کے واسطے

۱۰ مثلہ نمبری ۹ ب ان جملوں کو نہایت مختصر صورت میں لکھ دو

$$[(\text{ب} - \text{ا}) - \text{ب}] + [(\text{ا} + \text{ب}) - \text{ا}] - \text{ا}$$

$$[(b-1)^2 - b^2 + 1] - [(b+1)^2 - b^2 + 1](r)$$

$$[(\text{ل} - \text{س}) - \text{س}] + [(\text{ل} - \text{س}) - \text{س}] - (\text{س} - \text{س}) - \text{ل} (\text{س})$$

$$[(ur-1)-(u-1)] - [(ur-1)+(u-1)] + [(ur+1)-(u+1)](r)$$

$$[\overline{b - a} - b] + [\overline{a + c - b}] - 1 \quad (5)$$

$$[(\bar{c} - \bar{g} - \bar{b}r) - \bar{c} - \bar{b} + \bar{g}] - \bar{c} + \bar{b}r + \bar{g} \quad (9)$$

$$(6) \quad 3x^2 + 5x - (2x^2 + 3x + 1) = x^2 + 2x - 1$$

(۲) جملہ جنہیں متعدد خطوط وحدانی ہیں مختصر صورت میں لکھو

$$\{ \{ (s-u) + (u-s) - uq - s \} + u^2 + (sv + ur) \} - sv - ur \quad (1)$$

$$(s - 11 + 11 + s - 11 - s + 11 + s - 11 + s - 11) - s - 11 =$$

$$SD - NY = SR - NR + P - NP = (SR + NR) - (SP + NP) =$$

$$\begin{aligned} & \{ \{ (\overline{114} + 119) - 118 \} - 117 \} - 116 = \{ \{ (\overline{114} + 119) - 118 \} - 117 \} - 116 = \\ & \{ \{ (\overline{114} + 119) - 118 \} - 117 \} - 116 = \{ \{ (\overline{114} + 119) - 118 \} - 117 \} - 116 = \\ & 119 = 118 - 111 = \{ \{ (\overline{114} + 119) - 118 \} - 117 \} - 116 = \end{aligned}$$

اول وہ خطوط وحدانی دور کرنے چاہئے جو سب سے اندر واقع ہوں اس میں غلطی بھی نہیں ہوتی اور عمل بھی آسانی سے ہوتا ہے

امثلہ نمبری ۹ ح

$$\begin{aligned} & (1) \{ \{ (\overline{50} + 1) - (53 - 12) \} - (9 - 11) \} - 12 \\ & (2) \{ \{ (\overline{50} + 1) - (53 - 12) \} - (9 - 11) \} - 12 \\ & (3) \{ \{ (\overline{50} + 1) - (53 - 12) \} - (9 - 11) \} - 12 \\ & (4) \{ \{ (\overline{50} + 1) - (53 - 12) \} - (9 - 11) \} - 12 \\ & (5) \{ \{ (\overline{50} + 1) - (53 - 12) \} - (9 - 11) \} - 12 \\ & (6) \{ \{ (\overline{50} + 1) - (53 - 12) \} - (9 - 11) \} - 12 \\ & (7) \{ \{ (\overline{50} + 1) - (53 - 12) \} - (9 - 11) \} - 12 \\ & (8) \{ \{ (\overline{50} + 1) - (53 - 12) \} - (9 - 11) \} - 12 \end{aligned}$$

جمع کرو

$$\begin{aligned} & (1) \{ \{ (\overline{50} + 1) - (53 - 12) \} - (9 - 11) \} - 12 \\ & (2) \{ \{ (\overline{50} + 1) - (53 - 12) \} - (9 - 11) \} - 12 \\ & (3) \{ \{ (\overline{50} + 1) - (53 - 12) \} - (9 - 11) \} - 12 \\ & (4) \{ \{ (\overline{50} + 1) - (53 - 12) \} - (9 - 11) \} - 12 \end{aligned}$$

$$(1) \{ \{ (\overline{50} + 1) - (53 - 12) \} - (9 - 11) \} - 12$$

$$(2) \{ \{ (\overline{50} + 1) - (53 - 12) \} - (9 - 11) \} - 12$$

$$(3) \{ \{ (\overline{50} + 1) - (53 - 12) \} - (9 - 11) \} - 12$$

(۴) ۱-ب- (۲-ج) کو (۱۲-۲-ب) -ج+د

(س) (۱۱-ب-۱۱) - (ب-۱-ج) اور (۱۱+ب-۱۱) + (ب+۱-ج) کو جمع کرو

اور اول کو آخر سے تفریق کرو

(ش) تفریق کرو

۱۱-ب- ۱۱-۱- (۱۱-۱-ج) کو (۱۱+۱-۱۱) - (۱۱+۱-۱۱)

(۲۶) جبر یہ جملوں میں خطوط وحدانی اور خط عرضی کا داخل کرنا

جبر یہ جملہ میں جتنی رقموں کو چاہیں خطوط وحدانی کی اندر یا خط عرضی کی نیچی اس طرح داخل کر سکتی ہیں اگر اول رقم کو داخل کرنا چاہتی ہیں مثبت ہو تو خطوط وحدانی یا خط عرضی کی اول علامت + کا لکھو اور ارقام کو بجنسہ مع او کی علامتوں کی اور ترتیب کی اور خطوط وحدانی کی اندر یا خط عرضی کی نیچی لکھو اور اگر اول رقم کو خطوط وحدانی کی اندر یا خط عرضی کی نیچی لکھنا چاہتی ہیں منفی ہو تو - کی علامت خطوط وحدانی یا خط عرضی کی اول لکھو دو اور ارقام کو او کی اندر یا نیچی بجنسہ موافق او کی ترتیب کی لکھو دو لیکن علامتیں بدل دو یعنی جو + ہو اوسی - بناؤ اور جو - ہو اوسکو + بناؤ

اسلئے کہ خطوط وحدانی کی اول - کا ہونا دال اس امر پر ہی کہ وہ سب مفاد یہ خطوط وحدانی کے اندر یا خط عرضی کی نیچی داخل ہیں تفریق کی جائیں یعنی جب خطوط وحدانی یا خط عرضی دور ہوں تو ادن سب کے علامت بدل دیجایں مثال اوسکی یہ ہے کہ

$$۱ + ب - ج + د = ۱ + (ب - ج + د)$$

$$۱ = ۱ + ب - (ج - د)$$

$$۱ - ب + ج - د = ۱ - (ب - ج + د)$$

$$۱ = ۱ - ب + (ج - د)$$

$$۱ = ۱ - ب + ج - (د)$$

$$۱ - ب + ج - د = ۱ - (ب - ج + د)$$

$$۱ = ۱ - (ب - ج + د)$$

$$۱ - ب + ج + د = ۱ - (ب - ج + د)$$

$$۱ = ۱ - (ب - ج + د)$$

امثلہ نمبری ۱۰

۱+۲-۳+۴-۵+۶-۷+۸-۹+۱۰-۱۱+۱۲-۱۳+۱۴-۱۵+۱۶-۱۷+۱۸-۱۹+۲۰

(۱) دو دررقمین

(۲) چار چاررقمین

(۳) دو خطوط وحدانی میں جن میں سے ہر ایک کے اندر دو دررقمین ایک اور خطوط وحدانی کی اندر ہوں

(۴) سوا اول کے دو رقموں کے سبب رقمین ایک خط وحدانی کے اندر

(۵) سوال چارم کی جواب میں آخر پانچ رقموں کو اس طرح لکھو کہ اوّل میں سے دو ایک خطوط وحدانی میں

اور تین ایک خطوط وحدانی میں اس طرح ہوں کہ آخر خطوط وحدانی کی رقمین اپنی باقی کی خطوط وحدانی کے

اندر ہی ہوں

ضرب

(۱۶) اول مقادیر مفردہ کی ضرب

قاعدہ دو نو مقادیر کی امثال عددی کو اس میں ضرب دو اور بعد ان عددوں کے حاصل ضرب کے

حروف کو بالترتیب لکھ دو اور حاصل ضرب کی اول اگر مضروب اور مضروب فیہ دونوں کی یکساں

علامت ہو تو + اور اگر مختلف علامت ہو تو - لکھو

مثال ۱۵ × ۲ = ۳۰

مثال ۱۵ × ۳ = ۴۵

مثال ۳ × ۴ = ۱۲

دوم مقادیر مرکب کی ضرب

قاعدہ مضروب فیہ کی ہر رقم کو دائیں طرف سے شروع کر کے بائیں طرف مضروب کے ہر رقم میں موافق

قاعدہ مذکور کے ضرب دو اور جو حاصل ضرب حاصل ہوں ان کو موافق قاعدہ کے جمع کر لو حاصل جمع

حاصل ضرب مطلوب ہوگا

استیاء اول مضروبین کو خواہ کسی ترتیب سی ضرب دین حاصل ضرب ایک ہی ہو گا جیسے کہ

۴×۴ کا حاصل ضرب دہی ہو ۴×۴ کا حاصل ضرب ہی ہو اسطرحی کہ ۴×۴ کی معنی یہ ہیں کہ چیریزین
چہم دفعہ کی گئیں یعنی ۴×۴ اور ۴×۴ کی یہی معنی ہیں کہ چہم چیریزین جابر دفعہ کی گئیں یعنی ۴×۴ چیریزین
دفعہ ۴ حساب کے رسالہ کی دیکھو

موافق ہی ہوں کہ اب اور ب اب میں برابر ہیں اور اب ج اور ب ج اور ج ب اور ب ج
اور ج ب اب میں متساوی ہیں

استیاء دوم جب مضروبین میں ایک ہی مقدار کے مختلف قواد موجود ہوں تو حاصل ضرب
جزئیہ میں مقدار ہر مقدار کا ایک دوسرے کے بچی ایک سطر ای میں انہایت بکا رہا ہو گا اسلئے
ارقام کو یہ ترتیب قواد لکھو

(۲۸) یہ پہلی بیان کر آئی ہیں کہ اگر مضروب اور مضروب فیہ کی علامتیں یکساں ہوں تو حاصل ضرب
مثبت ہو گا اور اگر ان کی علامتیں مختلف ہوں تو حاصل ضرب منفی ہوتا ہی اگر اے ب اور ج ب د
تو (ا-ب) اور (ج-د) کے حاصل ضرب سی قاعدہ علامات کا مستقیق ہوتا ہے

(ا-ب) کو (ج-د) میں ضرب دینی کی معنی یہ ہیں کہ ا-ب کو اتنی دفعہ جمع کریں جتنی ا کا نشان
ج-د میں ہیں اسطرحی (ا-ب) اور (ج-د) کی حاصل ضرب سی دہی حاصل ہوتا ہے جو
(ا-ب) کے ج گنی میں سے (ا-ب) کے د گنی کے منہا کرنے سے

اب (ا-ب) کے ج گنی کے یہی معنی ہیں کہ ا کے ج گنی میں سے ب کے ج گنی کو تفریق کریں
یعنی ج میں سے ب ج کو تفریق کریں اور یہ $ج - ب ج$
اور علی ہذا القیاس (ا-ب) کا دگنا $ا - د ب$

اسیو (ا-ب) (ج-د) $= ج - ب ج - (ا - د ب)$

$= ج - ب ج - ا + د ب$ جو جب قاعدہ تفریق کے

اب ہم اس حاصل میں دیکھتی ہیں کہ

(۲) $5+u$	(۱) $5n+u$
$5-u$	$12+13$
اول لاین $u+u$	اول لاین $10+u$
دوم زمین $5-5$	دوم زمین 15
$5-5$	اول $10+u$ + دوم $15+u$ + سیم $10+u$
(۴) $u+u+u$	(۳) $u+u+u$
$u-u$	$u-u$
$u+u+u$	$u+u+u$
$u-u-u$	$u-u-u$
$u-u$	$u-u-u$
(۴) $u+u+u$	(۵) $u+u+u$
$u-u$	$u-u$
$u+u+u$	$u+u+u$
$u-u-u$	$u-u-u$
$u-u$	$u-u-u$
$u+u+u$	$u+u+u$
$u-u-u$	$u-u-u$
$u-u$	$u-u-u$
$u+u+u$	$u+u+u$
$u-u-u$	$u-u-u$
$u-u$	$u-u-u$
$u+u+u$	$u+u+u$
$u-u-u$	$u-u-u$
$u-u$	$u-u-u$
$u+u+u$	$u+u+u$
$u-u-u$	$u-u-u$
$u-u$	$u-u-u$

(۵) محل ضرب متواتر (۱) $u+u$ اور (۲) $u+u$ اور (۳) $u+u$ اور (۴) $u+u$ اور (۵) $u+u$

۴ $u+u$ + ۹ اور ۲ $u+u$ - ۳ اور ۲ $u+u$ + ۳

$u+u$	$u+u$
$u-u$	$u-u$
$u+u$	$u+u$
$u-u$	$u-u$
$u+u$	$u+u$
$u-u$	$u-u$
$u+u$	$u+u$
$u-u$	$u-u$
$u+u$	$u+u$
$u-u$	$u-u$
$u+u$	$u+u$

مثالین مشق فی وسطی

امثلہ نمبر ۱۱ (ب) ضرب دو

(۱) لا + لا کو لا + ۹ مین + ۱ + ب کو ۱ + ب مین ۱۳ - ۳ کو ۱۲ + ۳ ب مین اور

۱۲ - ۳ اور ۱ + ب کو ۱ - ب مین

(۲) ۱۳ - ۱۲ کو ۱۳ ب - ۲ مین ۱۲ - لا کو ۱۲ + لا مین ۱۲ + ۳ ب کو ۱۲ د + ر مین

(۳) لا - لا ۳ + لا ۳ اور لا - لا ۳ کو لا - لا ۳ مین

(۴) ۱ - ۱ + ب کو ۱ + ب مین اور لا - لا ۳ + لا ۳ کو لا + لا ۳ + لا ۳ مین

(۵) ۱۲ - لا کو ۱۲ + ب - ۱۲ کو ۱۲ + ب - ۱۲ کو ۱۲ + ب مین اور

۱۲ + لا + لا کو ۱۲ - لا مین

(۶) ۱ + لا ۲ + لا ۲ کو لا ۲ + لا ۲ مین اور لا - لا ۲ + لا ۲ کو لا ۲ + لا ۲ مین

کو لا - لا ۲ مین

(۷) لا ۲ + لا ۲ کو لا ۲ + لا ۲ مین اور لا - لا ۲ + لا ۲ کو لا ۲ + لا ۲ مین

(۸) لا ۲ + لا ۲ کو لا ۲ + لا ۲ مین اور لا - لا ۲ + لا ۲ کو لا ۲ + لا ۲ مین

۱۲ + لا + لا کو لا ۲ - لا مین

(۹) لا ۲ - لا ۲ کو لا ۲ + لا ۲ مین اور لا - لا ۲ + لا ۲ کو لا ۲ + لا ۲ مین

(۱۰) لا ۲ + لا ۲ کو لا ۲ + لا ۲ مین اور لا - لا ۲ + لا ۲ کو لا ۲ + لا ۲ مین

کو لا + لا ۲ - لا ۲ مین

(۱۱) لا ۲ + لا ۲ کو لا ۲ + لا ۲ مین اور لا - لا ۲ + لا ۲ کو لا ۲ + لا ۲ مین

(دوم) متواتر حاصل ضرب لا - لا اور لا + لا اور لا - لا اور لا + لا اور لا + لا اور

لا - لا اور لا + لا اور لا - لا اور لا + لا اور لا - لا اور لا + لا اور

(۳) لا کا سران حاصل ضربوں مین دریافت کرو

$$(۱۴) \quad \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10}$$

$$+ \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10}$$

$$(۱۵) \quad \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10}$$

مثالین مشق کی وسطی

امثلہ نمبری ۱۱ (د) ضرب دو

$$(۱) \quad \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10}$$

$$(۲) \quad \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10}$$

$$(۳) \quad \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10}$$

$$(۴) \quad \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10}$$

$$50 \times 2 + 25 \times 5 + 11 \times 1 = 50 \times 11 \times 2 + (50) + (11) = (50 + 11) \quad (۲)$$

$$50 \times 5 + 50 \times 2 + 11 \times 1$$

$$50 \times 4 + 50 \times 9 + 11 \times 1 = 50 \times 2 \times 2 + (50) + (11) = (50 + 11) \quad (۳)$$

$$50 \times 4 + 50 \times 9 + 11 \times 1$$

$$50 \times 12 + 50 \times 9 + 11 \times 1 = (50) \times (12) \times 2 + (50) + (11) = (50 + 11) \quad (۴)$$

$$50 \times 9 + 50 \times 12 + 11 \times 1$$

$$(50) \times (12) \times 2 + (50) + (11) = (50 + 11) \quad (۵)$$

$$50 \times 12 + 50 \times 9 + 11 \times 1 = 50 \times 12 + 50 \times 9 + 11 \times 1$$

$$50 \times 12 + 50 \times 9 + 11 \times 1 = (50) \times (12) \times 2 + (50) + (11) = (50 + 11) \quad (۶)$$

$$50 \times 12 + 50 \times 9 + 11 \times 1$$

$$(50) \times (12) \times 2 + (50) + (11) = (50 + 11) \quad (۷)$$

$$50 \times 12 + 50 \times 9 + 11 \times 1 = 50 \times 12 + 50 \times 9 + 11 \times 1$$

(۸) اسے ترکیب سی (۱+ب+ج) اس طرح دریافت ہو سکتا ہے کہ

$$[1 + (b + c)] = [1 + (b + c)]$$

۱+ب کو ایک رقم اور ج کو دوسری رقم خیال کرو تو

$$= (1 + b) \times 2 + 1 + c = (1 + b) \times 2 + 1 + c$$

$$= 2 + 2b + 1 + c = 3 + 2b + c$$

$$= 2 + 2b + 1 + c = 3 + 2b + c$$

اسے معلوم ہوا کہ محید کسی جملہ ثنائی کا مجموعہ مربعان تمام ارقام کی جو اویسین خلی ہیں + ح

خل ضرب ہر ایک دور قنون کے

$$(9) [10 + (10 + 10)] = [10 + (10 + 10)]$$

$$1 \times (u + v)^2 + 1 \times (u + v)^2 =$$

$$u^2 + v^2 + 2uv + 1 + 1 + 2u + 2v =$$

$$u^2 + v^2 + 2uv + 2 + 2u + 2v =$$

امثلہ مشق

امثلہ نمبری ۱۲ (۱) ان جملوں کا محدود لکھو

$$(۱) u + v \text{ اور } u + v + 1 \text{ اور } u + v + 2 \text{ اور } u + v + 3$$

$$(۲) u + v + 1 \text{ اور } u + v + 2 \text{ اور } u + v + 3 \text{ اور } u + v + 4$$

$$(۳) u^2 + v^2 + 2uv + 1 \text{ اور } u^2 + v^2 + 2uv + 2 \text{ اور } u^2 + v^2 + 2uv + 3$$

$$(۴) \frac{1}{u} + \frac{1}{v} + \frac{1}{uv} \text{ اور } \frac{1}{u} + \frac{1}{v} + \frac{1}{uv} + \frac{1}{u^2} \text{ اور } \frac{1}{u} + \frac{1}{v} + \frac{1}{uv} + \frac{1}{v^2}$$

$$(۵) \frac{1}{u} + \frac{1}{v} + \frac{1}{uv} + \frac{1}{u^2} + \frac{1}{v^2} \text{ اور } \frac{1}{u} + \frac{1}{v} + \frac{1}{uv} + \frac{1}{u^2} + \frac{1}{v^2} + \frac{1}{u^3}$$

$$(۶) \frac{1}{u} + \frac{1}{v} + \frac{1}{uv} + \frac{1}{u^2} + \frac{1}{v^2} + \frac{1}{u^3} + \frac{1}{v^3}$$

$$(۷) u + v + 1 \text{ اور } u + v + 2 \text{ اور } u + v + 3 \text{ اور } u + v + 4$$

$$(۸) u^2 + v^2 + 2uv + 1 \text{ اور } u^2 + v^2 + 2uv + 2 \text{ اور } u^2 + v^2 + 2uv + 3$$

$$(۹) (u - v) + (u - v) + (u - v) = (u - v) + (u - v) + (u - v)$$

یعنی محدود کسی جملہ ثنائی (۱-۲) = دونوں رقموں کی محدود کی مجموعہ - دونوں رقموں کا حاصل ضرب

امثلہ نمبری ۱۲ (ب)

مثالیں حل کی ہوئی

$$(۱) (u - v)^2 = u^2 - 2uv + v^2 = 5^2 - 2 \times 5 \times 2 + 2^2 = 25 - 20 + 4 = 9$$

$$(۲) (u^2 - v^2)^2 = (u^2)^2 - 2(u^2)(v^2) + (v^2)^2 = 14^2 - 2 \times 14 \times 9 + 9^2 = 196 - 252 + 81 = 25$$

$$(۳) \frac{1}{u} + \frac{1}{v} + \frac{1}{uv} = \frac{1}{u} + \frac{1}{v} + \frac{1}{uv}$$

$$(۴) \frac{1}{u} + \frac{1}{v} + \frac{1}{uv} + \frac{1}{u^2} + \frac{1}{v^2} = \frac{1}{u} + \frac{1}{v} + \frac{1}{uv} + \frac{1}{u^2} + \frac{1}{v^2}$$

$$= \{2 - (b + 1)\} = \{2 - b + 1\}$$

$$= (b+1)^2 - 2(b+1) + (b) = b^2 + 2b + 1 - 2b - 2 + b = b^2 - 1$$

$$2x^2 - 2x - 2 + 4x + 2 + 1 =$$

$$2b_2 - 2a_2 - b_1 + 2 + b_1 + 1 =$$

$$[(z-\beta)-1] = [z+(\beta-1)] = [z+\beta-1] \quad (5)$$

$$r(z + (b-1)) = r(z + b - 1) \quad (1)$$

$$= (1-b)^2 + 2(1-b) + (1-b)^2$$

$$4z^2 - 12z + 2 + 41z - 5 + 7 =$$

$$z = 1 - z + z^2 - z^3 + z^4 - z^5 + \dots$$

$$[(z-b)-1] = [(z+b)-1](r)$$

$$= 1 + (b - c) - (b - c) + 1 = 2$$

$$= 5 + 2 + 2 - 2 - 2 + 2 + 2 = 6$$

$$\{-(u \cdot v)\} = \{-(u \cdot v)\} \quad (4)$$

$$\gamma(u \varepsilon - \tilde{v}) \gamma - \tilde{\gamma} + \tilde{\gamma}(u \varepsilon - \tilde{v}) =$$

$$u \otimes v + u' \otimes v' + u'' \otimes v'' =$$

$$r + u_1 \varepsilon r + \tilde{u} (r - \varepsilon) + \tilde{u} \varepsilon r - \tilde{u} =$$

مثالیں مشق کی واسطی

۱۱۔ مثلہ نمبر ۱۱ (ب) ان جملوں کا مجذور لکھو

(۱) ۳-۱۱ اور ۱۲-۱۱ اور ۱۳-۱۱ اور ۱۴-۱۱

$$L \rightarrow L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5 + L_6 + L_7 =$$

امثلہ نمبری ۱۲ (ج) حاصل ضرب لکھو

$$6\frac{5}{4} + 7\frac{3}{4} \text{ اور } 14\frac{5}{4} - 7\frac{3}{4} = 6\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \text{ اور } \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \text{ اور } 6\frac{1}{2} + 1 = 7\frac{1}{2} \text{ اور } 7\frac{1}{2} - 7\frac{1}{2} = 0 \text{ (۲)}$$

$$(3) \quad \frac{1}{u} + \frac{1}{v} \text{ اور } \frac{1}{w} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \text{ اور } \frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{1}{u} + \frac{1}{v} \text{ اور } \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{u} + \frac{1}{v}$$

(۴) لا + و + و اور لا + و - اکا + و + ب + سح اور ا + ب - سح کا

(۵) $1 + 2 + 3 + \dots + 100$ اور $1 + 2 + 3 + \dots + 100$ کا

[illegible]

$$u(u+1) + u + 1 = (u+1)(u+1) \quad (2)$$

$$u(b+1) - u+b+1 = (u-b)(b-1) \quad (2)$$

$$u(1-p) + u - p = (u-p)(u+1) \quad (5)$$

(مش) $(u - b)(u + b) = u^2 - b^2 = u^2 - b^2$

امثلہ نمبری ۱۲ (د) (ر) (س) (ش)

مثالیں جل کی ہوئی

$$(1) (2+u)(3+u) = 4+u+(3+1)u$$

$$4 + 0 + \cancel{5} \cancel{6} 0 + 4 + \cancel{5} =$$

$$(2) \quad (u^2 - 4)(u^2 - 5) = (u^2 - 3) + 35 - (u^2) - 2(u + 4) \text{ بموجب (1) کے}$$

$$u_{n+1} - u_n - \rho(u_n - u_{n-1}) = u_n + \rho =$$

$$(۳) (۷+۲) (۷-۳) = ۷-۴ + (۲-۳) ۷ \text{ بموجب (س) کے}$$

$$۷-۴ + ۷ + ۱۴ - ۲۱ = ۷$$

$$(۴) (۷-۲) (۷+۳) = ۷-۴ + (۳-۲) ۷ \text{ بموجب (ب) کے}$$

$$۷-۴ + ۷ - ۱۴ + ۲۱ = ۷$$

$$۷-۴ + ۷ - ۱۴ + ۲۱ = ۷$$

اگر طلبہ کو کچھ وقت قوانین جبریہ (د) و (س) پیش کے یاد کرنے میں معلوم ہوں تو وہ اس طرح عمل کیا کریں

$$(۵) (۷-۲) (۷+۳) = (۷-۲) ۷ + ۳(۷-۲)$$

$$۷-۴ + ۷ + ۲۱ - ۱۴ = ۷$$

$$۷-۴ + ۷ - ۱۴ + ۲۱ = ۷$$

$$(۶) (۷-۲+۱+۲) (۷-۲) = (۷-۲) ۷ - ۲(۷-۲) + ۱(۷-۲) + ۲(۷-۲)$$

$$۷-۴ + ۷ - ۱۴ + ۲۱ - ۱۴ + ۷ - ۲ + ۱۴ - ۲ = ۷$$

$$۷-۴ + ۷ - ۱۴ + ۲۱ - ۱۴ + ۷ - ۲ + ۱۴ - ۲ = ۷$$

$$(۷) (۷+۲+۳+۴) (۷-۲) = (۷-۲) ۷ + ۲(۷-۲) + ۳(۷-۲) + ۴(۷-۲)$$

$$۷-۴ + ۷ - ۱۴ + ۲۱ - ۱۴ + ۷ - ۲ + ۱۴ - ۲ + ۲۱ - ۱۴ + ۲۸ - ۲۸ = ۷$$

$$۷-۴ + ۷ - ۱۴ + ۲۱ - ۱۴ + ۷ - ۲ + ۱۴ - ۲ + ۲۱ - ۱۴ + ۲۸ - ۲۸ = ۷$$

مثالیں مشق کی واسطی

امثلہ نمبر ۱۲ (د) (ر) (س) (ش) حاصل ضرب لکھو

$$(۱) ۱۲+۷ اور ۱۲-۷ کا اور ۱۴-۷ اور ۱۱-۷ کا اور ۵-۷ اور ۲+۷ کا$$

$$(۲) ۱۲-۷ اور ۱۲+۷ کا اور ۱۴-۷ اور ۱۴+۷ کا اور ۱۶-۷ اور ۱۶+۷ کا اور ۱۸-۷ اور ۱۸+۷ کا$$

$$(۳) ۱۲+۷ اور ۱۲-۷ کا اور ۱۴+۷ اور ۱۴-۷ کا اور ۱۶+۷ اور ۱۶-۷ کا اور ۱۸+۷ اور ۱۸-۷ کا$$

$$\begin{aligned}
 (۴) & (۲۰+۷۹-۷) - (۷۵-۷) - (۴۲+۷۱۳-۷) - (۷۴-۷) \text{ کا حصہ کرو} \\
 & (۲۰+۷۹-۷) - (۷۵-۷) - (۴۲+۷۱۳-۷) - (۷۴-۷) \\
 & = (۷۴-۷+۷۹-۷-۷۵+۷-۴۲-۷۱۳-۷) \\
 & - (۷۴-۷+۷۹-۷-۷۵+۷-۴۲-۷۱۳-۷) \\
 & = ۷۴-۷+۷۹-۷-۷۵+۷-۴۲-۷۱۳-۷ \\
 & + ۷۴-۷+۷۹-۷-۷۵+۷-۴۲-۷۱۳-۷ \\
 & = ۷۴-۷+۷۹-۷-۷۵+۷-۴۲-۷۱۳-۷
 \end{aligned}$$

امثلہ نمبری ۱۳

ذیل کے جملوں کو مختصر کرو

$$\begin{aligned}
 (۱) & (۱-۷) (۲+۷) - (۲-۷) (۱+۷) \\
 (۲) & (۱-۷) (۲+۷) + (۲-۷) (۱+۷) \\
 (۳) & ۷۲ (۱-۷) (۲+۷) - (۲-۷) (۱+۷) \\
 (۴) & (۲-۷) (۱+۷) + (۲+۷) (۱-۷) + (۲-۷) (۱+۷) \\
 (۵) & (۱+۷) (۲+۷) + (۲-۷) (۱+۷) + (۲+۷) (۱-۷) \\
 (۶) & (۱+۷) (۲+۷) - (۲+۷) (۱+۷) - (۲+۷) (۱-۷) \\
 (۷) & (۱+۷) (۲+۷) + (۲-۷) (۱+۷) + (۲+۷) (۱-۷) \\
 (۸) & (۱-۷) (۲+۷) + (۲-۷) (۱+۷) + (۲+۷) (۱-۷) \\
 (۹) & (۱-۷) (۲+۷) - (۲-۷) (۱+۷) + (۲+۷) (۱-۷) \\
 & اور جب ۱ = ۱/۲ اور ۱ = ۱/۲ کے ہوتے تو اس کی عددی قیمت دریافت کرو \\
 (۱۰) & (۱+۷) (۲+۷) - (۲+۷) (۱+۷) - (۲+۷) (۱-۷) \\
 (۱۱) & (۱+۷) (۲+۷) - (۲-۷) (۱+۷) - (۲+۷) (۱-۷)
 \end{aligned}$$

$$(12) \quad (u^2+1)^3 - (u^2+1)^2 (u^2+1) + (u^2-1) + (u^2-1)$$

$$(13) \quad (u^2+1)^2 - (u^2+1)(u^2+1)$$

$$(14) \quad (u^2+1)(u^2+1) + (u^2+1)(u^2+1) + (u^2+1)(u^2+1) + (u^2+1)(u^2+1)$$

$$(15) \quad (u^2+1)(u^2+1) - (u^2+1)(u^2+1) + (u^2+1)(u^2+1) + (u^2+1)(u^2+1)$$

$$(16) \quad (u^2+1)(u^2+1) - (u^2+1)(u^2+1) + (u^2+1)(u^2+1) - (u^2+1)(u^2+1)$$

اور جب $u = 1$ $v = 1$ $w = 1$ کے لئے تو ہر کسی عددی قیمت ہی دریافت کرو

$$(17) \quad (u^2+1)(u^2+1) - (u^2+1)(u^2+1) + (u^2+1)(u^2+1) + (u^2+1)(u^2+1)$$

$$(18) \quad (u^2+1)(u^2+1) + (u^2+1)(u^2+1)$$

(۱۸) $(u^2+1)(u^2+1)$ کی عددی قیمت اور حالت میں دریافت کرو کہ

$$u = 1 \text{ اور } v = 1 \text{ اور } w = 1$$

$$(19) \quad (u^2+1)(u^2+1) + (u^2+1)(u^2+1) + (u^2+1)(u^2+1) + (u^2+1)(u^2+1)$$

$$(20) \quad (u^2+1)(u^2+1) - (u^2+1)(u^2+1) + (u^2+1)(u^2+1) - (u^2+1)(u^2+1)$$

$$(21) \quad (u^2+1)(u^2+1) + (u^2+1)(u^2+1) - (u^2+1)(u^2+1) - (u^2+1)(u^2+1)$$

$$u = 1$$

$$(22) \quad (u^2+1)(u^2+1) - (u^2+1)(u^2+1) + (u^2+1)(u^2+1) - (u^2+1)(u^2+1)$$

$$(23) \quad (u^2+1)(u^2+1) + (u^2+1)(u^2+1) - (u^2+1)(u^2+1) - (u^2+1)(u^2+1)$$

$$(24) \quad (u^2+1)(u^2+1) + (u^2+1)(u^2+1) - (u^2+1)(u^2+1) - (u^2+1)(u^2+1)$$

$$(25) \quad (u^2+1)(u^2+1) - (u^2+1)(u^2+1) + (u^2+1)(u^2+1) - (u^2+1)(u^2+1)$$

$$(26) \quad (u^2+1)(u^2+1) + (u^2+1)(u^2+1) - (u^2+1)(u^2+1) - (u^2+1)(u^2+1)$$

$$(27) \quad (u^2+1)(u^2+1) - (u^2+1)(u^2+1) + (u^2+1)(u^2+1) - (u^2+1)(u^2+1)$$

$$(28) \quad (u^2+1)(u^2+1) + (u^2+1)(u^2+1) - (u^2+1)(u^2+1) - (u^2+1)(u^2+1)$$

$$= (۵۲-۷) (۷-۷) (۷-۷) =$$

$$(۲۷) \text{ ثابت کرو کہ } (۷+۲+۷) (۷+۲+۷) (۷+۲+۷) - (۷+۲+۷) (۷+۲+۷) (۷+۲+۷)$$

$$= (۷-۷) (۷-۷) (۷-۷) + (۷-۷) (۷-۷) (۷-۷) + (۷-۷) (۷-۷) (۷-۷)$$

$$(۲۸) \text{ ثابت کرو کہ } (۷-۷) (۷-۷) (۷-۷) - (۷-۷) (۷-۷) (۷-۷) = (۷-۷) (۷-۷) (۷-۷)$$

$$- (۷-۷) (۷-۷) (۷-۷) = (۷-۷) (۷-۷) (۷-۷) - (۷-۷) (۷-۷) (۷-۷)$$

$$(۲۹) \text{ ثابت کرو کہ } (۷+۲+۷) (۷+۲+۷) (۷+۲+۷) - (۷+۲+۷) (۷+۲+۷) (۷+۲+۷)$$

$$+ (۷-۷) (۷-۷) (۷-۷) - (۷-۷) (۷-۷) (۷-۷) = (۷-۷) (۷-۷) (۷-۷)$$

$$(۳۰) \text{ ثابت کرو کہ } (۷+۲+۷) (۷+۲+۷) (۷+۲+۷) + (۷-۷) (۷-۷) (۷-۷)$$

$$+ ۷ = (۷+۲+۷) (۷+۲+۷) (۷+۲+۷) \cdot (۷-۷) (۷-۷) (۷-۷)$$

قسمت

(۳۲) حالت اول مقسوم اور مقسوم علیہ دونوں مفرد مقدار ہوں

قاعدہ مقسوم علیہ کو سبھی مقسوم کی کسر کا کٹ لکھو اور کسر کی دونوں رقموں کو اداں اجزاء ضربی پر ضرب کر دو اور رقموں میں ہوں تقسیم کرو اگر دونوں رقموں کی اداں علامتیں ہوں تو خارج قسمت میں علامت + اور

اگر ان کی مختلف علامتیں ہوں تو علامت - لکھو

مثال ۱۰ ب ج کو ا و ح پر تقسیم کرو

ب موجب قاعدہ کے عمل کیا تو

$$\frac{۱۰}{۱۰} = ۱$$

دلیل یہ ہے کہ ا و ح \times ب = ا و ح \div $\frac{۱۰}{۱۰}$ = ب کے ہونا چاہی

مثال ۱۱ ۱۲ ب ج کو ۲ پر اور ۱۰ ا ل ا ی کو ۵ پر تقسیم کرو

$$\frac{۱۲}{۱۲} = ۳ - ۳ ب ج اور - ۱۰ ا ل ا ی = \frac{۱۰}{۱۰} = ۱$$

مثال ۱۲ ۱۴ ب ج کو ۷ ل ا ح پر اور ۲ م ن ح کو ۴ م ق ر پر تقسیم کرو

$$\frac{14}{1} \div \frac{2}{1} = 7 \quad \text{اور} \quad \frac{20}{1} \div \frac{2}{1} = 10 \quad \text{اور} \quad \frac{2}{1} \div \frac{2}{1} = 1$$

(۳۳) ضرب کے قواعد علامات سی تقسیم کی بھی قواعد علامات اخذ ہوتی ہیں

$$\text{چونکہ } 1 + 1 = 2 \quad 1 + 1 = 2 \quad 1 + 1 = 2 \quad \text{اور} \quad 1 + 1 = 2$$

$$1 + 1 = 2 \quad 1 + 1 = 2 \quad 1 + 1 = 2 \quad \text{اور} \quad 1 + 1 = 2$$

$$1 - 1 = 0 \quad 1 - 1 = 0 \quad 1 - 1 = 0 \quad \text{اور} \quad 1 - 1 = 0$$

اسی واسطی علامات متبادلہ سی مثبت اور علامات غیر متبادلہ سی منفی حاصل ہونا چاہی

(۳۴) حالت دوم مقسوم مقدار مرکب اور مقسوم مقدار مفرد ہو

قاعدہ مقسوم کی ہر رقم کو مقسوم علیہ پر بموجب حالت اول کے تقسیم کرو

مثال ۱۲۱ - ۱۲ کو ۱۳ پر تقسیم کرو

$$\text{بموجب قاعدہ مذکور کے عمل کرو تو } \frac{121}{13} = 9 \text{ باقی } 4$$

دلیل عمل مذکور کی یہی کہ

$$(۱۲) \text{ ب } (۱۳) = 156 \quad 121 - 156 = -35 \quad \text{اور} \quad 121 - 156 = -35$$

(۳۵) اگر ایک مقدار کی ایک قوت دوسری قوت پر تقسیم کرنی ہو تو ایک کی قوت نمایک دوسری

کا قوت متاقرین کرو

$$\text{مثلاً } \frac{1}{3} = \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\text{دلیل کی یہی کہ } 1 \times 1 \times 1 = 1$$

$$1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} = \frac{1}{3} = \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\text{کیونکہ } (1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1) = (1 \times 1) \times (1 \times 1 \times 1)$$

$$\text{علیٰ بن القیس } \frac{1}{3} = \frac{1}{3} = \frac{1}{3} = \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

$$1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1 \quad (۱ - ۱) \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 0$$

== ۱۰ - محبوبِ حارود کے

اگر n = $1 \times 1 \dots 1$ (n) اجزاء میں تقسیم ہو

10

۱۲ مثلاً نمبر ۱۲

مشالین حل کی ہوئی

(۱) - ۲۸ لاؤ کو - ۳ لاؤ پر اور - ۴ لاؤ - ۵ لاؤ + ۶ لاؤ کو - ۷ لاؤ پر فیم کرو

$$504 - 1 + 0.91 = \frac{504 + 3093 - 5134}{11} + 1 = \frac{256}{11} = 23.27$$

[illegible]

$$\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10}$$

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

[illegible]

$$r - r_0 = r - r_0(r - r_0)^{-r + r_0} = \frac{r_0^{r + r_0}}{r_0^{r - r_0}}$$

$$p - p_H(1-p) - p_H(1-p) - p_H(1-p) - p_H(1-p) = \frac{p_H(1-p) - p_H(1-p)}{p_H(1-p)} = \frac{p_H(1-p) - p_H(1-p)}{p_H(1-p)}$$

$$r_{01} + r_{02} = \frac{1+r_{02}}{1+r_{01}} =$$

مثالیں عشق کی وسطی

۱۷۔ تقسیم کرو

(۱) ۴ روپ کو ۱۲ پیر - ۱۵ روپ کو ۵ لاج پیر اور - ۴۵ روپ کو - ۵ روپ کو ۵ لاج پیر

- (۲) $۳۱۶ - ۳۱۵ = ۱$ اور $۱۲۱ - ۱۲۰ = ۱$ کو ۱۲۱ پر ۳ ج ۳ - کو ۱۲۱ پر ۳ ج ۳ - کو ۱۲۱ پر ۳ ج ۳ -
 (۳) $۱۵ - ۱۴ = ۱$ اور $۳۱۵ - ۳۱۴ = ۱$ کو ۳۱۵ پر ۳ ج ۳ - کو ۳۱۵ پر ۳ ج ۳ - کو ۳۱۵ پر ۳ ج ۳ -
 (۴) $۳۱۵ - ۳۱۴ = ۱$ اور $۳۱۵ - ۳۱۴ = ۱$ کو ۳۱۵ پر ۳ ج ۳ - کو ۳۱۵ پر ۳ ج ۳ - کو ۳۱۵ پر ۳ ج ۳ -
 (۵) $۳۱۵ - ۳۱۴ = ۱$ اور $۳۱۵ - ۳۱۴ = ۱$ کو ۳۱۵ پر ۳ ج ۳ - کو ۳۱۵ پر ۳ ج ۳ - کو ۳۱۵ پر ۳ ج ۳ -

(۳۷) **حالت سوم** مقسوم اور مقسوم علیہ دو نوفا دیں مرکب ہوں
قاعدہ مقسوم اور مقسوم علیہ کسی جن کی قوا کی موافق ہو ورنہ ہوا بالترتیب لکھو اور مقسوم کی
 اول رقم میں مقسوم علیہ کی اول رقم کو دیکھو کہ کتنی دفعہ شامل ہی ہو سکے خارج قسمت کی اول رقم بناؤ
 اور مقسوم علیہ کی ہر رقم کو اس میں ضرب دو اور حاصل ضرب کو مقسوم میں سے تفریق کرو اور باقی کو
 نیچے لکھ دو اور جتنی اور رقموں کی ضرورت ہو ان کو انار لو اور یہی عمل جاری رکھو جب تک کہ سب
 رقمیں ترائیں اور اس بات کی نہایت احتیاط رکھو کہ رقمیں بالترتیب انار ہی جائیں

مثال $۳۱۵ - ۳۱۴ = ۱$ اور $۳۱۵ - ۳۱۴ = ۱$ کو ۳۱۵ پر ۳ ج ۳ - کو ۳۱۵ پر ۳ ج ۳ - کو ۳۱۵ پر ۳ ج ۳ -
 (۱-۱) $۳۱۵ - ۳۱۴ = ۱$ اور $۳۱۵ - ۳۱۴ = ۱$ کو ۳۱۵ پر ۳ ج ۳ - کو ۳۱۵ پر ۳ ج ۳ - کو ۳۱۵ پر ۳ ج ۳ -
 $۳۱۵ - ۳۱۴ = ۱$

$۳۱۵ - ۳۱۴ = ۱$
 $۳۱۵ - ۳۱۴ = ۱$
 $۳۱۵ - ۳۱۴ = ۱$
 $۳۱۵ - ۳۱۴ = ۱$

اور ہر کے عمل میں اول ۳ کو ۱ پر تقسیم کیا تو ۱ خارج قسمت نکلا اور کو اول رقم خارج قسمت
 کی بنائی اور ۱ کو ۱ میں ضرب دیکر حاصل ضرب ۱ - کو ۱ حاصل کیا اور اس کو مقسوم کی
 دو رقموں سے تفریق کیا تو ۲ باقی نکلی اور اس کی ساتھ ۳ لا متصل کی رقم مقسوم کی تاکہ
 اور لکھ دی اب ۲ کو ۱ پر تقسیم کرنے سے ۲ حاصل ہوئی یہ دوسرے رقم خارج قسمت

کی ہی اب ۱- لا کو - ۲ لا میں ضرب دی اور - ۲ لا + ۲ لا حاصل کئی اور اس حاصل ضرب کی
 - ۲ لا + ۳ لا میں سی تفریق کیا تو باقی ۱ لا نکلی اوسکی ساتھ باقی رقم مقسوم کی - ۳ لا
 آتا کر شامل کی اب ۱ لا کو ۱ پر تقسیم کیا تو لا حاصل ہوا اوسکو خارج قسمت کی آخر رقم بناؤ اور
 ۱- لا کو لا میں ضرب دیا تو حاصل ضرب ۱ لا - ۳ لا حاصل ہوا اور اوسکو لا - لا میں سی
 تفریق کیا تو کچھ باقی نہ بچا

دلیل عمل مذکور کی موقوف اور مختصر اس امر یہی کہ مقسوم میں جتنی دفعہ مقسوم علیہ شامل ہے
 اوتنی دفعہ وہ مقسوم کی اجزاء میں بھی شامل ہی
 انتہاء بڑی احتیاط مقسوم اور مقسوم علیہ کی لکھتی میں ترتیب ارقام کی چاہی کہ وہ تصاعدی
 یا تنازلی ترتیب سے لکھی جائیں یعنی کسی ایک حرف کی نوا، بتدریج بڑھتی جائیں یا گھٹتی جائیں
 اور باقیات میں بھی یہی احتیاط ملحوظ خاطر رکھتی چاہی

امثلہ نمبری ۱۵

امثلہ قسمت حل شدہ

$$\begin{array}{r} \text{مثال ۱۲} \quad ۱۲ - ۱۳ - ۱۳ - ۳۴ - ۳۵ \quad \text{لا کو} \quad ۲۴ - ۲۴ - ۲۴ \quad \text{پر تقسیم کرو} \\ ۲۴ - ۲۴ \quad (۲۴ - ۲۴) \quad ۱۲ - ۱۳ - ۱۳ - ۳۴ - ۳۵ \quad (۳۴ - ۳۴) \quad ۲۴ - ۲۴ - ۲۴ \\ \hline ۱۲ - ۱۳ - ۱۳ \end{array}$$

$$۱۲ - ۱۳ - ۱۳$$

$$۱۲ - ۱۳ - ۱۳$$

$$۲۰ - ۲۰ + ۲۰ - ۲۰$$

$$۲۰ - ۲۰ + ۲۰ - ۲۰$$

مثال ۱۴ - ۱۴ - ۴۴ کو ۳ لا - ۴ پر تقسیم کرو

$$\frac{1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21+23+25+27+29+31}{1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21+23+25+27+29+31}$$

$$1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21+23+25+27+29+31$$

$$1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21+23+25+27+29+31$$

$$1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21+23+25+27+29+31$$

$$1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21+23+25+27+29+31$$

$$1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21+23+25+27+29+31$$

$$1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21+23+25+27+29+31$$

$$1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21+23+25+27+29+31$$

$$1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21+23+25+27+29+31$$

$$1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21+23+25+27+29+31$$

$$1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21+23+25+27+29+31$$

امثلہ مشق نمبری ۱۵

تقسیم کرو

$$(۱) \frac{1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21+23+25+27+29+31}{1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21+23+25+27+29+31}$$

$$(۲) \frac{1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21+23+25+27+29+31}{1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21+23+25+27+29+31}$$

$$(۳) \frac{1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21+23+25+27+29+31}{1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21+23+25+27+29+31}$$

$$(۴) \frac{1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21+23+25+27+29+31}{1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21+23+25+27+29+31}$$

$$(۵) \frac{1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21+23+25+27+29+31}{1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21+23+25+27+29+31}$$

$$(۶) \frac{1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21+23+25+27+29+31}{1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21+23+25+27+29+31}$$

$$(۷) \frac{1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21+23+25+27+29+31}{1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21+23+25+27+29+31}$$

$$(۸) \frac{1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21+23+25+27+29+31}{1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21+23+25+27+29+31}$$

$$(۹) \frac{1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21+23+25+27+29+31}{1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21+23+25+27+29+31}$$

$$(۱۰) \frac{1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21+23+25+27+29+31}{1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21+23+25+27+29+31}$$

$$= (b + u) - (a + u)$$

$$= (b + u) - (a - u)$$

$$(b + u) - (a - u) = (b + u) - (a - u)$$

امثلہ مشق نمبری ۱۵ ب

تقسیم کرو

$$(۱) \quad (a + b) - (a + b) = (a + b) - (a + b)$$

$$(۲) \quad (a - b) - (a - b) = (a - b) - (a - b)$$

$$(۳) \quad (a + b + c) - (a + b + c) = (a + b + c) - (a + b + c)$$

$$(۴) \quad (a - b - c) - (a - b - c) = (a - b - c) - (a - b - c)$$

$$(۵) \quad (a + b + c) - (a + b + c) = (a + b + c) - (a + b + c)$$

$$(۶) \quad (a - b - c) - (a - b - c) = (a - b - c) - (a - b - c)$$

$$(۷) \quad (a + b + c) - (a + b + c) = (a + b + c) - (a + b + c)$$

$$(۸) \quad (a - b - c) - (a - b - c) = (a - b - c) - (a - b - c)$$

$$(۹) \quad (a + b + c) - (a + b + c) = (a + b + c) - (a + b + c)$$

$$(۱۰) \quad (a - b - c) - (a - b - c) = (a - b - c) - (a - b - c)$$

$$(۱۱) \quad (a + b + c) - (a + b + c) = (a + b + c) - (a + b + c)$$

$$(۱۲) \quad (a - b - c) - (a - b - c) = (a - b - c) - (a - b - c)$$

$$(۱۳) \quad (a + b + c) - (a + b + c) = (a + b + c) - (a + b + c)$$

$$(۱۴) \quad (a - b - c) - (a - b - c) = (a - b - c) - (a - b - c)$$

$$\frac{1}{10} - \frac{1}{15} + \frac{1}{20}$$

$$\frac{1}{10} - \frac{1}{15} + \frac{1}{20}$$

$$\frac{1}{10} - \frac{1}{15} + \frac{1}{20}$$

$$\frac{1}{10} - \frac{1}{15} + \frac{1}{20}$$

اسو اعلیٰ خارج قسمت $\frac{1}{10} - \frac{1}{15} + \frac{1}{20}$ سے

مثال ۱۱: $\frac{1}{10} - \frac{1}{15} + \frac{1}{20}$ کو $\frac{1}{10} - \frac{1}{15} + \frac{1}{20}$ سے تقسیم کرو
 $\frac{1}{10} - \frac{1}{15} + \frac{1}{20}$ کو $\frac{1}{10} - \frac{1}{15} + \frac{1}{20}$ سے تقسیم کرو

$$\frac{1}{10} - \frac{1}{15} + \frac{1}{20}$$

$$\frac{1}{10} - \frac{1}{15} + \frac{1}{20}$$

$$\frac{1}{10} - \frac{1}{15} + \frac{1}{20}$$

$$\frac{1}{10} - \frac{1}{15} + \frac{1}{20}$$

$$\frac{1}{10} - \frac{1}{15} + \frac{1}{20}$$

اسو اعلیٰ خارج قسمت $\frac{1}{10} - \frac{1}{15} + \frac{1}{20}$ سے

$$\frac{1}{10} - \frac{1}{15} + \frac{1}{20}$$

$$\frac{1}{10} - \frac{1}{15} + \frac{1}{20}$$

$$\frac{1}{10} - \frac{1}{15} + \frac{1}{20}$$

$$\frac{1}{10} - \frac{1}{15} + \frac{1}{20}$$

$$\frac{1}{10} - \frac{1}{15} + \frac{1}{20}$$

x

$$(1 - \frac{1}{u}) (1 + \frac{1}{u} + \frac{1}{u^2} + \frac{1}{u^3} + \dots)$$

$$\frac{\frac{1}{u} - 1}{\frac{1}{u} - 1}$$

$$\frac{1 - \frac{1}{u}}{1 - \frac{1}{u}}$$

اسی واسطی خارج قسمت $1 + \frac{1}{u} + \frac{1}{u^2} + \frac{1}{u^3} + \dots$ ہی

مثال: ثابت کرو کہ $\frac{1}{u} + \frac{1}{u^2} + \frac{1}{u^3} + \dots = \frac{1}{u-1}$ پر $1 + \frac{1}{u} + \frac{1}{u^2} + \frac{1}{u^3} + \dots$ وغیرہ

$$\frac{\frac{1}{u} - 1}{\frac{1}{u} - 1}$$

$$\frac{1 - \frac{1}{u}}{1 - \frac{1}{u}}$$

$$\frac{1 - \frac{1}{u}}{1 - \frac{1}{u}}$$

اسی واسطی خارج قسمت $1 + \frac{1}{u} + \frac{1}{u^2} + \frac{1}{u^3} + \dots$ ہی

جب اوپر کے نتیجہ کو بغیر باقی کی طرح لکھتی ہیں کہ $\frac{1}{u-1} = 1 + \frac{1}{u} + \frac{1}{u^2} + \frac{1}{u^3} + \dots$ وغیرہ
تو علامات = سی حقیقی مساوات دونوں جملوں کی نہیں معلوم ہوتی بلکہ اسی نتیجہ سمجھا جاتا ہے

کہ کہ ایک سلسلہ کی صورت میں تعبیر ہو سکتی ہی

$$(18) \text{ ثابت کرو کہ } 1 - \frac{1}{u} + \frac{1}{u^2} - \frac{1}{u^3} + \frac{1}{u^4} - \frac{1}{u^5} + \dots = \frac{1}{1+u}$$

$$(1) (a+b) - 1 - b + \frac{1}{a} (a+b) - \frac{1}{a^2} (a+b) + \frac{1}{a^3} (a+b) - \frac{1}{a^4} (a+b) + \dots$$

$$\frac{1}{a+b}$$

$$- (a+b)$$

$$- \frac{1}{a} (a+b) - \frac{1}{a^2} (a+b) - \frac{1}{a^3} (a+b) - \dots$$

$$\frac{1}{a+b}$$

$$\frac{1}{a} (a+b) + \frac{1}{a^2} (a+b) + \frac{1}{a^3} (a+b) + \dots$$

$$- \frac{1}{a} (a+b) - \frac{1}{a^2} (a+b) - \dots$$

$$\frac{1}{a} (a+b) - \frac{1}{a^2} (a+b) - \frac{1}{a^3} (a+b) - \dots$$

$$\frac{1}{a} (a+b)$$

$$\text{ایسا خارج قسمت ۱- (a+b) + \frac{1}{a} (a+b) - \frac{1}{a^2} (a+b) + \frac{1}{a^3} (a+b) - \frac{1}{a^4} (a+b) + \dots$$

$$\frac{1}{a+b}$$

مثلاً نمبری ۱۵ (۱) ۱۵ کو ۱ + ۱ پرہ رقموں تک تقسیم کرو
اور ۱ کو ۱ + ۱ پر پانچ رقموں تک تقسیم کی ایسا سلسلہ دریافت کرو جس میں قواد کی تبدیلیج
بڑھتے جائیں

$$(۲) ثابت کرو کہ ۱ = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots$$

$$(۳) ثابت کرو کہ ۱ = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots$$

$$(۴) ثابت کرو کہ ۱ = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots$$

$$\text{اور نیز } \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots$$

$$(۵) ۱۵ کو ۱ + ۱ پر تقسیم کرو اور ۱۵ میں رقم خارج قسمت کی دریافت کرو$$

(۳۴) ۱۶ مثال کی طرح ثابت ہو سکتا ہے کہ

دوم ثابت کرو کہ $\frac{1}{n} = \frac{1}{n}$ یعنی ۱ کے قدر کے
 $\frac{1}{n} = \frac{1}{n}$ یعنی ۱ کے جزء الکعب کے
 $\frac{1}{n} = \frac{1}{n}$ یعنی ۱ کے مرتبہ کے نزول کے
 اگر بموجب دفعہ ۱۸ کے یہ صورت ہو کہ
 $\frac{1}{n} \times \frac{1}{n} = \frac{1}{n}$ سے حاصل ہو
 لیکن بموجب دفعہ ۲۹ کے $\frac{1}{n} \times \frac{1}{n} = \frac{1}{n} + \frac{1}{n}$
 $1 = \frac{1}{n} = \frac{1}{n} =$

اسی واسطے $\frac{1}{n} = \frac{1}{n}$
 اور چونکہ $\frac{1}{n} \times \frac{1}{n} \times \frac{1}{n} = \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n} = \frac{3}{n}$
 $1 = \frac{1}{n} =$

اسی واسطے $\frac{1}{n} = \frac{1}{n}$
 اور چونکہ $\frac{1}{n} \times \frac{1}{n} \times \frac{1}{n} \times \frac{1}{n} = \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n} = \frac{4}{n}$
 $1 = \frac{1}{n} = \frac{4}{n} =$

اسی واسطے $\frac{1}{n} = \frac{1}{n}$
 اور اسی طرح ہم ثابت کرتے ہیں کہ
 $\frac{1}{n} = \frac{5}{n}$
 اسی واسطے کہ $\frac{1}{n} \times \frac{1}{n} \times \frac{1}{n} \times \frac{1}{n} \times \frac{1}{n} = \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n} = \frac{5}{n}$
 اسی واسطے $\frac{1}{n} = \frac{5}{n}$

(۳۹) جو کچھ اندر بیان ہوا اس سے ہم یہ نتیجہ اور نکالتے ہیں
 چونکہ $\frac{1}{n} = \frac{1}{n}$

$$(۲) \quad \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}(x^2 + x + 1) \text{ پر تقسیم کرو}$$

(۴۰) چونکہ

$$(۱) \quad (x+1)(x-1) = x^2 - 1$$

$$(۲) \quad (x+1)(x-1) = x^2 - 1$$

$$(۳) \quad (x+1)(x-1) = x^2 - 1$$

اسی واسطے

$$\frac{x^2 - 1}{x+1} = \frac{x^2 - 1}{x+1} = x - 1$$

$$\frac{x^2 - 1}{x+1} = \frac{x^2 - 1}{x+1} = x - 1$$

اگر ان اشیاء صورتوں کو دہیان میں رکھیں تو ان باتوں کو خوب یاد رکھ سکتی ہیں کہ

۱۔ ان ہمیشہ $x^2 - 1$ پر خواہ فوٹ زمان جفت ہو یا طاق پورا تقسیم ہوتا ہے

۲۔ ان ہمیشہ $x^2 - 1$ پر جب قوت نام طاق ہو پورا تقسیم ہوتا ہے

۳۔ ان کبھی $x^2 - 1$ پر تقسیم نہیں ہوتا

ان صورتوں میں ہی ایک صورت میں خارج قسمت کی اندر قوا لاکے بتدیج کم ہوتی جہاں اور

اگر $x^2 - 1$ مقسوم علیہ ہو تو نام رقیق ثابت ہوتی ہیں اور اگر $x^2 - 1$ مقسوم علیہ ہو تو ایک رقم مثبت

اور ایک رقم منفی ہوتی ہیں

$$(۱) \quad \frac{x^2 - 1}{x+1} = \frac{x^2 - 1}{x+1} = x - 1$$

$$(۲) \quad \frac{x^2 - 1}{x+1} = \frac{x^2 - 1}{x+1} = x - 1$$

$$(۳) \quad \frac{x^2 - 1}{x+1} = \frac{x^2 - 1}{x+1} = x - 1$$

$$(۴) \quad \frac{x^2 - 1}{x+1} = \frac{x^2 - 1}{x+1} = x - 1$$

امثلہ نمبر ۱۷
مثالین مشق کی واسطی

$$(۷) \quad ۴(۵-۳) + ۲(۵+۳) + ۱(۳-۵) - (۲-۵) = ۲۰$$

$$(۸) \quad ۳-۵ + ۲-۵ + ۱-۵ + ۴-۵ = ۱۲$$

$$(۹) \quad ۵-۳ + ۴-۵ + ۳-۵ + ۲-۵ = ۱۲$$

$$(۱۰) \quad ۴-۵ + ۳-۵ + ۲-۵ + ۱-۵ = ۱۲$$

$$(۱۱) \quad ۲+۳-۵ + ۱+۴-۵ = ۲$$

(۲) تقسیم کرو

$$(۱) \quad (۱-۳) + ۳(۱+۲) + ۲(۱+۳) + ۱(۳-۱) = ۱۰$$

$$(۲) \quad ۳(۱-۲) + ۲(۲-۱) + ۱(۱-۳) + ۴(۳-۱) = ۱۰$$

$$(۳) \quad (۱-۳) + ۲(۳-۱) + ۱(۱-۳) + ۴(۳-۱) = ۱۰$$

$$(۱-۳) + ۲(۳-۱) + ۱(۱-۳) + ۴(۳-۱) = ۱۰$$

$$(۳) \quad ۳(۱-۲) + ۲(۲-۱) + ۱(۱-۳) + ۴(۳-۱) = ۱۰$$

(۴) اسان جزاء ضربی میں تبدیل کرو

$$(۱) \quad (۱-۳) + (۳-۱) + (۱-۳) + (۳-۱) = ۰$$

$$(۲) \quad ۴(۳-۱) + ۳(۱-۳) + ۲(۳-۱) + ۱(۱-۳) = ۰$$

(۴۲) ۵-۳ کو ۵-۳ پر پورا تقسیم ہونا اسانی سی بواسطہ سمت کی ثابت ہوتا ہے

$$۵-۳ \quad ۵-۳ \quad ۵-۳ \quad ۵-۳ \quad ۵-۳ \quad ۵-۳ \quad ۵-۳ \quad ۵-۳ \quad ۵-۳ \quad ۵-۳$$

$$۵-۳$$

$$۵-۳$$

$$۵-۳$$

$$۵-۳$$

$$۵-۳$$

$$۵-۳$$

اب باقیات میں متواتر بقدر ایک کی قوت لاکر کم اور کی زیادہ ہوتی جاتی ہے اور ہر ایک رقم کی

قوت نمایاں کا مجموعہ = م ہو اسی کم ۱-۱+۱=م اور م-۲+۲=م

اور م+۳-۳=م اب آخر کو یہ باقی نکلیں گے لاکر م-۳-م

$$\frac{3m - 3m}{m - 3m}$$

$$\frac{3m - 3m}{m - 3m}$$

$$\frac{3m - 3m}{m - 3m}$$

$$\frac{3m - 3m}{m - 3m}$$

$$\frac{3m - 3m}{m - 3m}$$

$$\frac{3m - 3m}{m - 3m}$$

اب یہاں کچھ باقی نہیں ہے اسی ثابت ہوتا ہے کہ لاکر ہمیشہ لاکر پر کچھ تقسیم ہوتی ہے

اگر لاکر = ۲۳۵۰۰۰ وغیرہ کے رکھیں تو یہ حاصل ہوتا ہے

$$u + s = \frac{2 - 2}{2 - 2}$$

$$u + s + s = \frac{2 - 2}{2 - 2}$$

$$u + s + s + s = \frac{2 - 2}{2 - 2}$$

$$u + s + s + s + s = \frac{2 - 2}{2 - 2}$$

اور علیٰ ہذا القیاس

$$- \frac{2 - 2}{2 - 2} + \frac{2 - 2}{2 - 2} - \frac{2 - 2}{2 - 2} + \frac{2 - 2}{2 - 2} - \frac{2 - 2}{2 - 2}$$

$$\frac{2 - 2}{2 - 2} - \frac{2 - 2}{2 - 2} + \frac{2 - 2}{2 - 2} - \frac{2 - 2}{2 - 2} + \frac{2 - 2}{2 - 2}$$

$$\frac{2 - 2}{2 - 2} - \frac{2 - 2}{2 - 2} + \frac{2 - 2}{2 - 2} - \frac{2 - 2}{2 - 2} + \frac{2 - 2}{2 - 2}$$

۲۱ + ۲۲ + ۲۳ + ۲۴ + ۲۵ + ۲۶ + ۲۷ + ۲۸ + ۲۹ + ۳۰ = ۱۸۰۰

تقسیم کرو (۱) ۱۸۰۰ - ۲۱ = ۱۷۷۹ + ۲۲ = ۱۷۵۷ + ۲۳ = ۱۷۳۴ + ۲۴ = ۱۷۱۰ + ۲۵ = ۱۶۸۵ + ۲۶ = ۱۶۵۹ + ۲۷ = ۱۶۳۲ + ۲۸ = ۱۶۰۴ + ۲۹ = ۱۵۷۵ + ۳۰ = ۱۵۴۵

کو ۱۵۴۵ کو ۳۰ پر تقسیم کرو

(۲) ۱۵۴۵ کو ۳۰ پر تقسیم کرو

(۴) ثابت کرو کہ

(۱) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ اور (۲) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$

(۳) اگر a, b, c اور d اعداد صحیح ہوں اور $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{d}$ اور a, b, c, d اولیہ ہوں

(۴) اگر a, b, c اور d اعداد صحیح ہوں اور $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{d}$ اور a, b, c, d اولیہ ہوں

(۵) اگر a, b, c اور d اعداد صحیح ہوں اور $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{d}$ اور a, b, c, d اولیہ ہوں

ہمیشہ جائیں

(ح)

(۱) ثابت کرو کہ $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ اور (۲) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$

(۳) اگر a, b, c اور d اعداد صحیح ہوں اور $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{d}$ اور a, b, c, d اولیہ ہوں

(۴) اگر a, b, c اور d اعداد صحیح ہوں اور $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{d}$ اور a, b, c, d اولیہ ہوں

(۵) اگر a, b, c اور d اعداد صحیح ہوں اور $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{d}$ اور a, b, c, d اولیہ ہوں

(۶) اگر a, b, c اور d اعداد صحیح ہوں اور $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{d}$ اور a, b, c, d اولیہ ہوں

(۷) اگر a, b, c اور d اعداد صحیح ہوں اور $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{d}$ اور a, b, c, d اولیہ ہوں

(۸) اگر a, b, c اور d اعداد صحیح ہوں اور $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{d}$ اور a, b, c, d اولیہ ہوں

(۹) اگر a, b, c اور d اعداد صحیح ہوں اور $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{d}$ اور a, b, c, d اولیہ ہوں

(۱۰) اگر a, b, c اور d اعداد صحیح ہوں اور $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{d}$ اور a, b, c, d اولیہ ہوں

اور (۱۱) اگر a, b, c اور d اعداد صحیح ہوں اور $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{d}$ اور a, b, c, d اولیہ ہوں

تقسیم کرو (۱) ۱۵۴۵ کو ۳۰ پر تقسیم کرو

امثلہ نمبری ۲۰ مثالیں حل کی ہوئی

$$\text{مکعب } 9 = (3^3) = 27$$

$$\text{باپنجین قوت} - 9 = (-9^2) = -81$$

$$\text{ساتویں قوت} - 9 = (-9^4) = -6561$$

$$\text{چوتھی قوت} - 9 = (-9^3) = -729$$

$$\text{ساتویں قوت} - 9 = (-9^4) = -6561$$

مثالیں مشق کی وسطی

امثلہ نمبری ۲۰ قیمنیں لکھو

$$(1) \quad (9^1) \text{ و } (-9^2) \text{ و } (9^3) \text{ و } (-9^4)$$

$$(2) \quad (9^3) \text{ و } (-9^4) \text{ و } (9^5) \text{ و } (-9^6)$$

$$(3) \quad (9^4) \text{ و } (-9^5) \text{ و } (9^6) \text{ و } (-9^7)$$

$$(4) \quad (9^2) = 81 = 9 \times 9 = 9^2$$

$$(9^3) = 729 = 9 \times 9 \times 9 = 9^3$$

وغیرہ = وغیرہ

$$(9^4) = 6561 = 9 \times 9 \times 9 \times 9 = 9^4$$

$$(9^5) = 59049 = 9 + 9 + 9 + 9 + 9 = 5$$

$$9^5 =$$

$$\text{اور } (-9^2) = -81 = -9 \times 9 = -9^2$$

$$(-9^3) = -729 = -9 \times 9 \times 9 = -9^3$$

$$\text{علیٰ بذالقیاس } (-9^4) = -6561 = -9 \times 9 \times 9 \times 9 = -9^4$$

$$(-9^5) = -59049 = -9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 = -9^5$$

(۲۵) ثابت کرو کہ $\{E[(a)]\} = \{E[a]\}$

بموجب اخذ دفعہ $(a) = a$

اسی واسطی $\{E[a]\} = \{E[a]\}$

(۲۶) جملہ ثنائی اور ثلاثی وغیرہا کا صعود ہی اسی متواتر ضرب دیتی حاصل ہو سکتا ہے لیکن

ہم دفعہ ۳۰ میں بیان کر چکے ہیں کہ جملہ ثنائی و ثلاثی کی مجذور

ان قوانین جبریہ کی یاد کرنے سے آسانی دریافت ہو جاتی ہیں کہ

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

ان قوانین جبریہ سی ہر ایک مقدار کا مجذور خواہ اس مقدار میں کتنی ہی قیمتیں ہوں مستطیکر سکتے ہیں

اس واسطی کہ $(a+b+c)^2 = [a^2 + (b+c)^2 + 2a(b+c)]$

$$= a^2 + (b+c)^2 + 2a(b+c)$$

$$= a^2 + b^2 + 2ab + c^2 + 2ac + 2bc$$

$$ab(a+b+c-d)^2 = [a^2 + (b+c-d)^2 + 2a(b+c-d)]$$

$$= a^2 + (b+c-d)^2 + 2a(b+c-d)$$

$a+b+c$ کو ایک رقم اور d کو دوسرے رقم خیال کیا ہے

$$= a^2 + b^2 + 2ab + c^2 + 2ac + 2bc - d^2 - 2d(b+c) + 2ad$$

بالعموم یہی کہ مجذور کسی جملہ کثیر ارقام کا = تمام ارقام کی مجزوروں کے مجموعہ مع

ہر ایک دو در دو رقموں کے حاصل ضرب کے

امثلہ نمبر ۲۱

امثلہ حل شدہ

$$\text{مثال} (1+2+3+4)^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 2 \times 1 \times 2 + 2 \times 1 \times 3 + 2 \times 1 \times 4 + 2 \times 2 \times 3 + 2 \times 2 \times 4 + 2 \times 3 \times 4$$

$$\sqrt{12} + \sqrt{4} + \sqrt{12} + \sqrt{9} + \sqrt{12} + 1 =$$

$$\sqrt{4} + \sqrt{12} + \sqrt{10} + \sqrt{12} + 1 =$$

مثال (۳) $(\sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2})^2$

$$= (\sqrt{3})^2 + (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3})^2 + (\sqrt{2})^2 - 2 \times \sqrt{3} \times \sqrt{2} - 2 \times \sqrt{3} \times \sqrt{2} + 2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} + 2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} =$$

$$= 3 + 2 + 3 + 2 - 2 \times \sqrt{6} - 2 \times \sqrt{6} + 2 \times \sqrt{6} + 2 \times \sqrt{6} =$$

$$= 10 - 2 \times \sqrt{6} + 2 \times \sqrt{6} = 10$$

$$- \sqrt{4} + \sqrt{2} - \sqrt{4} + \sqrt{2} =$$

$$- \sqrt{4} + \sqrt{2} + \sqrt{4} + \sqrt{2} =$$

$$= -\sqrt{4} + \sqrt{2} + \sqrt{4} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

مثال (۴) $\left[\sqrt{\frac{1}{2}(3-u)} - \sqrt{\frac{1}{2}(2+u)} \right]^2 = \sqrt{\frac{1}{2}(3-u)}^2 - 2 \times \sqrt{\frac{1}{2}(3-u)} \times \sqrt{\frac{1}{2}(2+u)} + \sqrt{\frac{1}{2}(2+u)}^2 =$

$$= \frac{1}{2}(3-u) - 2 \times \left[\sqrt{\frac{1}{2}(3-u)} \right] \times \left[\sqrt{\frac{1}{2}(2+u)} \right] + \frac{1}{2}(2+u) =$$

$$= \frac{1}{2}(3-u) + \frac{1}{2}(2+u) - \sqrt{(3-u)(2+u)} =$$

$$= \frac{3-u+2+u}{2} - \sqrt{6-u-2u} =$$

مثال (۵) $(\sqrt{a} - \sqrt{b} + \sqrt{a} + \sqrt{b})^2$

$$= (\sqrt{a})^2 + (\sqrt{b})^2 + (\sqrt{a})^2 + (\sqrt{b})^2 - 2 \times \sqrt{a} \times \sqrt{b} + 2 \times \sqrt{a} \times \sqrt{b} + 2 \times \sqrt{a} \times \sqrt{b} + 2 \times \sqrt{a} \times \sqrt{b} =$$

$$= 2a + 2b - 2\sqrt{ab} + 2\sqrt{ab} + 2\sqrt{ab} + 2\sqrt{ab} =$$

$$= 4a + 4b = 4(a+b)$$

امثلہ مشق

امثلہ نمبر ۲۱ ان جملوں میں سے ہر ایک جملہ کی قیمت لکھو

(۱) $(\sqrt{2} + \sqrt{2})(\sqrt{2} - \sqrt{2})$ (۲) $(\sqrt{3} - \sqrt{3})(\sqrt{3} + \sqrt{3})$ (۳) $(\sqrt{4} - \sqrt{4})(\sqrt{4} + \sqrt{4})$ (۴) $(\sqrt{5} - \sqrt{5})(\sqrt{5} + \sqrt{5})$

$$\begin{aligned}
 (۲) & \left(\frac{۱}{۳} - \frac{۱}{۲} \right)^۲ \text{ و } \left(\frac{۱}{۳} - \frac{۱}{۲} \right)^۲ \text{ و } \left(\frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۲} \right)^۲ \\
 (۳) & \left(\frac{۱}{۳} - \frac{۱}{۲} \right)^۲ \text{ و } \left(\frac{۱}{۳} - \frac{۱}{۲} \right)^۲ \text{ و } (۱۱۲ - ۲۲ + ۳) \\
 (۴) & (۱۱۲ - ۲۲ + ۳) \text{ و } (۱۱۲ - ۲۲ + ۳) \text{ و } (۱۱۲ - ۲۲ + ۳) \\
 (۵) & (۱۱۲ - ۲۲ + ۳) \text{ و } (۱۱۲ - ۲۲ + ۳) \text{ و } (۱۱۲ - ۲۲ + ۳) \\
 (۶) & (۱۱۲ - ۲۲ + ۳) \text{ و } (۱۱۲ - ۲۲ + ۳) \text{ و } (۱۱۲ - ۲۲ + ۳) \\
 (۷) & (۱۱۲ - ۲۲ + ۳) \text{ و } (۱۱۲ - ۲۲ + ۳) \text{ و } (۱۱۲ - ۲۲ + ۳) \\
 (۸) & (۱۱۲ - ۲۲ + ۳) \text{ و } (۱۱۲ - ۲۲ + ۳) \text{ و } (۱۱۲ - ۲۲ + ۳) \\
 (۹) & (۱۱۲ - ۲۲ + ۳) \text{ و } (۱۱۲ - ۲۲ + ۳) \text{ و } (۱۱۲ - ۲۲ + ۳) \\
 (۱۰) & (۱۱۲ - ۲۲ + ۳) \text{ و } (۱۱۲ - ۲۲ + ۳) \text{ و } (۱۱۲ - ۲۲ + ۳)
 \end{aligned}$$

اسی معلوم ہوتا ہے کہ کسی جملہ ثنائی ۱+ب کا مکعب اس ترکیب سے معلوم ہوتا ہے کہ ۱ اور ب کے مکعبوں کو جمع کریں اور حاصل جمع پر سہ چند حاصل ضرب (۱) اور (ب) کے اور انکی مجموعہ کا زیادہ کیا جائے اور مکعب کسی جملہ ثنائی ۱-ب کا اس طرح سے معلوم ہوتا ہے کہ ۱ اور ب کے مکعبوں کی حاصل تفریق میں ہی سہ چند حاصل ضرب ۱ اور ب اور انکی حاصل تفریق کی تفریق کیا جائے

امثلہ نمبری ۲۲

امثلہ حل شدہ

$$\text{مثال } (۲+۱۱) = ۲ + ۱۱ + ۲ \times ۱۱ \times ۲ + (۲+۱۱)$$

$$= ۲ + ۱۱ + ۸ + ۴۴ = (۲+۱۱)$$

$$= ۲ + ۱۱ + ۸ + ۴۴ = ۱۱۲$$

$$= ۲ + ۱۱ + ۸ + ۴۴ = ۱۱۲$$

$$\text{مثال ۱} \quad (۳-۷) ۳ \times ۷ \times ۳ - ۳ - ۳ - ۷ = ۳(۳-۷)$$

$$(۳-۷) ۷ ۹ - ۲۷ - ۳ =$$

$$۷ ۲۷ + ۷ ۹ - ۲۷ - ۳ =$$

$$۲۷ - ۷ ۲۷ + ۷ ۹ - ۳ =$$

$$\text{مثال ۲} \quad (ب-۷)(۳-۷) = (۳-۷)(۳-۷) \quad (۳-۷) ۳ - ۳ - ۷ - ۷ =$$

$$۳ - ۷ - ۷ - ۳ - ۳ - ۷ + ۳ - ۷ + ۳ - ۷ =$$

$$۳ - ۷ - ۷ - ۳ - ۳ - ۷ + ۳ - ۷ + ۳ - ۷ =$$

$$\text{مثال ۳} \quad (۱۱-۱۷)(۱۱-۱۷) = (۱۱-۱۷)(۱۱-۱۷) \quad (۱۱-۱۷) ۱۱ - ۱۷ - ۱۷ - ۱۱ =$$

$$۱۱ - ۱۷ - ۱۷ - ۱۱ - ۱۷ - ۱۷ + ۱۱ - ۱۷ + ۱۱ - ۱۷ =$$

$$۱۱ - ۱۷ - ۱۷ - ۱۱ - ۱۷ - ۱۷ + ۱۱ - ۱۷ + ۱۱ - ۱۷ =$$

$$\text{مثال ۴} \quad (۱۱-۱۷)(۱۱-۱۷) = (۱۱-۱۷)(۱۱-۱۷) \quad (۱۱-۱۷) ۱۱ - ۱۷ - ۱۷ - ۱۱ =$$

$$(۱۱-۱۷) ۱۱ - ۱۷ - ۱۷ - ۱۱ - ۱۷ - ۱۷ + ۱۱ - ۱۷ + ۱۱ - ۱۷ =$$

$$۱۱ - ۱۷ - ۱۷ - ۱۱ - ۱۷ - ۱۷ + ۱۱ - ۱۷ + ۱۱ - ۱۷ =$$

$$۱۱ - ۱۷ - ۱۷ - ۱۱ - ۱۷ - ۱۷ + ۱۱ - ۱۷ + ۱۱ - ۱۷ =$$

مشکل نمبری ۲۲ مشق کے واسطے

پہلاؤ

$$(۱) \quad (۷+۷)(۷-۷) \quad (۷-۷)(۷+۷) \quad (۷-۷)(۷-۷) \quad (۷+۷)(۷+۷)$$

$$(۲) \quad (۷+۷)(۷-۷) \quad (۷-۷)(۷+۷) \quad (۷-۷)(۷-۷) \quad (۷+۷)(۷+۷)$$

$$(۳) \quad (۷-۷)(۷-۷) \quad (۷+۷)(۷+۷) \quad (۷-۷)(۷+۷) \quad (۷+۷)(۷-۷)$$

(۴) جسطرح مجبور کرنی کا طریقہ اور ب+ب+ج اور ا+ب+ج- دکا استنباط کیا ہوتا

مثالین مشتق کی وسطی

- (۱) $(1 + a + a^2) د (1 - a + a^2) و (1 - b + b^2) و$
- (۲) $(1 + a + a^2) د (1 - a + a^2) و (1 - b + b^2) د$
- (۳) $(1 + a + a^2) د (1 - a + a^2) و (1 - b + b^2) د$
- (۴) $(1 + a + a^2) د (1 - a + a^2) و (1 - b + b^2) د$

امثلہ نمبری ۲۴

امثلہ متفرقہ

قیمتین دریافت کرو

- (۱) $(1 + a + a^2) - (1 - a + a^2) - (1 - b + b^2)$
- (۲) $(1 + a + a^2) + (1 - a + a^2) + (1 - b + b^2)$
- (۳) $(1 + a + a^2) - (1 - a + a^2) + (1 - b + b^2)$
- (۴) $(1 + a + a^2) + (1 - a + a^2) - (1 - b + b^2)$
- (۵) $(1 + a + a^2) - (1 - a + a^2) - (1 - b + b^2)$
- (۶) $(1 + a + a^2) + (1 - a + a^2) + (1 - b + b^2)$
- (۷) $(1 + a + a^2) - (1 - a + a^2) + (1 - b + b^2)$
- (۸) $(1 + a + a^2) + (1 - a + a^2) - (1 - b + b^2)$

(۲) ایندہ جملوں کا اختصار کرو

- (۱) $(1 + a + a^2) (1 - a + a^2) (1 - b + b^2)$

اور $x = 1 + a + a^2$ کی قیمت کیا ہوگی

اگر $x = 1 + a + a^2$ تو ثابت کرو کہ اس کی قیمت $1 + a + a^2$ ہوگی

- (۲) $(1 + a + a^2) (1 - a + a^2) (1 - b + b^2)$
- (۳) $(1 + a + a^2) (1 - a + a^2) (1 - b + b^2)$

علامت ہی خطی و صافی کی جگہ پر مرقعہ لکھ کر دے گا و کھو نہ سیرامہ بچھو ۱۱

(۴) $(۱+۲+۳+ج)$ $(۱-۲+۳+ج)$ $(۱+۲+۳+ج)$ $(۱-۲+۳+ج)$ $(۱+۲+۳+ج)$

(۳) ثابت کرو کہ $(۱+۲+۳+ج) = (۱+۲+۳+ج) = (۱+۲+۳+ج) = (۱+۲+۳+ج)$

اور اس مسئلہ کو الفاؤ میں بھی بیان کرو

(۴) $(۱+۲+۳+ج)$ $(۱-۲+۳+ج)$ $(۱+۲+۳+ج)$ $(۱-۲+۳+ج)$ $(۱+۲+۳+ج)$

ماحصل کا حاصل تفریق بناو

(۵) قیمت $(۱+۲+۳+ج)$ $(۱-۲+۳+ج)$ $(۱+۲+۳+ج)$ $(۱-۲+۳+ج)$ $(۱+۲+۳+ج)$

کی اوس صورت میں دریافت کرو کہ $۱+۲+۳+ج = ۱+۲+۳+ج$

(۴۹) دفعہ ۴۴ و ۴۵ میں جو اعمال بیان ہوئی ہیں ان کو وسعت دیکر جملہ ثنائی کی دوسری

تیسری قوت سی زیادہ قوت میں دریافت کر سکتی ہیں لیکن ایک ضابطہ جملہ ثنائی کا ہی اویکی

یا دکر نے سے سب قوتیں جملہ ثنائی کی ثنائی ہی نکال سکتی ہیں بشرطیکہ ن مثبت صحیح

عدد ہو ضابطہ جملہ ثنائی سی ثابت ہونا ہی کہ

$(۱+۲+۳+ج) = (۱-۲+۳+ج) + (۱+۲+۳+ج) - (۱-۲+۳+ج)$

$(۱+۲+۳+ج) = (۱-۲+۳+ج) + (۱+۲+۳+ج) - (۱-۲+۳+ج)$

اور $(۱-۲+۳+ج) = (۱+۲+۳+ج) - (۱-۲+۳+ج)$ وغیرہ

$(۱+۲+۳+ج) = (۱-۲+۳+ج) + (۱+۲+۳+ج) - (۱-۲+۳+ج)$

علامتیں + اور - کی نوبت بہ نوبت آتی ہیں

تعداد و ارقام کی صورت مفصلہ میں ن + اسی خواہ ن صحیح عدد کچھ بھی ہو

طریقہ استعمال اس ضابطہ کا مثالوں سے خوب واضح ہوگا

امثلہ نمبری ۲۵

مثالین حل کی ہوئی

مثال ۱ + ب کی چھٹی قوت دریافت کرو

یہاں ۶ =

$$۶ = ۱ - ۵$$

$$۱ - ۵ = ۶$$

$$۱ - ۵ = ۶ = ۲ - ۴ = ۳ - ۳ = ۴ - ۲ = ۵ - ۱$$

$$۱ - ۵ = ۶ = ۲ - ۴ = ۳ - ۳ = ۴ - ۲ = ۵ - ۱$$

$$۱ - ۵ = ۶ = ۲ - ۴ = ۳ - ۳ = ۴ - ۲ = ۵ - ۱$$

$$۱ - ۵ = ۶ = ۲ - ۴ = ۳ - ۳ = ۴ - ۲ = ۵ - ۱$$

$$۱ - ۵ = ۶ = ۲ - ۴ = ۳ - ۳ = ۴ - ۲ = ۵ - ۱$$

آگے سب ارقام جز ضربی صفر ہوگا اور اس پر اسطی = ۰ کے ہوگا

$$۱ - ۵ = ۶ = ۲ - ۴ = ۳ - ۳ = ۴ - ۲ = ۵ - ۱$$

مثال ۲ (۱ + ۳) کے صورت مفصلہ لکھو

$$۱ - ۵ = ۶ = ۲ - ۴ = ۳ - ۳ = ۴ - ۲ = ۵ - ۱$$

$$۱ - ۵ = ۶ = ۲ - ۴ = ۳ - ۳ = ۴ - ۲ = ۵ - ۱$$

$$۱ - ۵ = ۶ = ۲ - ۴ = ۳ - ۳ = ۴ - ۲ = ۵ - ۱$$

$$۱ - ۵ = ۶ = ۲ - ۴ = ۳ - ۳ = ۴ - ۲ = ۵ - ۱$$

$$۱ - ۵ = ۶ = ۲ - ۴ = ۳ - ۳ = ۴ - ۲ = ۵ - ۱$$

مثال ۳ ۱۲ - ۵ کی پانچویں قوت دریافت کرو

$$۱۲ - ۵ = ۷$$

نو موجب قانون جبریہ (۲) کے

$$۱۲ - ۵ = ۷$$

$$۱۲ - ۵ = ۷$$

$$\begin{aligned} & \frac{(1-5)5 + (2-5)(3-5) + (3-5)(4-5) + (4-5)(5-5)}{2 \times 3 \times 4 \times 5} \\ & - \frac{(1-5)5 - (2-5)(3-5) + (3-5)(4-5) - (4-5)(5-5)}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} \\ & = 12345 - 1080 + 420 - 120 + 10 - 1 = 11434 \end{aligned}$$

امثلہ نمبری ۲۵ مثالین مشق کی

(۱) ان جملوں کو پہلاؤ

(۱) (۱-ب) و (۱+۱) و (۵۳-۲) و (۱-۱) و (۱-۱)

(۲) (۱-ب) و (۱+۱) و (۵۲+۱) و (۱-۱) و (۱+۱)

(۳) (۱-۱) و (۱+۱) و (۵۱+۱) و (۱-۱) و (۱+۱)

(۴) (۱-۱) و (۱+۱) و (۵۰+۱) و (۱-۱) و (۱+۱)

(۲) بتا کے امثال صورت مفصلہ (۱-ب) کے اور بتا کے امثال (۱-۱) کے دریا کر دو
(۳) بتا کے امثال صورت مفصلہ (۱+۱) میں اور بتا کے (۱-۱) کی صورت مفصلہ میں معلوم کرو

نزول

(۵۰) نزول صعود کا عکس ہی اویسی مقدار معلوم کا نزول کسی مرتبہ کا معلوم ہو جائے

نزول مقدار مفرد کا

مفرد مقدار معلوم کی قوت نمایوں کو اوس عدد میں ضرب دینی ہی جو صعود کی قوت کو تعبیر کرنا ہے
جسطرح صعود مقدار مفرد کا معلوم ہونا تھا اوستطرح مقدار مفرد کا نزول معلوم ہوتا ہے
کہ مقدار معلوم کی قوت نمایوں کو اوس صحیح عدد تقسیم کریں جو نزول کے مرتبہ کو تعبیر کرنا ہو
جب کسی مقدار کا کسی مرتبہ کا نزول دریافت کرنا ہو تو ہم کو وہ مقدار دریافت کرنی چاہیے
کہ جب کوئی نصف اوتنی دفعہ ضرب دین کہ تعداد اجزاء ضربی کی برابر اوس عدد کی اکائیوں
کے ہو جو نزول کو تعبیر کرنا ہے تو ایک مقدار برابر اوس مقدار معلوم کی حاصل ہو جس کا نزول

نکالنا منظور ہے اور یہی دریافت کرنے کی واسطی عام قاعدہ یہ ہے
قاعدہ اگر کوئی مثال عددی ہو تو اس کا نزول اس مرتبہ کا نکالو اور اس کو عددی حصہ بنا
اور حرف یا حروف کی قوت نمایوں کو اس صحیح عدد پر تقسیم کرو جو نزول کے مرتبہ کو تعبیر کرنا ہو
مثال چونکہ $42 = 8 \times 5 + 2$ اس واسطی عدد ۴ کا ۸ سے یعنی ما ۴ = ۸

اور $2 \times 2 = 4$

اسی واسطی عدد ۴ کا ۲ = ۲ یعنی ما ۲ = ۲

اور $1 \times 1 = 1$

اسی واسطی جز الکعب ۱ = ۱ یعنی ما ۱ = ۱

اور $1 \times 1 \times 1 = 1$

اسی واسطی جو تہ مرتبہ کا نزول ۱۴ = ۲ یعنی ما ۱۴ = ۲

اور $1 \times 1 \times 1 = 1$

اسی واسطی جز الکعب ۲ = ۲ یعنی ما ۲ = ۲

اور $1 \times 1 \times 1 = 1$

اسی واسطی جو تہ مرتبہ کا نزول ۲۴ = ۲ یعنی ما ۲۴ = ۲

اور $1 \times 1 \times 1 = 1$

اسی واسطی جز الکعب ۳ = ۳ یعنی ما ۳ = ۳

انتباہ اول مقدار مثبت کا نزول جفت مرتبہ کا مثبت یا منفی ہوتا ہی مقدار جزو کا + یا -

کیونکہ $(1+) \times (1+) \times (1+) = 1+$ اور $(1-) \times (1-) \times (1-) = 1-$ سی بھی

+ اور حاصل ہوتا ہی اور طاق مرتبہ کا نزول مثبت مقدار مثبت اور منفی مقدار کا منفی ہوتا

کیونکہ $(1+) \times (1+) \times (1+) = 1+$ اور $(1-) \times (1-) \times (1-) = 1-$

انتباہ دوم کسی مقدار منفی کا جفت مرتبہ کا نزول نہیں مقرر ہو سکتا مثلاً -۱ کا

جذر نہیں نکل سکتا اسلئے کہ کوئی اصلی مقدار شب یا منفی ایسی نہیں ہو سکتی کہ اس کو منفی نفسہ ضرب دیں تو۔ واصل ہو اس واسطے مقدار منفیہ کا جفت مرتبہ کا نزول مقدار میں ناممکن یا تخلی کی کہلاتی ہیں اور علامت جذر لکھ کر تعبیر کرتی ہیں۔ واکا جذر اس طرح لکھا جاتا ہے
کہ ما۔ و یا (۱) ما۔ (۱)

انتباہ سوم کسی مقدار کی طاق مرتبہ کی نزول کی وہی علامت ہوتی ہے جو اس خود
مقدار کی علامت ہوتی ہے چونکہ $1 \times 1 \times 1 = 1$ اور $1 \times 1 \times 1 = 1$ اور $1 \times 1 \times 1 = 1$ اور
انتباہ چہارم جو مقدار ایسی ہو کہ اس کی اجزاء ضربی ایک طرح کی اتنی نہ ہو سکیں جن کے
تعداد مراتب نزول کی تعداد کی برابر ہو یا یہ کہ وہ مقدار ایک مکمل قوت نہ رکھتی ہو تو اس کا
نزول پورا پورا نہیں نکال سکتی تو اس مقدار کو مع اس کی علامت کی مقدار ام کہتی ہیں
دفعہ ۱۹ دیکھو ماہ ۳ و ۴ و ۵ و ۶ کو مقدار سوم کہتی ہیں اور ان کو مقدار غیر ناطق
یا غیر منطقی کہتی ہیں اور بالعکس اس کی جن مقدار کا نزول پورا پورا نکال آتا ہے ان کو مقدار منطقی یا
ناطق کہتی ہیں

مثالین نمبری ۲۴

(۱) جذبہ دریافت کرو

١٥ ٥٤٢٥، ٢ ٥٤١، ٤ ٥٤١٤، ٥ ٥ (١)

(۲) ۳۴ لا ۵ خا و ۴۱ ۴۴ ۴۵ ۴۶ ۴۷ ۴۸ ۴۹ ۵۰ ۵۱ ۵۲ ۵۳ ۵۴ ۵۵ ۵۶ ۵۷ ۵۸ ۵۹ ۶۰ ۶۱ ۶۲ ۶۳ ۶۴ ۶۵ ۶۶ ۶۷ ۶۸ ۶۹ ۷۰ ۷۱ ۷۲ ۷۳ ۷۴ ۷۵ ۷۶ ۷۷ ۷۸ ۷۹ ۸۰ ۸۱ ۸۲ ۸۳ ۸۴ ۸۵ ۸۶ ۸۷ ۸۸ ۸۹ ۹۰ ۹۱ ۹۲ ۹۳ ۹۴ ۹۵ ۹۶ ۹۷ ۹۸ ۹۹ ۱۰۰ ۱۰۱ ۱۰۲ ۱۰۳ ۱۰۴ ۱۰۵ ۱۰۶ ۱۰۷ ۱۰۸ ۱۰۹ ۱۱۰ ۱۱۱ ۱۱۲ ۱۱۳ ۱۱۴ ۱۱۵ ۱۱۶ ۱۱۷ ۱۱۸ ۱۱۹ ۱۲۰ ۱۲۱ ۱۲۲ ۱۲۳ ۱۲۴ ۱۲۵ ۱۲۶ ۱۲۷ ۱۲۸ ۱۲۹ ۱۳۰ ۱۳۱ ۱۳۲ ۱۳۳ ۱۳۴ ۱۳۵ ۱۳۶ ۱۳۷ ۱۳۸ ۱۳۹ ۱۴۰ ۱۴۱ ۱۴۲ ۱۴۳ ۱۴۴ ۱۴۵ ۱۴۶ ۱۴۷ ۱۴۸ ۱۴۹ ۱۵۰ ۱۵۱ ۱۵۲ ۱۵۳ ۱۵۴ ۱۵۵ ۱۵۶ ۱۵۷ ۱۵۸ ۱۵۹ ۱۶۰ ۱۶۱ ۱۶۲ ۱۶۳ ۱۶۴ ۱۶۵ ۱۶۶ ۱۶۷ ۱۶۸ ۱۶۹ ۱۷۰ ۱۷۱ ۱۷۲ ۱۷۳ ۱۷۴ ۱۷۵ ۱۷۶ ۱۷۷ ۱۷۸ ۱۷۹ ۱۸۰ ۱۸۱ ۱۸۲ ۱۸۳ ۱۸۴ ۱۸۵ ۱۸۶ ۱۸۷ ۱۸۸ ۱۸۹ ۱۹۰ ۱۹۱ ۱۹۲ ۱۹۳ ۱۹۴ ۱۹۵ ۱۹۶ ۱۹۷ ۱۹۸ ۱۹۹ ۲۰۰ ۲۰۱ ۲۰۲ ۲۰۳ ۲۰۴ ۲۰۵ ۲۰۶ ۲۰۷ ۲۰۸ ۲۰۹ ۲۱۰ ۲۱۱ ۲۱۲ ۲۱۳ ۲۱۴ ۲۱۵ ۲۱۶ ۲۱۷ ۲۱۸ ۲۱۹ ۲۲۰ ۲۲۱ ۲۲۲ ۲۲۳ ۲۲۴ ۲۲۵ ۲۲۶ ۲۲۷ ۲۲۸ ۲۲۹ ۲۳۰ ۲۳۱ ۲۳۲ ۲۳۳ ۲۳۴ ۲۳۵ ۲۳۶ ۲۳۷ ۲۳۸ ۲۳۹ ۲۴۰ ۲۴۱ ۲۴۲ ۲۴۳ ۲۴۴ ۲۴۵ ۲۴۶ ۲۴۷ ۲۴۸ ۲۴۹ ۲۵۰ ۲۵۱ ۲۵۲ ۲۵۳ ۲۵۴ ۲۵۵ ۲۵۶ ۲۵۷ ۲۵۸ ۲۵۹ ۲۶۰ ۲۶۱ ۲۶۲ ۲۶۳ ۲۶۴ ۲۶۵ ۲۶۶ ۲۶۷ ۲۶۸ ۲۶۹ ۲۷۰ ۲۷۱ ۲۷۲ ۲۷۳ ۲۷۴ ۲۷۵ ۲۷۶ ۲۷۷ ۲۷۸ ۲۷۹ ۲۸۰ ۲۸۱ ۲۸۲ ۲۸۳ ۲۸۴ ۲۸۵ ۲۸۶ ۲۸۷ ۲۸۸ ۲۸۹ ۲۹۰ ۲۹۱ ۲۹۲ ۲۹۳ ۲۹۴ ۲۹۵ ۲۹۶ ۲۹۷ ۲۹۸ ۲۹۹ ۳۰۰ ۳۰۱ ۳۰۲ ۳۰۳ ۳۰۴ ۳۰۵ ۳۰۶ ۳۰۷ ۳۰۸ ۳۰۹ ۳۱۰ ۳۱۱ ۳۱۲ ۳۱۳ ۳۱۴ ۳۱۵ ۳۱۶ ۳۱۷ ۳۱۸ ۳۱۹ ۳۲۰ ۳۲۱ ۳۲۲ ۳۲۳ ۳۲۴ ۳۲۵ ۳۲۶ ۳۲۷ ۳۲۸ ۳۲۹ ۳۳۰ ۳۳۱ ۳۳۲ ۳۳۳ ۳۳۴ ۳۳۵ ۳۳۶ ۳۳۷ ۳۳۸ ۳۳۹ ۳۴۰ ۳۴۱ ۳۴۲ ۳۴۳ ۳۴۴ ۳۴۵ ۳۴۶ ۳۴۷ ۳۴۸ ۳۴۹ ۳۵۰ ۳۵۱ ۳۵۲ ۳۵۳ ۳۵۴ ۳۵۵ ۳۵۶ ۳۵۷ ۳۵۸ ۳۵۹ ۳۶۰ ۳۶۱ ۳۶۲ ۳۶۳ ۳۶۴ ۳۶۵ ۳۶۶ ۳۶۷ ۳۶۸ ۳۶۹ ۳۷۰ ۳۷۱ ۳۷۲ ۳۷۳ ۳۷۴ ۳۷۵ ۳۷۶ ۳۷۷ ۳۷۸ ۳۷۹ ۳۸۰ ۳۸۱ ۳۸۲ ۳۸۳ ۳۸۴ ۳۸۵ ۳۸۶ ۳۸۷ ۳۸۸ ۳۸۹ ۳۹۰ ۳۹۱ ۳۹۲ ۳۹۳ ۳۹۴ ۳۹۵ ۳۹۶ ۳۹۷ ۳۹۸ ۳۹۹ ۴۰۰ ۴۰۱ ۴۰۲ ۴۰۳ ۴۰۴ ۴۰۵ ۴۰۶ ۴۰۷ ۴۰۸ ۴۰۹ ۴۱۰ ۴۱۱ ۴۱۲ ۴۱۳ ۴۱۴ ۴۱۵ ۴۱۶ ۴۱۷ ۴۱۸ ۴۱۹ ۴۲۰ ۴۲۱ ۴۲۲ ۴۲۳ ۴۲۴ ۴۲۵ ۴۲۶ ۴۲۷ ۴۲۸ ۴۲۹ ۴۳۰ ۴۳۱ ۴۳۲ ۴۳۳ ۴۳۴ ۴۳۵ ۴۳۶ ۴۳۷ ۴۳۸ ۴۳۹ ۴۴۰ ۴۴۱ ۴۴۲ ۴۴۳ ۴۴۴ ۴۴۵ ۴۴۶ ۴۴۷ ۴۴۸ ۴۴۹ ۴۵۰ ۴۵۱ ۴۵۲ ۴۵۳ ۴۵۴ ۴۵۵ ۴۵۶ ۴۵۷ ۴۵۸ ۴۵۹ ۴۶۰ ۴۶۱ ۴۶۲ ۴۶۳ ۴۶۴ ۴۶۵ ۴۶۶ ۴۶۷ ۴۶۸ ۴۶۹ ۴۷۰ ۴۷۱ ۴۷۲ ۴۷۳ ۴۷۴ ۴۷۵ ۴۷۶ ۴۷۷ ۴۷۸ ۴۷۹ ۴۸۰ ۴۸۱ ۴۸۲ ۴۸۳ ۴۸۴ ۴۸۵ ۴۸۶ ۴۸۷ ۴۸۸ ۴۸۹ ۴۹۰ ۴۹۱ ۴۹۲ ۴۹۳ ۴۹۴ ۴۹۵ ۴۹۶ ۴۹۷ ۴۹۸ ۴۹۹ ۵۰۰ ۵۰۱ ۵۰۲ ۵۰۳ ۵۰۴ ۵۰۵ ۵۰۶ ۵۰۷ ۵۰۸ ۵۰۹ ۵۱۰ ۵۱۱ ۵۱۲ ۵۱۳ ۵۱۴ ۵۱۵ ۵۱۶ ۵۱۷ ۵۱۸ ۵۱۹ ۵۲۰ ۵۲۱ ۵۲۲ ۵۲۳ ۵۲۴ ۵۲۵ ۵۲۶ ۵۲۷ ۵۲۸ ۵۲۹ ۵۳۰ ۵۳۱ ۵۳۲ ۵۳۳ ۵۳۴ ۵۳۵ ۵۳۶ ۵۳۷ ۵۳۸ ۵۳۹ ۵۴۰ ۵۴۱ ۵۴۲ ۵۴۳ ۵۴۴ ۵۴۵ ۵۴۶ ۵۴۷ ۵۴۸ ۵۴۹ ۵۵۰ ۵۵۱ ۵۵۲ ۵۵۳ ۵۵۴ ۵۵۵ ۵۵۶ ۵۵۷ ۵۵۸ ۵۵۹ ۵۶۰ ۵۶۱ ۵۶۲ ۵۶۳ ۵۶۴ ۵۶۵ ۵۶۶ ۵۶۷ ۵۶۸ ۵۶۹ ۵۷۰ ۵۷۱ ۵۷۲ ۵۷۳ ۵۷۴ ۵۷۵ ۵۷۶ ۵۷۷ ۵۷۸ ۵۷۹ ۵۸۰ ۵۸۱ ۵۸۲ ۵۸۳ ۵۸۴ ۵۸۵ ۵۸۶ ۵۸۷ ۵۸۸ ۵۸۹ ۵۹۰ ۵۹۱ ۵۹۲ ۵۹۳ ۵۹۴ ۵۹۵ ۵۹۶ ۵۹۷ ۵۹۸ ۵۹۹ ۶۰۰ ۶۰۱ ۶۰۲ ۶۰۳ ۶۰۴ ۶۰۵ ۶۰۶ ۶۰۷ ۶۰۸ ۶۰۹ ۶۱۰ ۶۱۱ ۶۱۲ ۶۱۳ ۶۱۴ ۶۱۵ ۶۱۶ ۶۱۷ ۶۱۸ ۶۱۹ ۶۲۰ ۶۲۱ ۶۲۲ ۶۲۳ ۶۲۴ ۶۲۵ ۶۲۶ ۶۲۷ ۶۲۸ ۶۲۹ ۶۳۰ ۶۳۱ ۶۳۲ ۶۳۳ ۶۳۴ ۶۳۵ ۶۳۶ ۶۳۷ ۶۳۸ ۶۳۹ ۶۴۰ ۶۴۱

$$4\bar{2}^{\circ} 51', \frac{15^{\circ} 149}{15^{\circ} 149}, \frac{22^{\circ} 516}{15^{\circ} 149}, \frac{3^{\circ} 11}{15^{\circ} 149} (3)$$

$$\frac{5}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{15}{8} \text{ و } \frac{4}{3} \times \frac{2}{1} = \frac{8}{3} \text{ و } \frac{15}{8} \times \frac{8}{3} = 5 \text{ (م)}$$

$$\frac{25}{5} = \frac{25}{5} r_4, \frac{5}{5}, \frac{1}{5}, \frac{25}{5}, \frac{25}{5}, \frac{25}{5} (5)$$

$$r_1, q_1, \dots, \frac{r}{r_1}, \dots, q_1, \dots, \frac{r}{r_1}, \dots, \frac{1}{r_1}, \dots, \frac{1}{r_1}, \dots$$

$\frac{3}{16} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{32}$, $\frac{3}{32} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{64}$, $\frac{3}{64} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{128}$

(۲) قیمتیں دریافت کرو

$$\begin{aligned}
 (۱) & \left[\begin{array}{c} ۱۲۵ \\ ۱۲۵ \\ ۱۲۵ \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} ۱۲۵ \\ ۱۲۵ \\ ۱۲۵ \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} ۱۲۵ \\ ۱۲۵ \\ ۱۲۵ \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} ۱۲۵ \\ ۱۲۵ \\ ۱۲۵ \end{array} \right] \\
 (۲) & \left[\begin{array}{c} ۱۲۵ \\ ۱۲۵ \\ ۱۲۵ \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} ۱۲۵ \\ ۱۲۵ \\ ۱۲۵ \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} ۱۲۵ \\ ۱۲۵ \\ ۱۲۵ \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} ۱۲۵ \\ ۱۲۵ \\ ۱۲۵ \end{array} \right] \\
 (۳) & \left[\begin{array}{c} ۱۲۵ \\ ۱۲۵ \\ ۱۲۵ \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} ۱۲۵ \\ ۱۲۵ \\ ۱۲۵ \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} ۱۲۵ \\ ۱۲۵ \\ ۱۲۵ \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} ۱۲۵ \\ ۱۲۵ \\ ۱۲۵ \end{array} \right] \\
 (۴) & \left[\begin{array}{c} ۱۲۵ \\ ۱۲۵ \\ ۱۲۵ \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} ۱۲۵ \\ ۱۲۵ \\ ۱۲۵ \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} ۱۲۵ \\ ۱۲۵ \\ ۱۲۵ \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} ۱۲۵ \\ ۱۲۵ \\ ۱۲۵ \end{array} \right]
 \end{aligned}$$

نزول شنائی و ثلاثی وغیرہ جملوں کا

(۵۱) مفاد پر مرکبے نزول نکالنے کی واسطی ہم کو یہ دیکھنا چاہی کہ قواعد کی ارقام کی سطح

نزول کی قیمتیں نکل آتی ہیں

چونکہ (۱+ب) = (۱+۲+۳) اور ب + با بہ جملہ اور ب کی سب قیمتوں کی درست
اور صحیح ہی تو ہم دیکھ کر کہ ۱+۲+۳+۴+۵+۶+۷+۸+۹+۱۰+۱۱+۱۲+۱۳+۱۴+۱۵+۱۶+۱۷+۱۸+۱۹+۲۰+۲۱+۲۲+۲۳+۲۴+۲۵+۲۶+۲۷+۲۸+۲۹+۳۰+۳۱+۳۲+۳۳+۳۴+۳۵+۳۶+۳۷+۳۸+۳۹+۴۰+۴۱+۴۲+۴۳+۴۴+۴۵+۴۶+۴۷+۴۸+۴۹+۵۰+۵۱+۵۲+۵۳+۵۴+۵۵+۵۶+۵۷+۵۸+۵۹+۶۰+۶۱+۶۲+۶۳+۶۴+۶۵+۶۶+۶۷+۶۸+۶۹+۷۰+۷۱+۷۲+۷۳+۷۴+۷۵+۷۶+۷۷+۷۸+۷۹+۸۰+۸۱+۸۲+۸۳+۸۴+۸۵+۸۶+۸۷+۸۸+۸۹+۹۰+۹۱+۹۲+۹۳+۹۴+۹۵+۹۶+۹۷+۹۸+۹۹+۱۰۰

ارقام کو قواعد کے ترتیب کے موافق لکھو

$$(۱+۲+۳+۴+۵+۶+۷+۸+۹+۱۰+۱۱+۱۲+۱۳+۱۴+۱۵+۱۶+۱۷+۱۸+۱۹+۲۰+۲۱+۲۲+۲۳+۲۴+۲۵+۲۶+۲۷+۲۸+۲۹+۳۰+۳۱+۳۲+۳۳+۳۴+۳۵+۳۶+۳۷+۳۸+۳۹+۴۰+۴۱+۴۲+۴۳+۴۴+۴۵+۴۶+۴۷+۴۸+۴۹+۵۰+۵۱+۵۲+۵۳+۵۴+۵۵+۵۶+۵۷+۵۸+۵۹+۶۰+۶۱+۶۲+۶۳+۶۴+۶۵+۶۶+۶۷+۶۸+۶۹+۷۰+۷۱+۷۲+۷۳+۷۴+۷۵+۷۶+۷۷+۷۸+۷۹+۸۰+۸۱+۸۲+۸۳+۸۴+۸۵+۸۶+۸۷+۸۸+۸۹+۹۰+۹۱+۹۲+۹۳+۹۴+۹۵+۹۶+۹۷+۹۸+۹۹+۱۰۰)$$

$$\begin{array}{c}
 ۱۲ \\
 ۱۲+۳+۴+۵+۶+۷+۸+۹+۱۰+۱۱+۱۲+۱۳+۱۴+۱۵+۱۶+۱۷+۱۸+۱۹+۲۰+۲۱+۲۲+۲۳+۲۴+۲۵+۲۶+۲۷+۲۸+۲۹+۳۰+۳۱+۳۲+۳۳+۳۴+۳۵+۳۶+۳۷+۳۸+۳۹+۴۰+۴۱+۴۲+۴۳+۴۴+۴۵+۴۶+۴۷+۴۸+۴۹+۵۰+۵۱+۵۲+۵۳+۵۴+۵۵+۵۶+۵۷+۵۸+۵۹+۶۰+۶۱+۶۲+۶۳+۶۴+۶۵+۶۶+۶۷+۶۸+۶۹+۷۰+۷۱+۷۲+۷۳+۷۴+۷۵+۷۶+۷۷+۷۸+۷۹+۸۰+۸۱+۸۲+۸۳+۸۴+۸۵+۸۶+۸۷+۸۸+۸۹+۹۰+۹۱+۹۲+۹۳+۹۴+۹۵+۹۶+۹۷+۹۸+۹۹+۱۰۰
 \end{array}$$

اب ہم دیکھتے ہیں کہ ۱+۲+۳+۴+۵+۶+۷+۸+۹+۱۰+۱۱+۱۲+۱۳+۱۴+۱۵+۱۶+۱۷+۱۸+۱۹+۲۰+۲۱+۲۲+۲۳+۲۴+۲۵+۲۶+۲۷+۲۸+۲۹+۳۰+۳۱+۳۲+۳۳+۳۴+۳۵+۳۶+۳۷+۳۸+۳۹+۴۰+۴۱+۴۲+۴۳+۴۴+۴۵+۴۶+۴۷+۴۸+۴۹+۵۰+۵۱+۵۲+۵۳+۵۴+۵۵+۵۶+۵۷+۵۸+۵۹+۶۰+۶۱+۶۲+۶۳+۶۴+۶۵+۶۶+۶۷+۶۸+۶۹+۷۰+۷۱+۷۲+۷۳+۷۴+۷۵+۷۶+۷۷+۷۸+۷۹+۸۰+۸۱+۸۲+۸۳+۸۴+۸۵+۸۶+۸۷+۸۸+۸۹+۹۰+۹۱+۹۲+۹۳+۹۴+۹۵+۹۶+۹۷+۹۸+۹۹+۱۰۰

اب حاصل تفریق ۱۲+۳+۴+۵+۶+۷+۸+۹+۱۰+۱۱+۱۲+۱۳+۱۴+۱۵+۱۶+۱۷+۱۸+۱۹+۲۰+۲۱+۲۲+۲۳+۲۴+۲۵+۲۶+۲۷+۲۸+۲۹+۳۰+۳۱+۳۲+۳۳+۳۴+۳۵+۳۶+۳۷+۳۸+۳۹+۴۰+۴۱+۴۲+۴۳+۴۴+۴۵+۴۶+۴۷+۴۸+۴۹+۵۰+۵۱+۵۲+۵۳+۵۴+۵۵+۵۶+۵۷+۵۸+۵۹+۶۰+۶۱+۶۲+۶۳+۶۴+۶۵+۶۶+۶۷+۶۸+۶۹+۷۰+۷۱+۷۲+۷۳+۷۴+۷۵+۷۶+۷۷+۷۸+۷۹+۸۰+۸۱+۸۲+۸۳+۸۴+۸۵+۸۶+۸۷+۸۸+۸۹+۹۰+۹۱+۹۲+۹۳+۹۴+۹۵+۹۶+۹۷+۹۸+۹۹+۱۰۰

اب دو چند جذر کو یعنی ۱۲ کو بی لاکر مقسوم علیہ امتحانی بناؤ اور ۱۲ اب کو اوس پر تقسیم کرو
 تو خارج قسمت ب تکلی گاہینہ دوسری رقم جذر کی ہوگی اسکو بعد وکی ثبت علامت کی ساتھ
 لکھو اور امتحانی مقسوم علیہ پر ہی ب کو زیادہ کرو یعنی مقسوم علیہ کو ۱۲ + ب بناؤ اور
 اس مقسوم علیہ کو دوسری جذر کی رقم ب میں ضرب دو اور حاصل ۱۲ ب + بیا کو اون دو
 رقموں کی پہلی جو پہلی اتاری تھیں اور اب تفریق کرنے سے کچھ نہیں بچتا
 اگر اور زیادہ رقمیں باقی ہوں تو ۱ + ب کو ایک مقدار سمجھ کر عمل کرو اور اس بات کو یاد رکھو کہ
 اوسکا جذر ۱۲ + ب یا ۱ بھی مقدار معلوم سی تفریق ہو چکا ہے اب اگی اور رقم جذر کے
 اندر دریافت کرنی کی لٹی وہی عمل کرو جو اوپر کیا تھا یعنی ۲ (۱ + ب) کو بی لاکر مقسوم علیہ
 امتحانی بناؤ اور باقی کو اس کی نئی قیمت کے دو چند پر تقسیم کرو اور اوس کی اگی ایک اور
 رقم جذر کی دریافت کرو اگر وہ تکلی توج کو اون رقموں پر جو اب تک جذر کے اندر لکھی
 زیادہ کرو اور مقسوم علیہ امتحانی پر ہی زیادہ کرو اور پر ۱۲ + ۲ ب + ح کو ح سی ضرب
 دیکر حاصل ضرب کو اون رقموں کے بی لکھو جو اوپر ہی اتاری تھیں اور تفریق کرو
 اور یہی عمل دکان تک جاری رکھو کہ بالکل حقیقی یا جذر تقریبی معلوم ہو جائے
 امتباہ نزول کی مثالوں میں جمعی کسی حرف کی قوا و تنازلی کی ترتیب کی موافق لکھی جائیں

امثلہ نمبر ۲۷

مثالین حل کی ہوئی

۱ مثال ۱ - ۱۲ ب ۱۴ ب کا جذر نکالو

اب عمل موافق قاعدہ مذکور کے کیا تو

$$(۱۲ - ۱۴ ب + ۱۲ ب) کیونکہ \frac{۱۲ - ۱۴ ب}{۱۲} = ۲ - ب$$

$$۲ - ۱ = \frac{۱۲ - ۱۴ ب + ۱۲ ب}{۱۲}$$

مثال ۱ و ۲ - ۲۰ ب + ج + ح + ۲ - ۲۰ ب + ج - ۲۰ ب + ج کا جذر نکالو

ارقام کو بالترتیب لکھا

۲ - ۲۰ ب + ج + ح - ۲۰ ب + ج - ۲۰ ب + ج + ح - ۲۰ ب + ج

$$\begin{array}{r} ۲۰ - ۲۰ ب + ج + ح \\ ۲۰ - ۲۰ ب + ج + ح \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۲۰ - ۲۰ ب + ج + ح \\ ۲۰ - ۲۰ ب + ج + ح \end{array}$$

مثال ۳ و ۴ - ۲۰ ب + ج + ح + ۲ - ۲۰ ب + ج - ۲۰ ب + ج کا جذر نکالو

۲ + ۲ - ۲۰ ب + ج + ح - ۲۰ ب + ج - ۲۰ ب + ج + ح - ۲۰ ب + ج

$$\begin{array}{r} ۲۰ - ۲۰ ب + ج + ح \\ ۲۰ - ۲۰ ب + ج + ح \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۲۰ - ۲۰ ب + ج + ح \\ ۲۰ - ۲۰ ب + ج + ح \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۲۰ - ۲۰ ب + ج + ح \\ ۲۰ - ۲۰ ب + ج + ح \end{array}$$

مثالیں عشق کی واسطی نمبری ۲۴

و جذر نکالو

(۱) ۲ + ۲ - ۲۰ ب + ج + ح - ۲۰ ب + ج - ۲۰ ب + ج + ح - ۲۰ ب + ج

(۲) ۲ + ۲ - ۲۰ ب + ج + ح - ۲۰ ب + ج - ۲۰ ب + ج + ح - ۲۰ ب + ج

(۳) ۲ + ۲ - ۲۰ ب + ج + ح - ۲۰ ب + ج - ۲۰ ب + ج + ح - ۲۰ ب + ج

$$6r^0 + 4r^{-1} + 5r^2 + 5r^3 + 5r^4$$

[illegible]

$$6^2 + 4^2 + 5^2 + 3^2 + 6^2 + 4^2 + 5^2 - 3^2 + 5^2 - 1 \quad (5)$$

$$1 + 2^2 2^2 + 2^2 2^2 - 2^2 2^2 - 2^2 2^2 + 2^2 2^2 + 2^2 2^2 - 2^2 2^2 + 2^2 2^2 - 2^2 2^2 (4)$$

$$6 \quad -\bar{v}^4 + \bar{v}^3 + \bar{v}^2 + \bar{v} + 1 = (\bar{v}^2 + \bar{v} + 1)(-\bar{v}^2 + \bar{v} + 1)$$

$$b_1 + u_1 + u_2 - u_3 - u_4 + b_2 + 3u_1 + 3u_2 + 3u_3 - u_4 \quad (A)$$

$$61 + 11r - 5r + 5r - 5r + 5r - 5 \quad 6r + 5r - 5r + 5r - 5 \quad (9)$$

$$2^4 + 5^0 4 + 5^2 10 + 5^3 12 + 5^2 10 + 5^0 4 + 1 \quad (1)$$

19- 12 ارب + 30 ح - 4 د + 2 ب - 20 ب ب ح + 4 پ د + 25 ح - 10 ح د د

شان $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{9} - \frac{1}{10}$ کا جز در یافت کرو

فہمون کو بالترتیب

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \bigg| \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4}$$

$$\overline{U_F + U_F} - U - U_F$$

$$P_U + P_{U'} =$$

$$\frac{1}{14} + 11 \frac{1}{7} - 11 \frac{1}{7}$$

$$\frac{1}{14} + 0 \frac{1}{p} = 0 \frac{1}{p}$$

$$\frac{1}{x} + \sqrt{x} - 5x$$

مثال ۱۱: $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^4}$ پ.ا. $\frac{1}{x^4} + \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x}$ کا جذر دریافت کرو

$$\frac{u}{r} - \frac{1}{r^2} + u) \frac{u}{r} + \frac{u^2}{r^2} - \frac{r^2}{4} + u^2 - \frac{u^2 r}{r} + u^2$$

$$H_1 = \frac{U_2}{U_1} \quad \frac{U_2}{U_1}$$

1941

$N_1 = 100$
 100 $4 + 10$
 100 $100 + 100$

دفعات ۳۵ سی ۵۸ تک مع مثالوں کی ترجمہ حساب کی کتاب میں لکھا گیا انگریزی میں
حساب اور برعبر مقابلہ ایک جلد میں ہیں اور ہم فی جلد جدا ترجمہ کیا اسلیٰ ان دفعات کو حساب
میں لکھنا مناسب سمجھا گیا

جزء الکعب

(۵۹) چونکہ (۱+ب) (۱+پ) (۱+ب) = ۱+۳ا+۳اب+۳ا۲+۳ا۲ب+۳ا۲ب۲+۳ا۲ب۲+۳ا۲ب۲
کچھ ہی قیمت پر یہ نسبت صورتوں میں درست ہی اب ہم دیکھتی ہیں کہ ۱+۳ا+۳اب سے

سے حاصل ہوتا ہی اور پھر اسے عام قاعدہ جزء الکعب کے لگانے کا اخذ کرتے ہیں
۱ کے قواء کے اعتبار سے ارقام کو لکھو

$$(۱+۳ا+۳اب+۳ا۲+۳ا۲ب+۳ا۲ب۲)$$

$$\begin{array}{r} ۱ \\ ۳ا+۳اب+۳ا۲+۳ا۲ب+۳ا۲ب۲ \\ ۳ا۲+۳ا۲ب+۳ا۲ب۲ \end{array}$$

اب ہم دیکھتی ہیں کہ ۱+۳ا+۳اب+۳ا۲+۳ا۲ب+۳ا۲ب۲ کی اول رقم الکعب ۱ کا ہی اور اول
رقم جزء الکعب کی ہی وسطیٰ ۱ کو اول رقم جزء الکعب کی بناؤ اور اس کا الکعب کرو اور قوت کی اول
رقم میں سے تفریق کرو

اب ۳ا+۳اب+۳ا۲+۳ا۲ب+۳ا۲ب۲ کے باقی رہی اسی ب کا دریافت کرنا منظور ہے
جو جزء الکعب میں اول رقم نکالی اسکی سید مربع کو یعنی ۳ا کو نیچے لادو اور اسکو مقسوم
علیہ امتحانی بناؤ اور ۳ا کو ۳ا پر تقسیم اور خارج قسمت ب دوسرے رقم جزء الکعب
کی دریافت کر دیہہ دوسرے رقم جزء الکعب کی ہی اسکو بعد کے علامت کی ساتھ لکھو
اور جو جزء الکعب میں رتین نکلی ہیں اسکی سید مربع حاصل ضرب + مجذور آخر رقم مقسوم علیہ
امتحانی پر زیادہ کر دیہہ ۳ا کو ۳ا مقسوم علیہ امتحانی پر زیادہ کر دیا یوں بیان کرو

کہ مقسوم علیہ امتحانی کو ۳۱ + ۱۳ + ۱۲ + ۱۱ + ۱۰ کی شکل بناؤ اور اس مقسوم علیہ کو ب دو سر
 رقم جز لکھیں میں ضرب دو تو حاصل ضرب ۱۲ + ۱۳ + ۱۲ + ۱۱ + ۱۰ حاصل ہوا اس کو اول میں
 رقموں کی نیچی لکھو جو اوپر سی اتاری گئیں تہیں اور تفریق کرو تو کچھ باقی نہیں بچی
 اگر اور رقمیں باقی ہوں تو (۱ + ۱) کو اول رقم بناؤ اور اس بات کو خیال میں رکھو کہ
 اول کا کعب ۱۲ + ۳ + ۱۲ + ۱۳ + ۱۲ + ۱۱ + ۱۰ مقدار معلوم سی تفریق ہو چکا ہی اور اب آگے
 اور رقم موافق عمل مذکور کی دریافت کرو یعنی ۳ (۱ + ۱) کو نیچی لاکر مقسوم علیہ امتحانی
 بناؤ اور باقی کو ۳ (۱ + ۱) پر تقسیم کر کے اور آگے رقم نکالو اگر وہ صحیح نکلی
 جس طرح مثال ذیل میں نکلی ہی تو جو رقمیں جز لکھیں میں نکلیں ہر بار و سہرح زیادہ کرو اور
 مقسوم علیہ امتحانی پر ۳ (۱ + ۱) ح میں زیادہ کرو تو کل مقسوم علیہ امتحانی ۱۳ + ۱۲ + ۱۱ + ۱۰ + ۱۳
 + ۳ + ۱۳ + ۱۲ + ۱۱ + ۱۰ + ۱۳ + ۱۲ + ۱۱ + ۱۰ + ۱۳ + ۱۲ + ۱۱ + ۱۰ + ۱۳ + ۱۲ + ۱۱ + ۱۰
 پہلی عمل میں ضرب دی تھی اور حاصل ضرب کو اون رقموں کی نیچی لکھو جو اوپر سی اتاری
 تہیں اور تفریق کرو اور یہی عمل جاری رہی جب تک کہ جز لکھیں حقیقی یا تقریبی دریا
 ہو جائے

2

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

لی + ۱۰۰ - ۱۰۰۰ - ۱۰۰۰۰ کا جزو الکسر در یافت کرد
مقدور علیه امتحانی ۳ (۱۰۰۰) یعنی ۳۰۰۰۰ و ۱۰۰۰۰۰ = ۱۰۰۰۰۰

اس کا کل مقصود علمائے اسلامیہ $300 + 400 + 500$ کے
جملہ اسلامیہ حضرات کے لئے یہ سہا عمل ہوتا ہے

جلو لا من خزانہ دینے سے یہ کا عمل ہوتا ہے

[illegible]

$$14 + 25x - 20x + 25x^2 =$$

جگر - ۲ میں ضرب دینے سے یہ حاصل ہوتا ہے

۲۔ جزر الکحل مطبوخ ہے

مشایخ - $\frac{1}{12}$ - $3 + 11 + \frac{3}{11}$ - ذخیرہ اللہ جلالتہ کے لئے اول ارقام کو بالترتیب کہو
 اللہ - $3 + 11 + \frac{3}{11}$ - اللہ

$$\frac{1}{x-1} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} + \dots$$

۱۰۰ = $\frac{113}{100}$ = ۱۰۰ کو بیس لایو اور

ایسی ایک سو عدد علی الصافی میں لاکھ $(\frac{1}{10}) + (\frac{1}{10}) + (\frac{1}{10})$ ہی
یعنی سو لاکھ ۳۰۰ + ۱۰۰ + ۱۰۰ ہے جس کو $\frac{1}{10}$ میں ضرب کرنے سے اس کا حاصل

10

تفسیر الکرامۃ المقسوم علیہ امتحانی بغیر تفصیل اور شرح کے لکھا کرتے ہیں اور شرح
فقط اسلئے لکھی ہے کہ عمل بہت عیان اور صاف معلوم ہو

امثلہ متق

امثلہ نمبری ۲۹ جزو الکعب دریافت کرو

$$(۱) ۱۱ + ۱۲ + ۱۳ + ۱۴ + ۱۵ + ۱۶ + ۱۷ + ۱۸ + ۱۹ + ۲۰ = ۱۹۰$$

$$(۲) ۱۱ + ۱۲ + ۱۳ + ۱۴ + ۱۵ + ۱۶ + ۱۷ + ۱۸ + ۱۹ + ۲۰ = ۱۹۰$$

$$(۳) ۱۱ + ۱۲ + ۱۳ + ۱۴ + ۱۵ + ۱۶ + ۱۷ + ۱۸ + ۱۹ + ۲۰ = ۱۹۰$$

$$(۴) ۱۱ + ۱۲ + ۱۳ + ۱۴ + ۱۵ + ۱۶ + ۱۷ + ۱۸ + ۱۹ + ۲۰ = ۱۹۰$$

$$(۵) ۱۱ + ۱۲ + ۱۳ + ۱۴ + ۱۵ + ۱۶ + ۱۷ + ۱۸ + ۱۹ + ۲۰ = ۱۹۰$$

$$(۶) ۱۱ + ۱۲ + ۱۳ + ۱۴ + ۱۵ + ۱۶ + ۱۷ + ۱۸ + ۱۹ + ۲۰ = ۱۹۰$$

$$(۷) ۱۱ + ۱۲ + ۱۳ + ۱۴ + ۱۵ + ۱۶ + ۱۷ + ۱۸ + ۱۹ + ۲۰ = ۱۹۰$$

$$(۸) ۱۱ + ۱۲ + ۱۳ + ۱۴ + ۱۵ + ۱۶ + ۱۷ + ۱۸ + ۱۹ + ۲۰ = ۱۹۰$$

$$(۹) ۱۱ + ۱۲ + ۱۳ + ۱۴ + ۱۵ + ۱۶ + ۱۷ + ۱۸ + ۱۹ + ۲۰ = ۱۹۰$$

$$(۱۰) ۱۱ + ۱۲ + ۱۳ + ۱۴ + ۱۵ + ۱۶ + ۱۷ + ۱۸ + ۱۹ + ۲۰ = ۱۹۰$$

$$(۱۱) ۱۱ + ۱۲ + ۱۳ + ۱۴ + ۱۵ + ۱۶ + ۱۷ + ۱۸ + ۱۹ + ۲۰ = ۱۹۰$$

$$(۱۲) ۱۱ + ۱۲ + ۱۳ + ۱۴ + ۱۵ + ۱۶ + ۱۷ + ۱۸ + ۱۹ + ۲۰ = ۱۹۰$$

$$(۱۳) ۱۱ + ۱۲ + ۱۳ + ۱۴ + ۱۵ + ۱۶ + ۱۷ + ۱۸ + ۱۹ + ۲۰ = ۱۹۰$$

$$(۱۴) ۱۱ + ۱۲ + ۱۳ + ۱۴ + ۱۵ + ۱۶ + ۱۷ + ۱۸ + ۱۹ + ۲۰ = ۱۹۰$$

$$(۱۵) ۱۱ + ۱۲ + ۱۳ + ۱۴ + ۱۵ + ۱۶ + ۱۷ + ۱۸ + ۱۹ + ۲۰ = ۱۹۰$$

$$(۱۶) ۱۱ + ۱۲ + ۱۳ + ۱۴ + ۱۵ + ۱۶ + ۱۷ + ۱۸ + ۱۹ + ۲۰ = ۱۹۰$$

$$(۱۷) ۱۱ + ۱۲ + ۱۳ + ۱۴ + ۱۵ + ۱۶ + ۱۷ + ۱۸ + ۱۹ + ۲۰ = ۱۹۰$$

$$(۱۸) ۱۱ + ۱۲ + ۱۳ + ۱۴ + ۱۵ + ۱۶ + ۱۷ + ۱۸ + ۱۹ + ۲۰ = ۱۹۰$$

$$(۱۹) ۱۱ + ۱۲ + ۱۳ + ۱۴ + ۱۵ + ۱۶ + ۱۷ + ۱۸ + ۱۹ + ۲۰ = ۱۹۰$$

$$۱۰۰ + ۳۶۰ + ۵۴۰ + ۷۲۰ =$$

$$۳ + ۳ \times ۲۰ \times ۳ + ۳ \times (۲۰) \times ۳ + (۲۰)^۳ =$$

دفعہ ۵۹ کے قاعدہ کے موافق عمل کرنے سے

$$(۲۰)^۳ + (۲۰) \times ۳ \times ۲۰ \times ۳ + ۳ \times (۲۰)^۲ + ۳ =$$

$$(۲۰)^۳ = ۸۰۰۰$$

$$\begin{array}{l} ۳ + ۳ \times ۲۰ \times ۳ + ۳ \times (۲۰)^۲ + (۲۰)^۳ \\ ۳ + ۳ \times ۲۰ \times ۳ + ۳ \times (۲۰)^۲ + (۲۰)^۳ \end{array}$$

اسی واسطے ۲۰ + ۳ یعنی ۲۳ جزو الکعب ہے

اس مثال کو اس طرح حل کر سکتے تھے

$$(۲۰)^۳ + (۲۰)^۲ + ۳ \times ۲۰ \times ۳ + ۳ =$$

$$(۲۰)^۳ = ۸۰۰۰$$

$$۳ \times (۲۰)^۲ = ۱۲۰۰$$

$$۳ \times ۲۰ \times ۳ = ۵۴۰$$

$$۳ = ۳$$

$$۸۱۶۳$$

دفعات ۶۱ و ۶۲ و ۶۳ و ۶۴ و ۶۵ و ۶۶ و ۶۷ و ۶۸ و ۶۹ و ۷۰ و ۷۱ و ۷۲ و ۷۳ و ۷۴ و ۷۵ و ۷۶ و ۷۷ و ۷۸ و ۷۹ و ۸۰ و ۸۱ و ۸۲ و ۸۳ و ۸۴ و ۸۵ و ۸۶ و ۸۷ و ۸۸ و ۸۹ و ۹۰ و ۹۱ و ۹۲ و ۹۳ و ۹۴ و ۹۵ و ۹۶ و ۹۷ و ۹۸ و ۹۹ و ۱۰۰

(۶۸) اکثر مثالیں اقسام کی بھی آجانی ہیں ثابت کرو

$$۱۷۵۴۸ = \frac{۳ \times ۲۸ - ۲۸^۲}{۲۸ - ۲۸}$$

اب ہم دیکھتے ہیں کہ نسب نامہ $۲۸ - ۲۸$ یعنی $\frac{۱}{۲۸} - \frac{۱}{۲۸}$ ہو اسلئے یہ جملہ نہایت سادہ ہے

اگر نسب نامہ اور شمار کنندہ کو $۲۸ + ۲۸$ یعنی $\frac{۱}{۲۸} + \frac{۱}{۲۸}$ میں ضرب دیں

$$\frac{۳ \times ۲۸ - ۲۸^۲}{۲۸ - ۲۸} \times \frac{۲۸ + ۲۸}{۲۸ + ۲۸}$$

اس دلیل سے کہ

$$\frac{\frac{1}{12} + \frac{1}{12} \times \frac{1}{12}}{\frac{1}{12} + \frac{1}{12}} \times \frac{\frac{1}{12} \times 2 - \frac{1}{12} \times 3}{\frac{1}{12} - \frac{1}{12}} \text{ یعنی}$$

$$\frac{6 \times 2 - \frac{1}{12} \times \frac{1}{12} \times 3 + \frac{1}{12} \times \frac{1}{12} \times 2 - 1 \times 3}{6 - 8} =$$

$$12 - \frac{1}{54} \times 3 + \frac{1}{54} \times 2 - 3 =$$

$$\frac{1}{54} + 10 =$$

$$545 \therefore \therefore (4528$$

$$\begin{array}{r} 122 \overline{) 624} \\ 124 \overline{) 1190} \\ 1211 \end{array}$$

اسی طرح قیمت جملہ معلوم کی 10 + غیر 10 = 4528 و 12528

امثلہ نمبری ۳۱

ان جملوں میں سے ہر ایک جملہ کی قیمت دریافت کرو

$$(1) \left(\frac{1}{12} \right) \text{ و } \frac{1}{12} \text{ و } \frac{1}{12} \text{ و } \frac{1}{12}$$

$$\frac{1}{12} \text{ و } \frac{1}{12} \text{ و } \frac{1}{12} \text{ و } \frac{1}{12}$$

$$\frac{1}{12} \text{ و } \frac{1}{12} \text{ و } \frac{1}{12} \text{ و } \frac{1}{12}$$

$$\frac{1}{12} \text{ و } \frac{1}{12} \text{ و } \frac{1}{12} \text{ و } \frac{1}{12}$$

مقسوم علیہ مشترک اعظم باوق اعظم

(۶۹) جدا جب ایک مقدار دوسری مقدار میں پوری دفعہ شمار ہوتی ہے تو دوسری

مقدار کو ذاضعا یا ضعف یا مضاعف پہلی مقدار کا کہتے ہیں مثلاً ۱۲ اضعا

۳۱ کا ہے کیونکہ ۳۱ پوری ۱۲ دفعہ ۱۲ میں شامل ہیں

حد ۲ جب ایک مقدار دوسری مقدار میں لوری دفعہ شامل ہوتی ہے تو پہلی مقدار کو دوسری مقدار کا وفق یا قاسم یا عا د کہتے ہیں مثلاً ۱۳ وفق یا قاسم یا عا د ۱۲ تھا ہی کیونکہ ۱۳ چار دفعہ ۱۲ میں شامل ہیں

حد ۳ جب جبریت چلے کسی حرف کے قوا و تنازلی کی ترتیب کے موافق مرتب ہوں تو اس حرف کے اعتبار سے جو اعلیٰ قوت کا جبر ضروری ہوگا یعنی ہر جگہ کو بغیر باقی کے تقسیم کر دیا اور سکو مشر قاسم اعلیٰ یا مقسوم علیہ اعظم مشترک وفق اعظم کہتے ہیں اور اختصار مقسوم علیہ اعظم کہ جگہ حروف معاکام میں لائے گئے

(۷۰) جبریت قوا و تنازلی مقسوم علیہ اعظم ایک نظر دیکھنے سے معلوم ہو جائے ہیں اور ان مقادیر میں کسی بھی جبریت قوا و تنازلی کی طرح لکھی جاسکتی ہیں فقط دیکھنے کے مقسوم علیہ دریافت ہو جاتے ہیں

امثلہ نمبری ۳۲

مثالیں چل کی ہوئی

مثال ۱ معا ۶ لاری اور ۹ لاری کا ۳ لاری ہے

$$\text{چونکہ } ۶ \text{ لاری} = ۳ \text{ لاری} \times ۲$$

$$\text{اور } ۹ \text{ لاری} = ۳ \text{ لاری} \times ۳$$

اور ۳ اور ۹ لاری کا کوئی وفق مشترک سوا واحد کے نہیں ہے

اس لیے معامطلوب ۳ لاری ہے

مثال ۲ ۸۵ لاری اور ۳۵ لاری کا معا ۵ لاری ہے

$$\text{چونکہ } ۸۵ \text{ لاری} = ۵ \text{ لاری} \times ۱۷$$

$$\text{اور } ۳۵ \text{ لاری} = ۵ \text{ لاری} \times ۷$$

اور ۵ لاری اور ۷ لاری کا کوئی وفق مشترک سوا واحد کے نہیں ہے

اسو اسطے ۵ و ۱ کا کوئی معا مطلب ہے

مثال ۳ ۷ و ۴ کا کوئی اور معا ۱۰ - ۳ کا معا ۱۰ - ۲ ہے

$$\text{چونکہ } ۷ - ۴ = ۳ \text{ (۱۰ - ۲) (۱۰ - ۲)}$$

$$\text{۱۰ - ۳ - ۶ = ۳ (۱۰ - ۲)}$$

اور چونکہ ۱۰ اور ۷ کا کوئی مشترک نہیں ہے اسلئے ۱۰ - ۲ کا معا ۷ - ۴ کا معا

اور ۱۰ - ۳ - ۶ کا ہے

مثال ۴ ۱۰ - ۲ اور ۱۰ - ۳ کا معا ۱۰ - ۱ ہے

$$\text{چونکہ } ۱۰ - ۲ = ۸ \text{ (۱۰ - ۱) (۱۰ - ۱)}$$

$$\text{۱۰ - ۳ = ۷ (۱۰ - ۱) (۱۰ - ۱)}$$

اور ۱۰ - ۱ اور ۱۰ - ۲ کا کوئی مشترک جز نہیں ہے

اسو اسطے ۱۰ - ۱ کا معا مطلب ہے

مثال ۵ ۱۰ - ۱ اور ۱۰ - ۲ کا معا ۱۰ - ۱ ہے

$$\text{اسو اسطے کہ } ۱۰ - ۱ = ۹ \text{ (۱۰ - ۱) (۱۰ - ۱)}$$

$$\text{۱۰ - ۲ = ۸ (۱۰ - ۱) (۱۰ - ۱)}$$

۱۰ - ۱ اور ۱۰ - ۲ کا کوئی و فق مشترک نہیں ہے

اسو اسطے ۱۰ - ۱ کا معا ہے

مثال ۶ ۱۰ - ۲ اور ۱۰ - ۳ کا معا ۱۰ - ۱ ہے

$$\text{اسو اسطے کہ } ۱۰ - ۲ = ۸ \text{ (۱۰ - ۱) (۱۰ - ۱)}$$

$$\text{۱۰ - ۳ = ۷ (۱۰ - ۱) (۱۰ - ۱)}$$

۱۰ - ۲ اور ۱۰ - ۳ کا کوئی و فق مشترک سو ایک نہیں ہے

اسو اسطے ۱۰ - ۱ کا معا ہے

۱۰۴
اشکال نمبر ۳۲ مشق کے سطر

(۱) مشترک مقسوم علیہ اعظم دریافت کرو

(۱) ۳۷ اور ۶۱ کا ۷۵ اور ۱۵ کا ۳۷ اور ۵۴ اور ۱۲ اور ۱۵ کا

(۲) ۱۴ اور ۱۵ اور ۲۷ اور ۳۴ اور ۴۱ اور ۵۴ اور ۷۵ اور ۱۲ اور ۱۵ کا

(۳) ۱۴ اور ۱۵ اور ۲۷ اور ۳۴ اور ۴۱ اور ۵۴ اور ۷۵ اور ۱۲ اور ۱۵ کا

(۲) مقسوم علیہ اعظم دریافت کرو

(۱) ۱۴ اور ۱۵ اور ۲۷ اور ۳۴ اور ۴۱ اور ۵۴ اور ۷۵ اور ۱۲ اور ۱۵ کا

(۲) ۱۴ اور ۱۵ اور ۲۷ اور ۳۴ اور ۴۱ اور ۵۴ اور ۷۵ اور ۱۲ اور ۱۵ کا

(۳) ۱۴ اور ۱۵ اور ۲۷ اور ۳۴ اور ۴۱ اور ۵۴ اور ۷۵ اور ۱۲ اور ۱۵ کا

(۴) ۱۴ اور ۱۵ اور ۲۷ اور ۳۴ اور ۴۱ اور ۵۴ اور ۷۵ اور ۱۲ اور ۱۵ کا

(۵) ۱۴ اور ۱۵ اور ۲۷ اور ۳۴ اور ۴۱ اور ۵۴ اور ۷۵ اور ۱۲ اور ۱۵ کا

(۶) ۱۴ اور ۱۵ اور ۲۷ اور ۳۴ اور ۴۱ اور ۵۴ اور ۷۵ اور ۱۲ اور ۱۵ کا

(۷) ۱۴ اور ۱۵ اور ۲۷ اور ۳۴ اور ۴۱ اور ۵۴ اور ۷۵ اور ۱۲ اور ۱۵ کا

(۸) ۱۴ اور ۱۵ اور ۲۷ اور ۳۴ اور ۴۱ اور ۵۴ اور ۷۵ اور ۱۲ اور ۱۵ کا

(۹) ۱۴ اور ۱۵ اور ۲۷ اور ۳۴ اور ۴۱ اور ۵۴ اور ۷۵ اور ۱۲ اور ۱۵ کا

(۱۰) ۱۴ اور ۱۵ اور ۲۷ اور ۳۴ اور ۴۱ اور ۵۴ اور ۷۵ اور ۱۲ اور ۱۵ کا

(۱۱) ۱۴ اور ۱۵ اور ۲۷ اور ۳۴ اور ۴۱ اور ۵۴ اور ۷۵ اور ۱۲ اور ۱۵ کا

(۱۲) ۱۴ اور ۱۵ اور ۲۷ اور ۳۴ اور ۴۱ اور ۵۴ اور ۷۵ اور ۱۲ اور ۱۵ کا

اور ۱۲ اور ۱۵ اور ۲۷ اور ۳۴ اور ۴۱ اور ۵۴ اور ۷۵ اور ۱۲ اور ۱۵ کا

پس د مقسوم علیہ اعظم ط اور ص کا ہوگا

وجہ اسکی یہ ہے کہ اوپر کے عمل سے ہم کو یہ ارتباطات حاصل ہوئیں

$$(۱) \quad ط - ع = ص = س \quad (۲)$$

$$(۲) \quad ص - ق = س = د \quad (۳)$$

$$(۳) \quad س = در$$

اب چونکہ س = در (۳) اس واسطے دیوار س کو تقسیم کرتا ہے

اس واسطے دیوار تقسیم ق س کو کرتا ہے بموجب دفعہ ۱ کے

اس واسطے دیوار تقسیم ق س + د کو کرتا ہے یعنی ص کو بموجب دفعہ ۲ اور (۲) کے

اس واسطے دیوار تقسیم ع ص کو کرتا ہے بموجب دفعہ ۱ کے

اس واسطے دیوار ع ص + س یعنی ط کو تقسیم کرتا ہے بموجب دفعہ ۲ اور (۱) کے

پس د مقسوم علیہ مشترک ط اور ص کا ہے

اب اعظم ثابت کرنا اور س کا باقی رہا سو اس طرح ہوتا ہے کہ اگر وہ اعظم نہ ہو تو فرض کرو کہ مشترک مقسوم

اعظم ہے اب چونکہ دیوار پورا ط اور ص کو تقسیم کرتا ہے

∴ دیوار ط - ع ص یعنی س کو تقسیم کرتا ہے بموجب دفعہ ۱ و (۲) کے

∴ دیوار ق س کو تقسیم کرتا ہے بموجب دفعہ ۱ کے

∴ دیوار ص - ق س یعنی د کو تقسیم کرتا ہے بموجب دفعہ (۱ و ۲) اور (۳) کے

لیکن دیوار کو تقسیم نہیں کر سکتا اگر د اعلیٰ درجہ کا جملہ د کے جملہ سے ہو

اس واسطے مشترک مقسوم علیہ اعظم د سے نہیں ہو سکتا یعنی د مقسوم علیہ اعظم ط اور ص کا

انتباہ اب تاکہ عمل مذکور میں کوئی دقت اور دشواری نہ پڑے اور بہت آسانی سے

عمل ہو جائے ضروری ہے کہ باقیات اور اصل جملوں کی صورت ایسی بنائیں کہ اول تو اشغال

کسری جو آتے ہوں وہ نہ آئیں اور جملوں کے مقسوم علیہ اعظم میں ہی فرق نہ پڑے سو اس طرح

یہ بات حاصل ہو سکتی ہے کہ کسی ایسی مقدار میں ضرب دیں کہ کوئی نیا مقسوم علیہ مشترک

نہ داخل ہو جائے اس واسطے کہ مقسوم علیہ عظم م داورن دکا بشرطیکہ م اورن مقسوم علیہ
مشترک سوا ایک کے نہ رہتی ہوں وہی اور وہی مقسوم علیہ عظم ط م اور ع د کا ہے
بشرطیکہ ع اور م کا کوئی مقسوم علیہ مشترک سوا ایک کو نہ ہو

دوم اوس جزو ضربی کو دور کریں جو ایک باقی میں پایا جائے اور اوس باقی میں نہ پایا جائے
جو بالفعل مقسوم علیہ بن رہی ہو اور آئندہ مقسوم بن گئی ہو اسطیکہ کہ ط اور ص کا مقسوم علیہ عظم
د ہو ایسا کہ ط = م داور ص = ن داور ص کو ع میں ضرب دین اور جزو ضربی ط کا نہ ہو
تو مقسوم علیہ عظم ط اور ع ص کا ہوگا

سوم اگر کسی باقی کی اول علامت منفی کی ہو تو اوسکی ساری رقموں کی علامت تبدیل دوا
اگر مقسوم علیہ عظم ط اور ص کا ہو تو + دہی مقسوم علیہ عظم ط اور ص کا ہوگا جو کچھ اوپر
ہوا ہے اوسے اخذ کر کے یہ قاعدہ لکھتے ہیں

قاعدہ دو جزو یہ جلوں کے مقسوم علیہ عظم دریکہ کرنا

کسی جلوں میں جو حروف مشترک ہوں انہیں سے کسی ایک حرف کی ترتیب کے موافق اون جلوں
کو لکھو اور جو اعلیٰ درجہ کا جملہ ہو اسکو ادنیٰ درجہ کے جملہ تقسیم کرو اور اگر انہیں اعلیٰ ادنیٰ درجہ
نہ ہو بلکہ مساوی درجہ ہو تو انہیں سے کسی ایک کو دوسرے تقسیم کرو اور جو باقی نکلے
اوس پر آخر مقسوم علیہ کو تقسیم کرو اور یہی عمل کئے جاو جب تک کہ کچھ باقی نہ رہی تو آخر
مقسوم علیہ مشترک مقسوم علیہ عظم ہوگا اگر اون جلوں میں سے کسی ایک جملہ کے اندر کوئی
جزو ضربی ایسا ہو کہ وہ دوسرے جملہ کے اقلام میں نہ پایا جائے تو اوس جزو ضربی کو علیحدہ کر سکتے
اور اس طرح سے ایک جزو ضربی کو داخل کر سکتے ہو بشرطیکہ وہ مشترک دوسرے جملہ میں نہ ہو اور
اس جزو ضربی کے خارج داخل کرنے سے مقسوم علیہ عظم میں کچھ فرق نہیں آئیگا اور اس
امر کا برتاؤ ہر باقی کے ساتھ بطرح مقسوم اور م د اور ع د کے ساتھ اشاء عمل میں
جہاں موقع ہو ہو سکتا ہے

امثلہ نمبری ۳۴ مثالین حل کی ہوئی

مثال ۱ $۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲$ کا معادریافت کرو
اب عمل ہوا ترقی قاعدہ کے کیا

$$۶ + ۶ + ۶ + ۶ + ۶ + ۶ + ۶ + ۶ + ۶ + ۶ + ۶ + ۶$$

$$۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲$$

$$۸ + ۸ + ۸ + ۸ + ۸ + ۸ + ۸ + ۸ + ۸ + ۸ + ۸ + ۸$$

چونکہ یہ لائق $۶ + ۶ + ۶ + ۶ + ۶ + ۶ + ۶ + ۶ + ۶ + ۶ + ۶ + ۶$ کا نتیجہ ہے تو اس کو علیحدہ کر اس طرح کے عمل کرو

$$۲ + ۲ + ۲ + ۲ + ۲ + ۲ + ۲ + ۲ + ۲ + ۲ + ۲ + ۲$$

$$۹ + ۹ + ۹ + ۹ + ۹ + ۹ + ۹ + ۹ + ۹ + ۹ + ۹ + ۹$$

$$۲ - ۲ - ۲ - ۲ - ۲ - ۲ - ۲ - ۲ - ۲ - ۲ - ۲ - ۲$$

$$۲ - ۲ - ۲ - ۲ - ۲ - ۲ - ۲ - ۲ - ۲ - ۲ - ۲ - ۲$$

مشکو

اسے معلوم ہوا کہ $۱۲ + ۱۲ + ۱۲$ کا تقسوم علیہ اعظم ہے

مثال ۲ $۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲$

$$۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲$$

$$۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲$$

معاملہ مطلوب ہے $۲ + ۲ + ۲ + ۲ + ۲ + ۲ + ۲ + ۲ + ۲ + ۲ + ۲ + ۲$ اور $۹ + ۹ + ۹ + ۹ + ۹ + ۹ + ۹ + ۹ + ۹ + ۹ + ۹ + ۹$

اب $۹ + ۹ + ۹ + ۹ + ۹ + ۹ + ۹ + ۹ + ۹ + ۹ + ۹ + ۹$ کو $۳ + ۳ + ۳ + ۳ + ۳ + ۳ + ۳ + ۳ + ۳ + ۳ + ۳ + ۳$ میں ضرب دی تو تاکہ عمل آسانی سے ہو

$$۹ + ۹ + ۹ + ۹ + ۹ + ۹ + ۹ + ۹ + ۹ + ۹ + ۹ + ۹$$

$$۱۲ - ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲$$

$$۱۲ - ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۲$$

$$۹ + ۹ + ۹ + ۹ + ۹ + ۹ + ۹ + ۹ + ۹ + ۹ + ۹ + ۹$$

$$۳ + ۳ + ۳ + ۳ + ۳ + ۳ + ۳ + ۳ + ۳ + ۳ + ۳ + ۳$$

اب سب تقسیم کرو اور ۱۵ - ۵ اب ۱۰ کی ہر رقم کو سب میں ضرب دو تو یہ حاصل ہوگا

سورۃ + اب - ج (۱۲ - ۱۵) اب + ج (۱۲)

۱۲ تا ۱۴ + ۱۵ - ۱۶

519 + 519 =

$$= 14 - (1 - 1) = 14$$

۱۹۔ ب پر تقسیم کرو اور اس طرح عمل کرو

(۱-۲) $5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$

مسروقا - مسروپ

EN-UN

مذہب - نہی

اسی واسطے بظاہر معاً ۲ ب (۱-۲)

441-1012

مثال ۳ م ل ۵ - ل ۱۲ + ل ۱۰ = ل ۵ + ل ۸ + ل ۱۲ کا دریافت کرو

$$15 - 20 + 510 - 5$$

504 + 505 = 1009

$$d) \text{ } r^N - 104 + 70r = 70r(10 + 110 - 70r)$$

$$u_{10} + u_{10} - u_5$$

$$rN - rNr + 510 =$$

$$(1 + \mu/\nu - \mu_0)\mu -$$

- سکو ساقط کرو اور لڑا۔ ۱۵۱۰ء کی ہزرقم کوہ میں مغرب دور تو یہ حاصل ہوگا

$$u(r) \leq 0 + u \leq 0 - \frac{1}{2} (1 + u) - \frac{1}{2} u$$

$$x_{14} + x_{15} = 1.$$

40 + 191 = 231

$$(1 + \mu_1 r - \mu_2 r) <$$

۷ کو علیحدہ کرو اور ۴ لکھ - ۳ لکھ + ۱۰ کو ۵ میں ضرب دو

$$۵۸۵ - ۸۱۴ + ۸۰۰ (۲۰۰ - ۵۰۰ + ۵۰۰)$$

$$۳۲۲ + ۵۰۴ - ۵۰۰$$

$$۱۸ + ۵۹ -$$

$$(۲ - ۵) ۹ -$$

$$۲ - ۵۸۵ (۲ - ۵) ۸ + ۵۱۴ - ۵۸۵$$

$$۵۱۰ - ۵۸۵$$

$$۸ + ۵۱۴ -$$

$$۸ + ۵۱۴ -$$

اسی طرح لہر ۲ معامطلوب ہوگا

فکری

مثال

$$\begin{aligned} & ۲ - (۲ + ۵) (۲ + ۵) + ۵۱۴ - ۵۸۵ + (۲ + ۵) (۲ + ۵) - ۵۸۵ + ۵۱۴ \\ & - (۲ + ۵) (۲ + ۵) (۲ + ۵) - ۵۸۵ + ۵۱۴ - (۲ + ۵) (۲ + ۵) - ۵۸۵ + ۵۱۴ \\ & - ۵۸۵ + ۵۱۴ - (۲ + ۵) (۲ + ۵) - ۵۸۵ + ۵۱۴ \end{aligned}$$

$$۲ - ۵۸۵ + (۲ + ۵) (۲ + ۵) - ۵۸۵ + ۵۱۴$$

$$\begin{aligned} & ۵۸۵ - (۲ + ۵) (۲ + ۵) - ۵۸۵ + ۵۱۴ - (۲ + ۵) (۲ + ۵) - ۵۸۵ + ۵۱۴ \\ & - ۵۸۵ + ۵۱۴ - (۲ + ۵) (۲ + ۵) - ۵۸۵ + ۵۱۴ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (۲ + ۵) (۲ + ۵) - ۵۸۵ + ۵۱۴ - (۲ + ۵) (۲ + ۵) - ۵۸۵ + ۵۱۴ \\ & (۲ + ۵) (۲ + ۵) - ۵۸۵ + ۵۱۴ - (۲ + ۵) (۲ + ۵) - ۵۸۵ + ۵۱۴ \end{aligned}$$

$$(۲ + ۵) (۲ + ۵) - ۵۸۵ + ۵۱۴ - (۲ + ۵) (۲ + ۵) - ۵۸۵ + ۵۱۴$$

$$\begin{aligned} & ۵۸۵ - (۲ + ۵) (۲ + ۵) - ۵۸۵ + ۵۱۴ - (۲ + ۵) (۲ + ۵) - ۵۸۵ + ۵۱۴ \\ & ۵۸۵ - (۲ + ۵) (۲ + ۵) - ۵۸۵ + ۵۱۴ - (۲ + ۵) (۲ + ۵) - ۵۸۵ + ۵۱۴ \end{aligned}$$

$$۵۸۵ - (۲ + ۵) (۲ + ۵) - ۵۸۵ + ۵۱۴ - (۲ + ۵) (۲ + ۵) - ۵۸۵ + ۵۱۴$$

$$۵۸۵ - (۲ + ۵) (۲ + ۵) - ۵۸۵ + ۵۱۴ - (۲ + ۵) (۲ + ۵) - ۵۸۵ + ۵۱۴$$

اسی طرح لہر ۳ معامطلوب ہے

مثال ۵ سالہ (۳ + ۵ - ۳) - ۵۸۵ + ۵۱۴ - ۵۸۵ + ۵۱۴ - ۵۸۵ + ۵۱۴

$$۵۸۵ + (۲ + ۵) (۲ + ۵) - ۵۸۵ + ۵۱۴ - ۵۸۵ + ۵۱۴ - ۵۸۵ + ۵۱۴$$

$$8x^3 - 11x^2 - 10x + 5 \quad \text{و} \quad 2x^2 - 1 \quad \text{و} \quad 2x^2 - 1 \quad (5)$$
$$u_{19} + u_{14} - u_{18} + u_{17} - u_{16} + u_{15} - u_{13} + u_{12} - u_{11} \quad (22)$$

(۳۳) $2r - 11 + 12 + 13 - 14 = 0$

$$u_3 - u_4 + u_4 - u_3 - u_3 \text{ اور } u_4 + u_1 - u_1 + u_1 - u_1 \quad (5)$$

(۲۵) $ج۳۶ - ج۱۸ - ج۲۷ + ج۹$ اور $ج۱۸ - ج۱۹ - ج۱۰$

(۲۶) ۳-۲-۱-۰ اور ۱۰-۱۵+ ۱۰-۱۵-۰-۱۵-۰-۱۵-۰ کا

(۴۷) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} - \frac{1}{z} = \frac{1}{x+y-z}$

$$9 - 21r + 50r^2 + 50r^3 - 51r^4 - 20r^5 + 9 \quad (5A)$$
$$15 + 40r + 50r^2 - 50r - 50r + 50r^2$$
$$10 + 10 + 10 + 10 + 14 + 14 - 100 \quad (29)$$

(۳) $\bar{u} - \bar{e} - \bar{o} - \bar{b} - \bar{g}$ + \bar{b} اور $\bar{u} + \bar{p} + \bar{u} + \bar{e} + \bar{o} + \bar{b} + \bar{g}$

(۳۱) $m \cdot n - m \cdot n + m \cdot n - m \cdot n$

$$6^{\text{th}} + 5^{\text{th}} - 4^{\text{th}} - 3^{\text{th}} + 2^{\text{th}}$$

(۳۴) $لک + (د - ب) = لک - د + ب$ اور $لک + (د + ب) = لک + د + ب$ کا

(۳۳) لکھ - (لکھ + ب) اور لکھ - (لکھ + ب) لکھ - (لکھ + ب)

(۳۴) لکھ - ع لکھ + (ق - ا) لکھ + ع لکھ - ق اور لکھ - ق لکھ + (ع - ا) لکھ + ق لکھ - ع لکھ

$$(35) \quad \frac{1}{2}r^2 - \frac{1}{2}r^2(b-a) + \frac{1}{2}r^2(b+a) + \frac{1}{2}r^2(b-a)$$
$$\text{اور } \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3} + \frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+5} + \dots$$
$$u(1+2+3)+u(1+2+3+4)+u(2+3+4)+u(3+4)+u \quad (۳۶)$$
$$+ (2 + 2)A + (1 + 1)B + (1 + 1)C + (1 + 1)D + (1 + 1)E + (1 + 1)F + (1 + 1)G + (1 + 1)H + (1 + 1)I + (1 + 1)J + (1 + 1)K + (1 + 1)L + (1 + 1)M + (1 + 1)N + (1 + 1)O + (1 + 1)P + (1 + 1)Q + (1 + 1)R + (1 + 1)S + (1 + 1)T + (1 + 1)U + (1 + 1)V + (1 + 1)W + (1 + 1)X + (1 + 1)Y + (1 + 1)Z$$

پس ہے یہ قاعدہ مستنط ہو کہ
جملوں کے حاصل ضرب کو ملے وفق مشترک اعظم تقسیم کرو
عمل سطح آسان ہو جاتا ہے کہ ایک جملہ کو پہلے مشترک وفق اعظم تقسیم کریں اور خارج قسمت کو
دوسرے جملے میں ضرب دیں

انتباہ وہ جملے جو تقادیر منفرد کی طرح لکھے جائیں ان کا اور تقادیر منفرد کا مشترک ذواضع اقل
نقطہ دیکھنے سے معلوم ہو جاتا ہے

ط اور ص کا ذواضع مشترک اور کو ف مشترک ذواضع اقل کا اضعاف ہوتا ہے
فرض کرو کوئی اور ذواضع مشترک ط اور ص کا ہے

اب اگر م اضعاف ف کا نہ تو فرض کرو کہ م میں ردفعہ چلتا ہے اور ص باقی رہتا ہے
جو ف سے کم ہوگا یعنی یہ فرض کرو کہ

(م) ف
ص

اسی واسطے ص = م - ف

اب چونکہ ط اور ص دونوں کو پورا تقسیم کرتے ہیں اسی واسطے وہ ف کو بھی پورا تقسیم
کے پورا تقسیم کریں گے اور اسی واسطے م - ف کو بھی یعنی ص کو لیکن جس چھوٹا ف ہے
پس ہے معلوم ہوا کہ ف مشترک ذواضع اقل نہیں اسے معلوم ہوا کہ م میں ف
پوری دفعہ شامل ہے یعنی جو م کو ف تقسیم کرنے سے کچھ باقی نہیں رہتا اسی واسطے
وہ ذواضع ف کا ہے

امثلہ نمبر ۵ حل کی ہوئی

مثال ۱ ضیق ۶ اور ۹ کا در یافت کرو

معا ۶ اور ۹ کا ۳ ہے

$$\therefore \text{ضیق} = \frac{4 \times 9 \times 11}{9 \times 3} = \frac{44}{3} = 14 \frac{2}{3}$$

مثال ۲: اگر x اور y کا دریافت کرو

معا $12x$ اور $8y$ کا $4x$ اور $3y$ ہے

$$\therefore \text{ضیق} = \frac{12x \times 8y}{4x \times 3y} = \frac{24}{1} = 24$$

مثال ۳: ضیق a اور $(a-b)$ کا دریافت کرو

$$a - b = (a+b) \text{ اور } (a-b) = (a-b)$$

معا $a - b$ اور $(a-b)$ کا ہے

$$\therefore \text{ضیق} = \frac{(a+b)(a-b)}{a-b}$$

$$(a+b)(a-b) =$$

$$(a+b)(a-b) =$$

$$a^2 - b^2 + ab - ab =$$

$$a^2 - b^2 =$$

مثال ۴: ضیق a اور b کا دریافت کرو

$$a - b = (a+b)(a-b) \text{ اور } (a-b) = (a-b)$$

معا $a - b$

$$\therefore \text{ضیق} = \frac{(a+b)(a-b)}{a-b}$$

$$(a+b)(a-b) =$$

$$a^2 + ab - ab - b^2 =$$

$$a^2 - b^2 =$$

مثال ۵: ضیق $(a-b)$ اور $(a-b)$ کا دریافت کرو

اب (ل+د) (د-د) (ل-د) اور لڑ- لڑ کا ضیق دریافت کریں واسطے

$$\text{لڑ} - \text{لڑ} = (ل-د) (د-د) (ل+د+د) (ل+د+د)$$

∴ ضیق لڑ- لڑ اور (ل+د) (د-د) (ل-د) (د-د) کا

$$= (ل+د+د) (ل+د+د) (ل+د+د) (ل-د) (د-د)$$

$$= \text{لڑ} - \text{لڑ} - \text{لڑ} - \text{لڑ} + \text{لڑ} + \text{لڑ}$$

∴ ضیق مطلوب = لڑ- لڑ- لڑ- لڑ + لڑ + لڑ

مشق کیوں

امثلہ نمبری ۳۶

ضیق دریافت کرو

(۱) اب و و ح د ب ج کا

(۲) و+ب اور ا-ب اور ا-ب کا

(۳) و+د و+د (۱+د) اور ۲ (۲+د) کا

(۴) و+د+د ب اور ا-ب کا

(۵) ل+د ۲-۱ اور ۲-۱ کا

(۶) ل+د ۲ و ۲ ل اور ۲ ل (ل-د) کا

(۷) ل+د ل (ل+۱) اور ل+۱ کا

(۸) ل-ا د ل+ل+ل+ل-ا کا

(۹) ب و ا-ب اور ا-ب-ب کا

(۱۰) و+ل-۳ ل+۴ و+ل+۵ ل-۶ و+ل-۷ ل-۸ کا

(۱۱) ل-۱ و ۱+۲ ل اور ۲ ل+۲ کا

(۱۲) ل (ل+۱) (ل+۲) و ل (ل-۱) (ل-۲) اور ل (ل+۱) (ل-۱)

(۱۳) ل و ل و ل (ل+۱) اور ل (ل-۱)

(۱۴) $۲+۲$ و $۲+۲$ د ۲ (۳+۲) اور ۳ (۲+۲) (۳+۲)

(۱۵) (۱-ب) (۱-ج) (۱+د) و (۱-ب) (ب+ج) (ب+د) اور (۱-ج) (ب-ج) (د+ج)

(۱۶) $۱+۲$ و ۳ (۱-ب) و ۳ (۱-ب) و ۶ (۱+ب) اور (۱+د) کا

(۱۷) $۱-۲$ $۳+۲$ $۱-۲$ $۱-۲$ $۱-۲$ $۱-۲$ $۱-۲$ $۱-۲$ $۱-۲$ $۱-۲$

اور $۲-۲$ $۲-۲$ $۲-۲$ $۲-۲$ $۲-۲$ $۲-۲$ $۲-۲$ $۲-۲$ $۲-۲$ $۲-۲$

(۱۸) $۱-۲$ $۲-۲$ $۲-۲$ $۲-۲$ $۲-۲$ $۲-۲$ $۲-۲$ $۲-۲$ $۲-۲$ $۲-۲$

(۱۹) $(۱+۱)$ $(۱+۱)$ $(۱+۱)$ $(۱+۱)$ $(۱+۱)$ $(۱+۱)$ $(۱+۱)$ $(۱+۱)$ $(۱+۱)$ $(۱+۱)$

(۲۰) (۱-ب+ج) و (۱+ب+ج) و (۱-ب+ج) و (۱+ب+ج) و (۱-ب+ج) و (۱+ب+ج) و (۱-ب+ج) و (۱+ب+ج) و (۱-ب+ج) و (۱+ب+ج)

کسور جبریه

(۷۹) کسور جبریه کے قاعدے اور نہیں اصول پر بنی ہیں جن پر کسور جبریا کے قاعدے بنی ہو اور حساب

میں شامل ان کے قاعدوں کا ثبوت لکھا تھا جبریت کا ثبوت لکھا جاتا ہے

(۸۰) کسر $\frac{۱}{۲}$ سے یہ معلوم ہوتا ہے کہ اکائی ب برابر حصوں میں تقسیم ہوئی ہے اور ان میں

سے $\frac{۱}{۲}$ حصہ لگے ہیں اور کسر $\frac{۱}{۲}$ سے وہ خارج قسمت بھی تعبیر ہوتا ہے جو $\frac{۱}{۲}$ کو

ب پر تقسیم کرنے سے نکلتا ہے اس لئے کہ یہ ایک ہی بات ہے کہ ہم ایک چیز کے $\frac{۱}{۲}$ برابر

حصے کریں اور ان میں $\frac{۱}{۲}$ حصے لین یا $\frac{۱}{۲}$ حصہ $\frac{۱}{۲}$ اکائیوں کو لین یعنی اکو ب پر تقسیم کریں

(۸۱) ہر ایک صحیح مقدار ایسی کسر بھی جاسکتی ہے کہ اس کا نسب نما ہو جیسا کہ $\frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۲}$

(۸۲) اگر کسر کے شمار کنندہ اور نسب نما دونوں کو ایک ہی مقدار میں ضرب دیں یا دونوں کو

ایک ہی مقدار پر تقسیم کریں تو کسر کی قیمت میں فرق نہیں آتا

اس واسطے کہ اگر کسر $\frac{۱}{۲}$ میں اکائی کو ب برابر حصوں میں تقسیم کریں گے جبکہ $\frac{۱}{۲}$ برابر حصوں میں

تقسیم کریں تو ہر ایک حصہ ان حصوں میں سے $\frac{۱}{۲}$ والے حصہ کا ہوگا اور ایسی ہی $\frac{۱}{۲}$ حصے لگائی گئی ہوں گے یعنی

$$\frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۲}$$

شمار کنندہ کو مطلوب کا ہوگا اور اسکی نیچے نسب نما مطلوب لکھو دفعات ۸۳ و ۸۱ سے ثبوت اسکا ظاہر ہے

مثلاً ۲ کو ایک ایسی کسر سے بغیر کرو کہ نسب نما اور کاب ہو تو وہ $\frac{۲}{۱۱}$ ہوگی اور ۲ کو ایسی کسر کی طرف تحویل کرو کہ اسکا نسب نما ۱۱ - لا ہو تو وہ $\frac{۱۱}{۱۱-۲}$ یعنی $\frac{۱۱}{۹}$ ہے

(۸۶) ایک مقدار مخلوط کو کسر کی صورت میں لکھو اسکا قاعدہ بھی وہی ہے جو حساب کے رسالہ میں دفعہ ۷۰ میں لکھا ہے کہ قاعدہ صحیح حصہ کو کسر کے نسب نما میں ضرب دو اور حاصل ضرب کے ساتھ شمار کنندہ کو جمع اور اسکی علامتوں کے الحاق کرو اور اس مجموعہ کے نیچے پہلا نسب لکھو تو حاصل کسر مطلوب ہوگی

مثلاً نمبری ۳۷
مثال ۱ $۱۳ + \frac{۱۵}{۱۱۶}$ کی تحویل ایک کسر کی طرف کرو

بوجب قاعدہ کے عمل کرنے سے کسر

$$= \frac{۱۵ + ۱۱۶ \times ۱۳}{۱۱۶}$$

$$= \frac{۱۵ + ۱۵۱۸}{۱۱۶}$$

دلیل عمل مذکور کی

$$\frac{۱۵}{۱۱۶} + \frac{۱۳ \times ۱۱۶}{۱۱۶} = \frac{۱۵}{۱۱۶} + \frac{۱۳}{۱} = \frac{۱۵}{۱۱۶} + ۱۳$$

$$= \frac{۱۵ + ۱۵۱۸}{۱۱۶} = \frac{۱۵}{۱۱۶} + \frac{۱۵۱۸}{۱۱۶}$$

مثال ۲ $۱۵ - \frac{۱۱۶}{۳} - \frac{۱۱۶}{۲}$ کی تحویل ایک کسر کی طرف کرو

$$= ۱۵ - \frac{۱۱۶}{۲} - \frac{۱۱۶}{۳} = ۱۵ - \frac{۱۱۶ \times ۳}{۶} - \frac{۱۱۶ \times ۲}{۶}$$

انتباہ کسر $\frac{۱۱۶}{۳}$ کے اول جو علامت - کی ہے تو اوٹے مراد یہ ہے کہ کل کسر تفریق کی گئی ہے اسوقتے شمار کنندہ کی ہر رقم کی علامت بدلتی ہے مثلاً ۱۵ کے ساتھ

مثال ۳۷ سے معلوم ہوا کہ حاصل یہ ہے $\frac{10^3 - 10^2 - 10 - 3}{10^3 + 10^2 + 10 + 3}$

امثلہ نمبر ۳۷ مشق کے واسطے

ان جملوں میں سے ہر ایک جملہ کو کسی صورت میں لکھو

(۱) $\frac{10^3 + 10^2 + 10 + 3}{10^3 - 10^2 - 10 - 3}$ اور $\frac{10^3 - 10^2 - 10 - 3}{10^3 + 10^2 + 10 + 3}$

(۲) $1 + \frac{10^3}{10^2 + 10 + 3} + \frac{10^2}{10 + 3} + \frac{10}{3} + 1$ اور $1 + \frac{10^3}{10^2 - 10 - 3} + \frac{10^2}{10 - 3} + \frac{10}{-3} + 1$

(۳) $1 - \frac{10^3}{10^2 + 10 + 3} - \frac{10^2}{10 + 3} - \frac{10}{3} - 1$ اور $1 - \frac{10^3}{10^2 - 10 - 3} - \frac{10^2}{10 - 3} - \frac{10}{-3} - 1$

(۴) $\frac{10^3 + 10^2 + 10 + 3}{10^3 - 10^2 - 10 - 3} - 1$ اور $\frac{10^3 - 10^2 - 10 - 3}{10^3 + 10^2 + 10 + 3} + 1$

(۱۷) ایک سے کو صحیح یا مقدار مخلوط کی صورت میں لکھو

قاعدہ کے شمار کنندہ کو نسب نامہ صحیح حصہ کے حاصل کرنے کے لیے تقسیم کرو اور اگر باقی بچے تو اس کو شمار کنندہ بنا کر نسب نامہ پہلی کسر لکھ دو تو کسی حصہ حاصل ہو جائیگا

امثلہ نمبر ۳۸ حل کی ہوئی

مثال ۱ $\frac{10^3 - 10^2 + 10 + 3}{10^3 + 10^2 - 10 - 3}$ کو مقدار مخلوط کی طرف تبدیل کرو

بموجب قاعدہ کے عمل کیا

$$\frac{10^3 - 10^2 + 10 + 3}{10^3 + 10^2 - 10 - 3} = \frac{10^3 - 10^2}{10^3 + 10^2 - 10 - 3} + \frac{10 + 3}{10^3 + 10^2 - 10 - 3}$$

دلیل عمل مذکور کی

$$\frac{10^3 - 10^2}{10^3 + 10^2 - 10 - 3} + \frac{10 + 3}{10^3 + 10^2 - 10 - 3} = \frac{10^3 - 10^2 + 10 + 3}{10^3 + 10^2 - 10 - 3}$$

$$\frac{10^3 - 10^2}{10^3 + 10^2 - 10 - 3} + 1 = \frac{10^3 - 10^2 + 10^3 + 10^2 - 10 - 3}{10^3 + 10^2 - 10 - 3}$$

مثال ۲ $\frac{10^2 + 10 + 1}{10 + 1}$ کو مقدار مخلوط کی طرف تبدیل کرو

$$\frac{10^2 + 10 + 1}{10 + 1} = \frac{10^2 + 10}{10 + 1} + \frac{1}{10 + 1}$$

$$= \frac{10(10 + 1) + 1}{10 + 1} = \frac{100 + 10 + 1}{10 + 1}$$

$$= \frac{111}{11} = 10 \frac{1}{11}$$

شکستہ
مسوق

۱۲۵

امثال نمبر ۱۳

ان کسور کو صحیح مقدار یا مخلوط مقدار کی طرف تبدیل کرو

$$\begin{array}{l} ۱ \quad \frac{۱۱-۱۱}{۱۱} \text{ و } \frac{۱۱+۱۱}{۱۱} \text{ و } \frac{۱۱-۱۱}{۱۱} \text{ و } \frac{۱۱+۱۱}{۱۱} \\ ۲ \quad \frac{۱۱-۱۱}{۱۱} \text{ و } \frac{۱۱+۱۱}{۱۱} \text{ و } \frac{۱۱-۱۱}{۱۱} \text{ و } \frac{۱۱+۱۱}{۱۱} \\ ۳ \quad \frac{۱۱-۱۱}{۱۱} \text{ و } \frac{۱۱+۱۱}{۱۱} \text{ و } \frac{۱۱-۱۱}{۱۱} \text{ و } \frac{۱۱+۱۱}{۱۱} \end{array}$$

ایک کسر کی ارقام کو بغایت مختصر بناؤ

کسر شمار کنندہ اور نسب نما کو اپنے مشترک وفق اعظم پر تقسیم کرو

مثالین ۹

مثالین حل کی ہوئی

مثال ۱

$$\begin{array}{l} \frac{۱۱-۱۱}{۱۱} = \frac{۱۱+۱۱}{۱۱} = \frac{۱۱-۱۱}{۱۱} = \frac{۱۱+۱۱}{۱۱} \\ \frac{۱۱-۱۱}{۱۱} = \frac{۱۱+۱۱}{۱۱} = \frac{۱۱-۱۱}{۱۱} = \frac{۱۱+۱۱}{۱۱} \end{array}$$

$$\frac{۱۱-۱۱}{۱۱} = \frac{۱۱+۱۱}{۱۱}$$

مثال ۲

$$\frac{۱۱-۱۱}{۱۱} = \frac{۱۱+۱۱}{۱۱} = \frac{۱۱-۱۱}{۱۱} = \frac{۱۱+۱۱}{۱۱}$$

$$\frac{۱۱-۱۱}{۱۱} = \frac{۱۱+۱۱}{۱۱}$$

$$\frac{۱۱-۱۱}{۱۱} = \frac{۱۱+۱۱}{۱۱}$$

$$\frac{۱۱-۱۱}{۱۱} = \frac{۱۱+۱۱}{۱۱}$$

$$\frac{۱۱-۱۱}{۱۱} = \frac{۱۱+۱۱}{۱۱}$$

$$\frac{۱۱-۱۱}{۱۱} = \frac{۱۱+۱۱}{۱۱}$$

$$\frac{۱۱-۱۱}{۱۱} = \frac{۱۱+۱۱}{۱۱}$$

اس واسطے لایا گیا شمار کنندہ اور نسب نما ہے

$$(53 + 50r - 5) (53 - 50s + 50r - 5) (s - u)$$

五五—五

$$5NO + 5H^+$$

$$5ur + 5ur -$$

۱۳۳۵ - ۱۳۳۶

مسائل - ۱۲۵

۱۰-۲) لکھنؤ - لاہور + ممبئی (۱۲-۱۳)

50-50

$$5r + 5N \cdot r =$$

$$\frac{1}{2}r + 50r =$$

اسوے کے بغایت مختصر = $\frac{لا - ۲ لاء + ۳ و}{لا - ۲ لاء}$
 اشتمیری ۴۳ مشق واسطے
 کسور ذیل کو
 (۱) $\frac{۲۹ لاء}{۵ لاء}$ (۲) $\frac{۳ و لاء}{۳ و لاء}$ (۳) $\frac{۱۴ لاء}{۱۴ لاء}$

(۱) $\frac{1}{x^2} = x^{-2}$, $\frac{d}{dx} x^{-2} = -2x^{-3} = -\frac{2}{x^3}$

(۲) ۹۹۹ لکڑی، اسیلے - ۳۳۴ + ۶۵۷، ۱۸ لکڑی - ۱۸ لکڑی

5514 416 5514

(3) $1 + 1 = 2$, $2 + 2 = 4$, $3 + 3 = 6$, $4 + 4 = 8$, $5 + 5 = 10$, $6 + 6 = 12$, $7 + 7 = 14$, $8 + 8 = 16$, $9 + 9 = 18$, $10 + 10 = 20$, $11 + 11 = 22$, $12 + 12 = 24$, $13 + 13 = 26$, $14 + 14 = 28$, $15 + 15 = 30$, $16 + 16 = 32$, $17 + 17 = 34$, $18 + 18 = 36$, $19 + 19 = 38$, $20 + 20 = 40$, $21 + 21 = 42$, $22 + 22 = 44$, $23 + 23 = 46$, $24 + 24 = 48$, $25 + 25 = 50$, $26 + 26 = 52$, $27 + 27 = 54$, $28 + 28 = 56$, $29 + 29 = 58$, $30 + 30 = 60$, $31 + 31 = 62$, $32 + 32 = 64$, $33 + 33 = 66$, $34 + 34 = 68$, $35 + 35 = 70$, $36 + 36 = 72$, $37 + 37 = 74$, $38 + 38 = 76$, $39 + 39 = 78$, $40 + 40 = 80$, $41 + 41 = 82$, $42 + 42 = 84$, $43 + 43 = 86$, $44 + 44 = 88$, $45 + 45 = 90$, $46 + 46 = 92$, $47 + 47 = 94$, $48 + 48 = 96$, $49 + 49 = 98$, $50 + 50 = 100$, $51 + 51 = 102$, $52 + 52 = 104$, $53 + 53 = 106$, $54 + 54 = 108$, $55 + 55 = 110$, $56 + 56 = 112$, $57 + 57 = 114$, $58 + 58 = 116$, $59 + 59 = 118$, $60 + 60 = 120$, $61 + 61 = 122$, $62 + 62 = 124$, $63 + 63 = 126$, $64 + 64 = 128$, $65 + 65 = 130$, $66 + 66 = 132$, $67 + 67 = 134$, $68 + 68 = 136$, $69 + 69 = 138$, $70 + 70 = 140$, $71 + 71 = 142$, $72 + 72 = 144$, $73 + 73 = 146$, $74 + 74 = 148$, $75 + 75 = 150$, $76 + 76 = 152$, $77 + 77 = 154$, $78 + 78 = 156$, $79 + 79 = 158$, $80 + 80 = 160$, $81 + 81 = 162$, $82 + 82 = 164$, $83 + 83 = 166$, $84 + 84 = 168$, $85 + 85 = 170$, $86 + 86 = 172$, $87 + 87 = 174$, $88 + 88 = 176$, $89 + 89 = 178$, $90 + 90 = 180$, $91 + 91 = 182$, $92 + 92 = 184$, $93 + 93 = 186$, $94 + 94 = 188$, $95 + 95 = 190$, $96 + 96 = 192$, $97 + 97 = 194$, $98 + 98 = 196$, $99 + 99 = 198$, $100 + 100 = 200$, $101 + 101 = 202$, $102 + 102 = 204$, $103 + 103 = 206$, $104 + 104 = 208$, $105 + 105 = 210$, $106 + 106 = 212$, $107 + 107 = 214$, $108 + 108 = 216$, $109 + 109 = 218$, $110 + 110 = 220$, $111 + 111 = 222$, $112 + 112 = 224$, $113 + 113 = 226$, $114 + 114 = 228$, $115 + 115 = 230$, $116 + 116 = 232$, $117 + 117 = 234$, $118 + 118 = 236$, $119 + 119 = 238$, $120 + 120 = 240$, $121 + 121 = 242$, $122 + 122 = 244$, $123 + 123 = 246$, $124 + 124 = 248$, $125 + 125 = 250$, $126 + 126 = 252$, $127 + 127 = 254$, $128 + 128 = 256$, $129 + 129 = 258$, $130 + 130 = 260$, $131 + 131 = 262$, $132 + 132 = 264$, $133 + 133 = 266$, $134 + 134 = 268$, $135 + 135 = 270$, $136 + 136 = 272$, $137 + 137 = 274$, $138 + 138 = 276$, $139 + 139 = 278$, $140 + 140 = 280$, $141 + 141 = 282$, $142 + 142 = 284$, $143 + 143 = 286$, $144 + 144 = 288$, $145 + 145 = 290$, $146 + 146 = 292$, $147 + 147 = 294$, $148 + 148 = 296$, $149 + 149 = 298$, $150 + 150 = 300$, $151 + 151 = 302$, $152 + 152 = 304$, $153 + 153 = 306$, $154 + 154 = 308$, $155 + 155 = 310$, $156 + 156 = 312$, $157 + 157 = 314$, $158 + 158 = 316$, $159 + 159 = 318$, $160 + 160 = 320$, $161 + 161 = 322$, $162 + 162 = 324$, $163 + 163 = 326$, $164 + 164 = 328$, $165 + 165 = 330$, $166 + 166 = 332$, $167 + 167 = 334$, $168 + 168 = 336$, $169 + 169 = 338$, $170 + 170 = 340$, $171 + 171 = 342$, $172 + 172 = 344$, $173 + 173 = 346$, $174 + 174 = 348$, $175 + 175 = 350$, $176 + 176 = 352$, $177 + 177 = 354$, $178 + 178 = 356$, $179 + 179 = 358$, $180 + 180 = 360$, $181 + 181 = 362$, $182 + 182 = 364$, $183 + 183 = 366$, $184 + 184 = 368$, $185 + 185 = 370$, $186 + 186 = 372$, $187 + 187 = 374$, $188 + 188 = 376$, $189 + 189 = 378$, $190 + 190 = 380$, $191 + 191 = 382$, $192 + 192 = 384$, $193 + 193 = 386$, $194 + 194 = 388$, $195 + 195 = 390$, $196 + 196 = 392$, $197 + 197 = 394$, $198 + 198 = 396$, $199 + 199 = 398$, $200 + 200 = 400$, $201 + 201 = 402$, $202 + 202 = 404$, $203 + 203 = 406$, $204 + 204 = 408$, $205 + 205 = 410$, $206 + 206 = 412$, $207 + 207 = 414$, $208 + 208 = 416$, $209 + 209 = 418$, $210 + 210 = 420$, $211 + 211 = 422$, $212 + 212 = 424$, $213 + 213 = 426$, $214 + 214 = 428$, $215 + 215 = 430$, $216 + 216 = 432$, $217 + 217 = 434$, $218 + 218 = 436$, <

$$\frac{1}{x}, \frac{3x+1}{x^2}, \frac{x^2+2}{x^3} \quad (1)$$

۱-۲-۳-۴-۵-۶-۷-۸-۹-۱۰-۱۱-۱۲-۱۳-۱۴-۱۵-۱۶-۱۷-۱۸-۱۹-۲۰-۲۱-۲۲-۲۳-۲۴-۲۵-۲۶-۲۷-۲۸-۲۹-۳۰-۳۱-۳۲-۳۳-۳۴-۳۵-۳۶-۳۷-۳۸-۳۹-۴۰-۴۱-۴۲-۴۳-۴۴-۴۵-۴۶-۴۷-۴۸-۴۹-۵۰-۵۱-۵۲-۵۳-۵۴-۵۵-۵۶-۵۷-۵۸-۵۹-۶۰-۶۱-۶۲-۶۳-۶۴-۶۵-۶۶-۶۷-۶۸-۶۹-۷۰-۷۱-۷۲-۷۳-۷۴-۷۵-۷۶-۷۷-۷۸-۷۹-۸۰-۸۱-۸۲-۸۳-۸۴-۸۵-۸۶-۸۷-۸۸-۸۹-۹۰-۹۱-۹۲-۹۳-۹۴-۹۵-۹۶-۹۷-۹۸-۹۹-۱۰۰

$$\frac{u_1 - u_0 + u_2}{u_1 - u_0}, \frac{u_1 - u_2}{u_1 - u_0}, \frac{u_1 - u_0}{u_1 - u_0} \quad (17)$$

$$u_1 = u_2 = \dots = u_n = 0$$

$$\frac{51N + 52N - 11}{1}, \frac{51N + 52N - 52N}{1}, \frac{52 + 52}{1} (a$$

$$\frac{54 + 5r + 0r^2 - 10}{7 + 51r - 10r^2} \quad r + 9r + 9$$

$$10 + 10 \quad 10 - 10 \quad 10 + 10 \quad 10 - 10 \quad 10 + 10 \quad 10 - 10 \quad 10 + 10 \quad 10 - 10$$

$$\frac{10 + 115 - 114}{114 + 115 - 114} = \frac{1}{115}$$

$$C_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2}$$

$$\frac{(n-1) \times 11}{(n-1) \times 10}, \frac{1 - 0.9 + 0.9 - 0.9}{n - 11 + 11 - 11} (2)$$

$$f_{11} = f_{12} = f_{21} = f_{22} = 0$$

$$\frac{b_1 + b_2 + \dots + b_n}{n}, \frac{b_1 + b_2 + \dots + b_n}{n} \quad (1)$$

$$2 \quad \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}n(n+1) + 2n - 1 = n^2, \quad \frac{1}{2}n(n+1) + 1 = n^2$$

[illegible]

$$1 + 4s + 6s^2 + 4s^3 + s^4 = (1 + s)^4$$

$$\frac{2 + 11x + 11x^2 + 11x^3}{11x^4 + 11x^5 + 11x^6 + 11x^7}, \quad \frac{1 + 11x + 11x^2 + 11x^3}{11x^4 + 11x^5 + 11x^6 + 11x^7}$$

$$0 = \alpha_0 + \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_5 + \alpha_6 + \alpha_7 + \alpha_8 + \alpha_9 + \alpha_{10} + \alpha_{11} + \alpha_{12} + \alpha_{13} + \alpha_{14} + \alpha_{15} + \alpha_{16} + \alpha_{17} + \alpha_{18} + \alpha_{19} + \alpha_{20} + \alpha_{21} + \alpha_{22} + \alpha_{23} + \alpha_{24} + \alpha_{25} + \alpha_{26} + \alpha_{27} + \alpha_{28} + \alpha_{29} + \alpha_{30} + \alpha_{31} + \alpha_{32} + \alpha_{33} + \alpha_{34} + \alpha_{35} + \alpha_{36} + \alpha_{37} + \alpha_{38} + \alpha_{39} + \alpha_{40} + \alpha_{41} + \alpha_{42} + \alpha_{43} + \alpha_{44} + \alpha_{45} + \alpha_{46} + \alpha_{47} + \alpha_{48} + \alpha_{49} + \alpha_{50} + \alpha_{51} + \alpha_{52} + \alpha_{53} + \alpha_{54} + \alpha_{55} + \alpha_{56} + \alpha_{57} + \alpha_{58} + \alpha_{59} + \alpha_{60} + \alpha_{61} + \alpha_{62} + \alpha_{63} + \alpha_{64} + \alpha_{65} + \alpha_{66} + \alpha_{67} + \alpha_{68} + \alpha_{69} + \alpha_{70} + \alpha_{71} + \alpha_{72} + \alpha_{73} + \alpha_{74} + \alpha_{75} + \alpha_{76} + \alpha_{77} + \alpha_{78} + \alpha_{79} + \alpha_{80} + \alpha_{81} + \alpha_{82} + \alpha_{83} + \alpha_{84} + \alpha_{85} + \alpha_{86} + \alpha_{87} + \alpha_{88} + \alpha_{89} + \alpha_{90} + \alpha_{91} + \alpha_{92} + \alpha_{93} + \alpha_{94} + \alpha_{95} + \alpha_{96} + \alpha_{97} + \alpha_{98} + \alpha_{99}$$

(۱۱) $\frac{۱۲-۱۱}{۱۲+۱۱} = \frac{۱}{۲۳}$ و $\frac{۱۱-۱۰}{۱۱+۱۰} = \frac{۱}{۲۱}$

(۱۲) $\frac{۱۲-۱۱}{۱۲+۱۱} = \frac{۱}{۲۳}$ و $\frac{۱۱-۱۰}{۱۱+۱۰} = \frac{۱}{۲۱}$

(۱۳) $\frac{۱۲-۱۱}{۱۲+۱۱} = \frac{۱}{۲۳}$ و $\frac{۱۱-۱۰}{۱۱+۱۰} = \frac{۱}{۲۱}$

(۱۴) $\frac{۱۲-۱۱}{۱۲+۱۱} = \frac{۱}{۲۳}$ و $\frac{۱۱-۱۰}{۱۱+۱۰} = \frac{۱}{۲۱}$

(۸۹) اگر کسی تلفت نب نامین او نکی مساوی کسی سرین دریافت کرو کہ او کتاب نامیکان
 قاعدہ ہر کے شمار کنندہ کو سوا اپنی نسبت کے سبب نامیوں ضرب دو اور حاصل ضرب کو
 یا شمار کنندہ اوس کے بناؤ اور سبب نامیوں کو ضرب دیگر یا سبب نامیوں

مثالین نمبر ہی بہ حل کی ہوئی

مثال ۱: دے اور اس کا سبب نامیوں بناؤ
 بموجب قاعدہ کے عمل کرنے سے

$$\frac{۱}{۲۳} = \frac{۱ \times ۱۰}{۲۳ \times ۱۰} = \frac{۱۰}{۲۳۰}$$

$$\frac{۱}{۲۱} = \frac{۱ \times ۱۰}{۲۱ \times ۱۰} = \frac{۱۰}{۲۱۰}$$

$$\frac{۱}{۲۳} = \frac{۱ \times ۱۰}{۲۳ \times ۱۰} = \frac{۱۰}{۲۳۰}$$

$$\frac{۱}{۲۱} = \frac{۱ \times ۱۰}{۲۱ \times ۱۰} = \frac{۱۰}{۲۱۰}$$

اوپر کے مطلوب $\frac{۱۰}{۲۳۰}$ و $\frac{۱۰}{۲۱۰}$ میں $\frac{۱۰}{۲۳۰}$ و $\frac{۱۰}{۲۱۰}$ میں
 اب یہ ظاہر ہے کہ ہر کے شمار کنندہ اور سبب نامیوں ایک ہی مقدار میں ضرب بہا ہی ہوئے اور نکی قیمت
 میں فرق نہیں آتا گو سبب کے سبب نامیوں ہو گیا
 انتہاء اگر سور مغروضہ کے سبب نامیوں وفق مشترک رکھیں تو گسرن کی برابر گسرن ایسی دریافت
 ہو سکتی ہیں جن کا سبب نامیوں اول سبب نامیوں کا ذواضعات اقل دریافت کرو اور
 پھر شمار کنندہ کو اوس خارج قسمت میں ضرب دو جو اوس مشترک ذواضعات اقل کو ادا
 نہ نامیوں تقسیم کرنے سے پیدا ہوا اور پھر ہی شمار کنندہ کے نیچے اس مشترک ذواضعات اقل کو لکھو

مثال ۲ $\frac{۳}{۵}$ و $\frac{۲}{۳}$ و $\frac{۵}{۸}$ کی برابر کسریں ایسی دریافت کرو جن کا نسب نامہ سادہ ہو

اب ضیق ۵ دوسروں کا = ۱۵ اس واسطے کہ سب برابر ہوں گے

$$\frac{۳}{۵} \times \frac{۵}{۵} = \frac{۳}{۵} \quad \text{اور} \quad \frac{۲}{۳} \times \frac{۵}{۵} = \frac{۲}{۳}$$

$$\text{یعنی} \quad \frac{۹}{۱۵} \quad \text{و} \quad \frac{۲۰}{۱۵} \quad \text{و} \quad \frac{۴۰}{۱۵}$$

نسب نامہ

مثال ۳ $\frac{۳}{۲}$ و $\frac{۱+۲}{۱+۲}$ کی برابر کسریں ایسی دریافت کرو کہ اول کا

تحت اول ہو چونکہ ۳-۲ اور ۴+۲ کا کوئی فرق مشترک سواء اکے نہیں ہے

$$\therefore \text{اوس کا ضیق} = (۳-۲)(۴+۲) = \dots \dots (۱)$$

$$\text{اور نیز } ۴-۲ = (۳-۲)(۴+۲) = \dots \dots (۲)$$

اب معاً (۱) اور (۲) کا ۳-۲ ہے

$$\therefore \text{ضیق نسب ناموں کا} = (۳-۲)(۴+۲) = ۱۴-۱۴ = ۸۱$$

$$\therefore \frac{۳}{۲} = \frac{۳ \times ۴۰}{۲ \times ۴۰} = \frac{۱۲۰}{۸۰} = \frac{۳}{۲}$$

$$\frac{۱+۲}{۱+۲} = \frac{(۱+۲) \times (۳-۲)}{(۱+۲) \times (۳-۲)} = \frac{۳-۲}{۳-۲} = \frac{۱}{۱}$$

$$\frac{۱-۲}{۱-۲} = \frac{(۱-۲) \times (۳-۲)}{(۱-۲) \times (۳-۲)} = \frac{۳-۲}{۳-۲} = \frac{۱}{۱}$$

اس واسطے کہ سب برابر ہوں

$$\frac{۱۲۰}{۸۱-۱۴} = \frac{۱۲۰}{۶۷} \quad \text{اور} \quad \frac{۱}{۱-۱۴} = \frac{۱}{-۱۳} \quad \text{اور} \quad \frac{۱}{۱-۱۴} = \frac{۱}{-۱۳}$$

مشق کے واسطے
امثلہ نمبری بہ

ان کسروں کو ایسی کسروں کی طرف تبدیل کرو کہ جن کا نسب نامہ سادہ ہو

$$(۱) \quad \frac{۳}{۵} \quad \text{و} \quad \frac{۲}{۳} \quad \text{و} \quad \frac{۱}{۴} \quad (۲) \quad \frac{۱}{۵} \quad \text{و} \quad \frac{۲}{۵}$$

$$(۳) \quad \frac{۳}{۵} \quad \text{و} \quad \frac{۲}{۳} \quad \text{و} \quad \frac{۱}{۴} \quad (۴) \quad \frac{۱}{۵} \quad \text{و} \quad \frac{۲}{۵}$$

$$(۵) \quad \frac{۱}{۵} \quad \text{و} \quad \frac{۲}{۳} \quad \text{و} \quad \frac{۱}{۴} \quad (۶) \quad \frac{۱}{۵} \quad \text{و} \quad \frac{۲}{۵}$$

$$\begin{aligned}
 (۴) \quad & \frac{۲}{۵} - \frac{۲}{۵} \text{ و } \frac{۲}{۵} - \frac{۲}{۵} \quad (۸) \quad \frac{۲}{۵} - \frac{۲}{۵} \text{ و } \frac{۲}{۵} - \frac{۲}{۵} \\
 (۹) \quad & \frac{۱}{۵} - \frac{۱}{۵} \text{ و } \frac{۱}{۵} - \frac{۱}{۵} \quad (۱۰) \quad \frac{۱}{۵} - \frac{۱}{۵} \text{ و } \frac{۱}{۵} - \frac{۱}{۵} \\
 (۱۱) \quad & \frac{۲}{۵} - \frac{۲}{۵} \text{ و } \frac{۲}{۵} - \frac{۲}{۵} \text{ و } \frac{۲}{۵} - \frac{۲}{۵} \text{ و } \frac{۲}{۵} - \frac{۲}{۵} \quad (۱۲) \quad \frac{۲}{۵} - \frac{۲}{۵} \text{ و } \frac{۲}{۵} - \frac{۲}{۵} \\
 (۱۳) \quad & \frac{۱}{۵} - \frac{۱}{۵} \text{ و } \frac{۱}{۵} - \frac{۱}{۵} \text{ و } \frac{۱}{۵} - \frac{۱}{۵} \text{ و } \frac{۱}{۵} - \frac{۱}{۵} \quad (۱۴) \quad \frac{۱}{۵} - \frac{۱}{۵} \text{ و } \frac{۱}{۵} - \frac{۱}{۵} \\
 (۱۵) \quad & \frac{۱}{۵} - \frac{۱}{۵} \text{ و } \frac{۱}{۵} - \frac{۱}{۵} \text{ و } \frac{۱}{۵} - \frac{۱}{۵} \text{ و } \frac{۱}{۵} - \frac{۱}{۵} \quad (۱۶) \quad \frac{۱}{۵} - \frac{۱}{۵} \text{ و } \frac{۱}{۵} - \frac{۱}{۵}
 \end{aligned}$$

کرنی

جمع و تفریق کسور

(۴) قاعدہ کسور کو اگر ضرورت ہو تو ایسی ہی کہ کسور کی طرف تحویل دینا چاہیے یا نہ ہو اگر
تو شمار کنندہ کو جمع کرو اور اگر تفریق کرنی ہو تو شمار کنندہ کو تفریق کرو اور ماحصل کے
نئے نسب نامہ مشترک لکھ دو

دلیل اسکی یہ ہے کہ اگر $\frac{۱}{۵}$ اور $\frac{۲}{۵}$ کسور مفروضہ ہوں تو $\frac{۱}{۵} = \frac{۱}{۵}$ لے کے اور $\frac{۲}{۵} = \frac{۲}{۵}$ لے کے

$$\text{فرض کرو تو } \frac{۱}{۵} \times ۵ = ۱ \text{ اور } \frac{۲}{۵} \times ۵ = ۲ \text{ اور } ۱ \times ۵ = ۵ \text{ اور } ۲ \times ۵ = ۱۰$$

یعنی $۱ = \frac{۱}{۵}$ اور $۲ = \frac{۲}{۵}$

$$\therefore ۱ + ۲ = \frac{۱}{۵} + \frac{۲}{۵} = \frac{۳}{۵}$$

$$\therefore ۱ - ۲ = \frac{۱}{۵} - \frac{۲}{۵} = \frac{-۱}{۵}$$

$$\text{یعنی } ۱ \pm ۲ = \frac{۱ \pm ۲}{۵} = \frac{۳}{۵} \text{ اور } \frac{-۱}{۵}$$

ان مساویوں میں سے ہر ایک کو ب و ی تقسیم کرو
لا \pm ی یعنی $\frac{۱}{۵} \pm \frac{۲}{۵} = \frac{۳}{۵}$ اور $\frac{-۱}{۵}$

مسئلہ نمبری ۴۱

حل کی ہوئی

مثال $\frac{۱}{۵}$ و $\frac{۲}{۵}$ و $\frac{۳}{۵}$ کو جمع کرو

$$\text{نسب ناموں کا ذواضعاف اقل} = ۳ \times ۴ \times ۵ = ۶۰$$

اسی واسطے کسور کی یہ صورتیں ہونگی

$$\frac{143}{105} \text{ یعنی } \frac{11 \times 13}{3 \times 5 \times 7} \quad \frac{135}{105} \text{ یعنی } \frac{5 \times 27}{3 \times 5 \times 7} \quad \frac{128}{105} \text{ یعنی } \frac{2^7}{3 \times 5 \times 7}$$

$$\frac{143}{105} + \frac{135}{105} + \frac{128}{105} = \frac{406}{105} = \text{اسی واسطے اونکا حاصل جمع}$$

مثال ۲ $\frac{1}{b} + \frac{1}{b} \text{ اور } \frac{1}{b} - \frac{1}{b}$ کا حاصل جمع دریافت کرو

$$\text{ضیق نسب ناموں کا} = (1-b)(1+b) = 1-b^2$$

اسی واسطے کسور کی یہ صورتیں ہو جائیں گیں

$$\frac{(1+b)(1+b)}{(1-b)(1+b)} \text{ اور } \frac{(1-b)(1-b)}{(1-b)(1+b)} \text{ یعنی } \frac{1+b}{1-b} \text{ اور } \frac{1-b}{1+b}$$

$$\text{اسی واسطے اونکا حاصل جمع} = \frac{1+b}{1-b} + \frac{1-b}{1+b} = \frac{(1+b)^2 + (1-b)^2}{(1-b)(1+b)}$$

$$= \frac{1+2b+b^2 + 1-2b+b^2}{1-b^2} = \frac{2+2b^2}{1-b^2}$$

مثال ۱ $\frac{1}{b} - \frac{1}{b}$ و $\frac{1}{b} + \frac{1}{b}$ کو جمع کرو

$$\text{ضیق نسب ناموں} = 1-b$$

اسی واسطے کسور کی یہ صورتیں ہونگیں

$$\frac{1-b}{1-b} \text{ یا } \frac{1-b}{1-b} \text{ یعنی } 1 \text{ اور } \frac{1+b}{1-b} \text{ یعنی } \frac{1+b}{1-b}$$

$$\text{اسی واسطے اونکا حاصل جمع} = 1 + \frac{1+b}{1-b} = \frac{1-b + 1+b}{1-b} = \frac{2}{1-b}$$

مثال ۳ جمع کرو $\frac{1}{(a+b)(a-b)} + \frac{1}{(a-b)(a+b)} + \frac{1}{(a+b)(a-b)}$

$$\text{ضیق نسب ناموں} = (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$= \frac{1}{a^2 - b^2} + \frac{1}{a^2 - b^2} + \frac{1}{a^2 - b^2}$$

اسی واسطے کسور کی یہ صورتیں ہونگیں

$$\frac{1}{a^2 - b^2} + \frac{1}{a^2 - b^2} + \frac{1}{a^2 - b^2} = \frac{3}{a^2 - b^2}$$

$$\text{اسی واسطے اونکا حاصل جمع} = \frac{3}{a^2 - b^2}$$

مثال ۵ $\frac{b-a}{a+b}$ کو $\frac{a+b}{b-a}$ میں سے تفریق کرو

ذرا صحت اقل نسب بنالوں کا = $\frac{a-b}{b}$

اسی واسطے حاصل تفریق

$$\frac{a+b}{b-a} - \frac{a-b}{b} = \frac{(a+b) \cdot b - (a-b)(b-a)}{(b-a)b}$$

مثال ۶ $\frac{c-a}{a-c}$ کو $\frac{a-c}{c-a}$ میں سے تفریق کرو

حاصل تفریق = $\frac{c-a}{a-c} - \frac{a-c}{c-a} = \frac{(c-a)^2 - (a-c)^2}{(a-c)(c-a)}$

= $\frac{c^2 - 2ac + a^2 - (a^2 - 2ac + c^2)}{(a-c)(c-a)} = \frac{c^2 - 2ac + a^2 - a^2 + 2ac - c^2}{(a-c)(c-a)} = \frac{0}{(a-c)(c-a)} = 0$

مثال ۷ $\frac{m+n}{m-n}$ کو $\frac{m+n}{n-m}$ میں سے تفریق کرو

صحتی نسب بنالوں کا = $(\frac{m+n}{m-n}) - (\frac{m+n}{n-m}) =$

$\frac{m+n}{m-n} - \frac{m+n}{n-m} = \frac{(m+n)(n-m) - (m+n)(m-n)}{(m-n)(n-m)}$

اسی واسطے حاصل تفریق

$$\frac{m+n}{m-n} - \frac{m+n}{n-m} = \frac{(m+n)(n-m) - (m+n)(m-n)}{(m-n)(n-m)}$$

= $\frac{(m+n)(n-m) - (m+n)(m-n)}{(m-n)(n-m)} = \frac{(m+n)(n-m - m + n)}{(m-n)(n-m)} = \frac{(m+n)(2n-2m)}{(m-n)(n-m)} = \frac{2(m+n)(n-m)}{(m-n)(n-m)} = \frac{2(m+n)}{m-n}$

اگر جملہ میں بعض ارقام کی تو عکس ہو اور بعض کی تو حسن ارقام کے اول ہو انکو جمع کرو اور حسن ارقام کے اول ہو انکو بھی جمع کرو اور پہلے مجموعہ میں دوسرے مجموعہ کو تفریق کرو جس طرح اسے یہ عمل ہو گئی اور انکی مثالیں نیچے لکھ کر توضیح کرتے ہیں

مثال ۱۳ اس جملہ کو مختصر کرو

$$\frac{3}{2+u} + \frac{1}{1+u} - \frac{2}{1+u}$$

نسب ناموں کا ضیق = $(2+u)(1+u) - (2+u) = (1+u)(1+u) - (2+u) = (1+u)^2 - (2+u)$

اسی واسطے جملہ =

$$\frac{3(1+u) + (2+u) - 2(1+u)}{(1+u)^2 - (2+u)} =$$

$$\frac{3+3u+2+u-2-2u}{1+2u+u^2-2-u} =$$

$$\frac{3+2u}{u^2+u-1} =$$

مثال ۱۴ اس جملہ کو مختصر کرو

$$\frac{c+q}{b-q} + \frac{c-q}{b+q} - \frac{c+q}{b-q}$$

ضیق نسب ناموں کا = $(b+q)(b-q) = (b^2 - q^2)$

اسی واسطے جملہ =

$$\frac{(c+q)(b+q) + (c-q)(b-q) - (c+q)(b-q)}{(b^2 - q^2)} =$$

$$\frac{cb + cq + qb + q^2 + cb - cq - qb + q^2 - cb + cq + qb - q^2}{b^2 - q^2} =$$

$$\frac{q^2}{b^2 - q^2} =$$

مثال ۱۵ اس جملہ کو مفرد بناؤ

$$\frac{1-u}{1+u} + \frac{1}{(1+u)} - \frac{1}{u} - \frac{1}{u} + \frac{1}{u}$$

اب = $\frac{1-u}{1+u} + \frac{1}{(1+u)} - \frac{1}{u} - \frac{1}{u} + \frac{1}{u}$

اسی واسطے جملہ = $\frac{1-u}{1+u} + \frac{1}{(1+u)} - \frac{1}{u} - \frac{1}{u} + \frac{1}{u}$

اسی واسطے ضیق نسب ناموں کا = $(1+u)^2 u$

اسی واسطے جملہ

$$\frac{(1+u)u(1-u)}{(1+u)^2 u} + \frac{u}{(1+u)^2 u} - \frac{(1+u)}{(1+u)^2} \times \frac{u-u+1}{u} =$$

مثال آخر میں جس وجہ سے علامتیں شمار کنندہ اور منفی نمائی بدلی تھیں یہاں ہی بدل

$$\frac{r}{n-1} + \frac{5(n-1)}{n-1} + \frac{n(n+1)}{n-1} =$$

$$\frac{r}{n-1} + \frac{5(n-1)}{n-1} + \frac{n(n+1)}{n-1} =$$

$$\frac{r + 5(n-1) + n(n+1)}{n-1} =$$

$$\frac{(r + 5(n-1) + n(n+1))}{n-1} = \frac{r + 5(n-1) + n(n+1)}{n-1} =$$

$$\frac{(n-1)(n+1) + r}{n-1} =$$

$$(n+1) + \frac{r}{n-1}$$

مثال ۱۱ جمع کرو

$$\frac{r}{(a-b)(a-c)} + \frac{c}{(b-a)(b-c)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)} =$$

جو نمک

$$\frac{r}{(a-b)(a-c)} - \frac{c}{(a-b)(b-c)} = \frac{c}{(a-b)(c-b)}$$

$$\frac{r}{(a-b)(a-c)} - \frac{c}{(a-b)(b-c)} = \frac{c}{(a-b)(c-b)}$$

اسی طرح جملہ

$$\frac{r}{(a-b)(a-c)} + \frac{c}{(b-a)(b-c)} - \frac{c}{(c-a)(c-b)} =$$

$$\frac{r}{(a-b)(a-c)} + \frac{c}{(a-b)(b-c)} - \frac{c}{(a-b)(c-b)} =$$

ضیق سنگیوں کا

$$(a-b) = (a-b) = (a-b)$$

یا = ا ب - ا ج - ب ج + ج + ج - ا ج ب

اسو کے جملہ یہ ہو جائیگا کہ

$$\frac{r}{(a-b)(a-c)} + \frac{c}{(b-a)(b-c)} - \frac{c}{(c-a)(c-b)} =$$

$$\frac{r}{(a-b)(a-c)} + \frac{c}{(a-b)(b-c)} - \frac{c}{(a-b)(c-b)} =$$

$$\frac{r + c(a-b) - c(a-b)}{(a-b)(a-c)} =$$

$$\frac{r}{(a-b)(a-c)} =$$

اشک نمبری ۱۱

مشق کے واسطے

ان جملوں کو منفرد بناؤ

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}} = 2 - \frac{1}{2^{n-1}}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{5r-5n}{18} - \frac{5n-5r}{9} \quad (۱۳۵) \quad \frac{4-4r}{3} - \frac{4+4n}{4} \quad (۳) \\
 & \frac{1}{2} + \frac{r+4n}{10} + \frac{1+4r}{10} \quad (۴) \quad \frac{5r+5n}{5} + \frac{1+5n}{5} \quad (۵) \\
 & \frac{4-4r}{10} - \frac{r+4n}{3} \quad (۸) \quad \frac{5n}{12} + \frac{3r}{5} + \frac{5n}{5} \quad (۷) \\
 & \frac{1+3}{5} + \frac{3}{5} \quad (۱۰) \quad \frac{1}{5} + \frac{1}{5+3} \quad (۹) \\
 & \frac{1}{r-1} - \frac{1}{r-1} \quad (۱۲) \quad \frac{1}{1-1} + \frac{1-1}{1} \quad (۱۱) \\
 & \frac{1-1}{1+1-1} + \frac{1+1}{1+1+1} \quad (۱۳) \quad \frac{4r-3}{3-1} - \frac{3-1}{3} \quad (۱۳) \\
 & \frac{(3-3)(3)}{(3-3)(3)} - \frac{3}{3} \quad (۱۴) \quad \frac{3}{(3+3)} - \frac{3}{3} \quad (۱۵) \\
 & \frac{5+3}{5-3} + \frac{1-3}{(3+3)r} \quad (۱۸) \quad \frac{4r-3r}{4r+3r} + \frac{4n+3r}{4n-3r} \quad (۱۷) \\
 & \frac{1+4}{1-4} - \frac{4-4n}{1+4} \quad (۲۰) \quad \frac{1}{1-4} \times \frac{1}{1+4} \quad (۱۹) \\
 & \frac{1}{(4-3)(4-3)} + \frac{1}{(4-3)(4+3)} \quad (۲۲) \quad \frac{1}{3-3+1} + \frac{1}{3-3+1} \quad (۲۱) \\
 & \frac{1}{3r-3r} + \frac{1}{3r-3r} \quad (۲۳) \quad \frac{1-4}{3-1} - \frac{(1+1)n}{1-1} \quad (۲۳) \\
 & \frac{3r-4n}{3+4n} - \frac{3+4n}{3r-4n} \quad (۲۴) \quad \frac{3n+2}{3n-2} + \frac{3n-1}{3n+2} \quad (۲۵) \\
 & \frac{1+4}{4n} + \frac{4n}{1+4} \quad (۲۸) \quad \frac{5-4n-1}{5-4n+1} - \frac{5-4n+1}{5-4n-1} \quad (۲۷) \\
 & \frac{1-4n}{1-4n+1+4n} + \frac{1-4n+1+4n}{1-4n-1+4n} \quad (۲۹) \quad \frac{1}{r-1} - \frac{1}{r-1} \quad (۲۹) \\
 & \frac{1}{5-3} - \frac{1}{(3+3)} \quad (۳۲) \quad \frac{1}{5-1} + \frac{5r+5n+4r}{5n+4r} \quad (۳۱) \\
 & \frac{1}{5+3} - \frac{1}{5-3} \quad (۳۳) \quad \frac{1}{(3-2)(2-3)} - \frac{1}{(2-3)(3-2)} \quad (۳۳) \\
 & \frac{1}{r+1} + \frac{1}{1+1} - \frac{1}{1} \quad (۳۴) \quad \left(\frac{1+3}{5-3} \right) - \left(\frac{5+3}{5-3} \right) \quad (۳۵) \\
 & \frac{1}{(1+1)(1+1)(1+1)} - \frac{1}{(1+1)(1+1)} \quad (۳۷)
 \end{aligned}$$

$$\frac{b^2 r + 1}{ar} - \frac{c^2 r - 1}{ar} + \frac{c^2 - b^2 - 1}{r} - \frac{b^2 r - 1}{r} \quad (۳۸)$$

$$\frac{ar}{b-1} - \frac{1}{a+1} + \frac{1}{a-1} \quad (۳۹)$$

$$\frac{a}{a+1} + \frac{a}{a-1} - \frac{a}{1-a} \quad (۴۰)$$

$$\frac{r}{a+1} + \frac{1}{a-1} + \frac{1}{a+1} \quad (۴۱)$$

$$\frac{r-a}{1+a} - \frac{r-a-1}{1-a} + \frac{r+1}{1-a} \quad (۴۲)$$

$$\frac{(b+1)r}{(b+1)r} + \frac{1}{(1-b)r} - \frac{1}{(b+1)r} \quad (۴۳)$$

$$\frac{c^2 r - 1}{c^2 r} + \frac{r - c^2}{c^2 r} - \frac{c^2 r - 1}{c^2 r} \quad (۴۴)$$

$$\frac{r}{(r+ar)a} - \frac{1}{(1-a)a} - \frac{a}{(1+a)r} \quad (۴۵)$$

$$\frac{(b-1)ar}{b-1} - \frac{r-1}{b+1} - \frac{ar-1}{b-1} \quad (۴۶)$$

$$\frac{r-ar}{1-ar} - \frac{r}{ar-1} + \frac{r}{a} \quad (۴۷)$$

$$\frac{1}{b-1} - \frac{1}{r(b-1)} + \frac{r}{r(b-1)} \quad (۴۸)$$

$$\frac{r-ar}{r-a} + \frac{r-ar}{r+a} + \frac{1+a}{1-a} + \frac{1-a}{1+a} \quad (۴۹)$$

$$\left[\left(\frac{r}{1-ar} - \frac{r}{ar+1} \right) - \frac{r}{a-1} \right] - \frac{1}{a+1} \quad (۵۰)$$

$$\frac{ar}{a+1} + \frac{a+1}{a-1} + \frac{a-1}{a+1} + \frac{a+1}{a-1} \quad (۵۱)$$

$$\frac{(b+1)ar}{(b+1)ar} + \frac{(a-1)ar}{(a-1)ar} - \frac{1}{(b+a)a} \quad (۵۲)$$

$$\frac{1+a+r}{a+ar} - \frac{r}{r+ar} - \frac{r}{r-ar} \quad (۵۳)$$

$$\frac{c+1}{(b-b)(b-a)} - \frac{c+1}{(b-b)(b-a)} \quad (۵۴)$$

$$\frac{1}{(r+a)(1+a)} - \frac{1}{(r+a)(r+a)(1+a)} - \frac{1}{(r+a)(1+a)} \quad (۵۵)$$

$$\frac{1}{b} + \frac{c}{a+1} + \frac{r}{a+1} \quad (۵۶)$$

$$\frac{r+a}{r+ar} - \frac{1}{r+ar} - \frac{1}{1-a} \quad (۵۷)$$

$$\frac{r - \frac{u}{r} - \frac{1}{r}}{\left(\frac{r}{1-u} + \frac{u}{1+u} + \frac{1}{1+u}\right) - \frac{r}{1-u}} = \frac{(r+u)}{(r-1)u} \quad (68)$$

$$\left(\frac{r}{1-u} + \frac{u}{1+u} + \frac{1}{1+u}\right) - \frac{r}{1-u} = \frac{r}{(r-u)(1-u)} + \frac{r}{(u-r)(1-u)} + \frac{1}{(r-u)(1-u)} \quad (69)$$

$$\frac{1}{1+u-r} + \frac{1}{1+u+r} + \frac{1}{1+u-u} \quad (70)$$

$$\left[\frac{(u+1)r}{r+1} + \frac{r}{(u+1)} \right] - \frac{r}{u+u+1} - \frac{1}{u} \quad (71)$$

$$\frac{r}{(1+u+u)} - \frac{r}{1+u+u} - \frac{ur+1}{(1+u)} - \frac{r}{1+u} \quad (72)$$

$$\frac{ur}{1+u} - \frac{r}{1-u} + \frac{1}{(1-u)} \quad (73)$$

$$\frac{r-u}{(1-u)(u+u)} - \frac{r+u}{1-u} - \frac{r+ur}{(1+u)(u+u)} \quad (74)$$

$$\frac{(5-s-u)}{(5+s-u)} + \frac{(5+s+u)}{(5-s-u)} + \frac{5ur-5+u}{5ur-5-u+u} \quad (75)$$

$$\frac{r}{r(u+1)} + \frac{u}{r(u+1)} - \frac{u}{u+1} \quad (76)$$

$$\frac{1}{(1+u)u} + \frac{u+1}{(1+u)r} + \frac{ur-1}{(1+u-u)u} \quad (77)$$

$$1-ur+ur - \frac{ur-r}{u-u+1} + \frac{u+u-1}{u-u+1} \quad (78)$$

$$\frac{u-ur}{ur-r} + \frac{1}{1+u} + \frac{1}{1-u} \quad (79)$$

$$\frac{1}{(r-u)} - \frac{1}{(r+u)} + \frac{1}{5-u} \quad (80)$$

$$1 - \frac{ur+ur}{u+1} - \frac{ur-ur}{u-1} \quad (81)$$

$$\frac{u-ur}{u-r} + \frac{ur-r}{u+r} - \frac{ur+r}{u-r} \quad (82)$$

$$\frac{r-u+u}{r-u} + \frac{1-u}{u+ur+u} + \frac{1}{r-u} \quad (83)$$

$$\frac{1}{1-u} + \frac{r+u}{1+u+u} + \frac{r+ur+u}{1-u} \quad (84)$$

$$\frac{1}{(b+1)(c-u)} + \frac{1}{(c-u)(c+1)} + \frac{1}{(b+1)(c+1)} - \frac{1}{(c-u)(b-u)} \quad (85)$$

$$\frac{(b-1+1)}{(b-1+1)} \frac{1+1}{1+1} + \frac{(1-1+1)}{(1-1+1)} \frac{1+1}{1+1} + \frac{(1-1+1)}{(1-1+1)} \frac{1+1}{1+1} \quad (86)$$

$\frac{1}{x^2-1} + \frac{x^2+1}{x^2-1} + \frac{x^2-1}{(x^2+1)^2} \quad (۹)$

$\frac{(x^3-1)(x-1)(x-1)}{(x+1)(x+1)(x+1)} + \frac{(x^3-1)(x-1)}{(x+1)(x+1)} + \frac{x-1}{x+1} \quad (۱۰)$

$\frac{1}{x^2+1} + \frac{x^2}{x^2+1} - \frac{1}{x} + \frac{x^2}{x-1} - \frac{1}{x^2-1} \quad (۱۱)$

$\left(\frac{1}{x^2}\right)^2 - \left(\frac{x^2-1}{x^2}\right)^2 + \left(\frac{x^2+1}{x^2}\right)^2 \quad (۱۲)$

$\frac{(x+1)^2}{(x+1)^2+x} + \frac{(x-1)^2}{(x+1)^2-x} + \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} \quad (۱۳)$

$\frac{x^2-1}{(x^2+1)^2} + \frac{x^2}{(x^2+1)} + \frac{1}{x+1} \quad (۱۴)$

$\frac{x^3}{(1-x)^4} - \frac{1}{(1-x)^3} - \frac{x^3}{(x+1)^3} - \frac{1}{(x-1)^5} \quad (۱۵)$

$\frac{1}{1+x-x} + \frac{1}{1+x-x} + \frac{1}{1+x-x} + \frac{x^2+1}{1+x-x} \quad (۱۶)$

$\frac{x^2-1}{(x+1)(x+1)} + \frac{(x-1)^2}{(x+1)(x+1)} + \frac{x^2-1}{(x+1)(x+1)} \quad (۱۷)$

$\frac{x^2-1}{x-(x+1)} + \frac{x^2-1}{x-(x+1)} + \frac{x^2-1}{x-(x+1)} \quad (۱۸)$

دوم ثابت کرو کہ

$(۱) \frac{1}{(x-1)(x-1)} + \frac{1}{(x-1)(x-1)} + \frac{1}{(x-1)(x-1)} = \frac{1}{(x-1)(x-1)}$

$(۲) \frac{1}{(x-1)(x-1)} - \frac{1}{(x-1)(x-1)} = \frac{1}{(x-1)(x-1)}$

$\frac{1}{(x+1)(x+1)} = \frac{1}{(x+1)(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+1)}$

$\frac{1}{x^2+1} = \frac{1}{x^2+1} + \frac{1}{x^2+1} + \frac{1}{x^2+1} \quad (۳)$

$\frac{(x-1)^2}{(x+1)(x+1)} = \frac{x-1}{(x+1)} - \frac{x-1}{(x+1)} - \frac{x-1}{(x+1)} \quad (۴)$

$\left(\frac{1+x}{1-x} - \frac{1-x}{1-x}\right) \frac{1}{x} = \frac{1}{1-x} + \frac{1}{1-x} + \frac{1}{1-x} \quad (۵)$

$\frac{(x^2+1)(x+1)}{(x-1)(x-1)} + \frac{(x^2+1)(x+1)}{(x-1)(x-1)} + \frac{(x^2+1)(x+1)}{(x-1)(x-1)} \quad (۶)$

ضرب کسور

(۹۱) قاعده کسر کے شمار کنندوں کو ضرب دیکر نیا شمار کنندہ اور نوبت نمائوں کو ضرب دیکر نیا نوبت نمائوں

دریل قاعدہ اگر $\frac{1}{5}$ اور $\frac{1}{5}$ کسور مفروضہ ہوں تو $\frac{1}{5} = \frac{1}{5}$ اور $\frac{1}{5} = \frac{1}{5}$ فرض کرو تو

$$1 = \frac{1}{5} \text{ اور } 1 = \frac{1}{5}$$

$$1 = \frac{1}{5} \text{ اور } 1 = \frac{1}{5}$$

ان مساویوں میں سے ہر ایک کو $\frac{1}{5}$ پر تقسیم کرو تو

$$\frac{1}{5} = \frac{1}{5}$$

لیکن لاء $\frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{25}$ اور $\frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{25}$ حاصل ضرب شمار کنندہ اور
اسی واسطے $\frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{25}$ حاصل ضرب شمار کنندہ اور
انتباہ کسور کی ضرب اور تقسیم میں اس بات کو ہمیشہ یاد رکھو کہ نمبر شمار کنندہ اور
کے اجزاء ضربی کو بھی ضرب دو پہلی اور تین اس بات پر خیال کرو کہ شمار کنندہ اور
میں کون سی اجزاء ضربی مشترک ہیں اسلئے کہ جو اجزاء ضربی مشترک ہو کر وہ ساقط ہو سکتے ہیں
اور عمل کا اختصار ہو جائیگا

۱۴۲ نمبری

مثالین حل کی ہوئی

مثال ۱ $\frac{1}{12}$ اور $\frac{1}{12}$ کو آپس میں ضرب دو

$$\frac{1}{12} \times \frac{1}{12} = \frac{1}{144}$$

$$= \frac{1}{144} \times \frac{1}{12} = \frac{1}{1728} \text{ (جو ضربی مشترک ۱۲ پر نسبتاً شمار کنندہ کو یکم تقسیم ہے)}$$

مثال ۲ $\frac{1}{12}$ اور $\frac{1}{12}$ کو آپس میں ضرب دو

$$\frac{1}{12} \times \frac{1}{12} = \frac{1}{144} = \frac{1}{144} \times \frac{1}{12} = \frac{1}{1728}$$

مثال ۳ $\frac{a-b}{a+b} \times \frac{a+b}{a-b}$ میں ضرب دو

$$\frac{(a-b)}{(a+b)} = \frac{(a-b)(a-b)}{(a+b)(a-b)} = \frac{a-b}{a+b} \times \frac{a-b}{a-b}$$

مثال ۴ $\frac{a}{a+b} - \frac{b}{a+b}$ میں ضرب دو

حاصل ضرب = $\frac{a-b}{a+b} = \frac{a-b}{a+b} \times \frac{a+b}{a+b} = \frac{a-b}{a+b}$

$$\frac{a-b}{a+b} = \frac{(a-b)(a+b)}{(a+b)(a+b)} =$$

مثال ۵ حاصل ضرب متواتر $\frac{a-1}{a+1}$ اور $\frac{a+1}{a-1}$ کا دریافت کرو

حاصل ضرب = $\frac{a-1}{a+1} \times \frac{a+1}{a-1} = \frac{a-1}{a-1}$

$$\frac{a-1}{a} = \frac{1}{a-1} \times \frac{(a-1)(a+1)}{(a+1)a} =$$

مثال ۶ $\frac{a-b}{a+b} \times \frac{a+b}{a-b}$ میں ضرب دو

حاصل ضرب = $\frac{(a-b)(a+b)}{(a+b)(a-b)} = \frac{a-b}{a-b} = 1$

اشکائی نمبری ۴۴ مشق کے واسطے

(۱) $\frac{a^4}{2} \times \frac{1+a+b}{3}$ (۲) $\frac{a^3}{2} \times \frac{a^2}{a-b}$ (۳) $\frac{a^4}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$

(۴) $\frac{(a-b)^4}{2} \times \frac{a^2}{(a-b)^3}$ (۵) $\frac{a^4 - a^3}{a^4} \times \frac{a^5}{a^5 - a^4}$

(۶) $\frac{1}{a^4 - a^3} \times \frac{a^5}{a^5 - a^4}$ (۷) $\frac{a^4}{a^4} \times \frac{(a-b)^4}{a+b}$

(۸) $\frac{a^4}{a+b} \times \frac{a^2 - a + b}{a^2 + a + b}$ (۹) $\frac{a^4 - a^3 + a^2 - a + 1}{a^4 - a^3}$

(۱۰) $\frac{a^4}{a^4 + a^3} \times \frac{a^4 - a^3 + a^2 - a + 1}{a^4 - a^3}$

$$\begin{aligned}
 (11) \quad & \frac{x^2 - 2}{x^2 + 2} \times \frac{x^2 + 2}{x^2 - 2} \times (12) \cdot \frac{x^2 + 2}{x^2 - 2} \times \frac{x^2 - 2}{x^2 + 2} \\
 (13) \quad & \frac{x^2 + 2}{x^2 - 2} \times \frac{x^2 - 2}{x^2 + 2} \times \frac{x^2 + 2}{x^2 - 2} \times \frac{x^2 - 2}{x^2 + 2} \\
 (14) \quad & \frac{x^2 - 2}{x^2 + 2} \times \frac{x^2 + 2}{x^2 - 2} \times \frac{x^2 - 2}{x^2 + 2} \times \frac{x^2 + 2}{x^2 - 2} \\
 (15) \quad & \frac{x^2 + 2}{x^2 - 2} \times \frac{x^2 - 2}{x^2 + 2} \times \frac{x^2 + 2}{x^2 - 2} \times \frac{x^2 - 2}{x^2 + 2}
 \end{aligned}$$

قسمت کسور

(۹۲) قاعدہ مقسوم علیہ کو الٹ لو اور پر ضرب کی طرح عمل کرو
 اسطے کہ اگر $\frac{1}{b}$ کو $\frac{c}{d}$ پر تقسیم کرنا ہو تو $\frac{1}{b} = \frac{d}{b \times d}$ اور $\frac{c}{d} = \frac{c \times d}{d \times d}$ کے فرض کرو

تو $\frac{1}{b} = \frac{d}{b \times d}$ اور $\frac{c}{d} = \frac{c \times d}{d \times d}$

مثلاً $\frac{1}{2} = \frac{3}{2 \times 3} = \frac{3}{6}$ اور $\frac{4}{5} = \frac{4 \times 3}{5 \times 3} = \frac{12}{15}$

اسی طرح $\frac{1}{2} \div \frac{4}{5} = \frac{3}{6} \div \frac{12}{15} = \frac{3}{6} \times \frac{15}{12} = \frac{5}{4}$

لیکن $\frac{1}{2} \div \frac{4}{5} = \frac{1}{2} \times \frac{5}{4} = \frac{5}{8}$

اسی طرح $\frac{1}{2} \div \frac{4}{5} = \frac{1}{2} \times \frac{5}{4} = \frac{5}{8}$

اشکال نمبری ۴۴ حل کی سہلی

مثال ۱ $\frac{2 + 22}{5} \div \frac{1 + 12}{5}$ پر تقسیم کرو

خارج قسمت $\frac{24}{5} \div \frac{13}{5} = \frac{24}{5} \times \frac{5}{13} = \frac{24}{13}$

مثال ۲ $\frac{2 - 2}{3} \div \frac{1 - 1}{3}$ پر تقسیم کرو

خارج قسمت $\frac{0}{3} \div \frac{0}{3} = \frac{0}{3} \times \frac{3}{0} = \frac{0}{0}$

مثال ۳ $\frac{2 + 2}{3} \div \frac{1 + 1}{3}$ پر تقسیم کرو

خارج قسمت $\frac{4}{3} \div \frac{2}{3} = \frac{4}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{4}{2} = 2$

مثال ۴

$$\frac{\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a-b}}{\frac{1}{a+b} - \frac{1}{a-b}} = \frac{\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a-b}}{\frac{1}{a+b} - \frac{1}{a-b}}$$

$$\frac{1(a+b) + 1(a-b)}{1(a+b) - 1(a-b)} = \frac{1}{a+b} + \frac{1}{a-b}$$

$$\frac{1(a+b) + 1(a-b)}{(a+b)(a-b)} = \frac{1}{a+b} - \frac{1}{a-b}$$

$$\frac{1(a+b) + 1(a-b)}{(a+b)(a-b)} \times \frac{1(a+b) + 1(a-b)}{1(a+b) + 1(a-b)} = \frac{1}{a+b} + \frac{1}{a-b}$$

$$\frac{1(a+b) + 1(a-b)}{(a+b)(a-b)} = \frac{1}{a+b} + \frac{1}{a-b}$$

مثال ۵ قیمت $\frac{1}{د}$ + $\frac{ج}{د}$ کی دریافت کرو

د + س کی جگہ لارکھو تو

$$\frac{1}{ب+د} = \frac{1}{ب+د} = \frac{1}{ب+د} = \frac{1}{ب+د} + \frac{ج}{د}$$

$$\frac{1(د+س)}{ب+د+س} = \frac{1(د+س)}{ب+د+س}$$

$$\frac{1(د+س)}{ب+د+س} = \frac{1(د+س)}{ب+د+س}$$

مثال نمبر ۴۳ شالین مشق کے واسطے

(۱) قیمت دریافت کرو

(۱) $\frac{1}{د} \div \frac{1}{د}$ (۲) $\frac{1}{د} \div \frac{1}{د}$

(۳) $\frac{1}{د} \div \frac{1}{د}$ (۴) $\frac{1}{د} \div \frac{1}{د}$ (۵) $\frac{1}{د} \div \frac{1}{د}$

(۶) $\frac{1}{د} \div \frac{1}{د}$

$$(۷) \frac{x^2 + y^2}{x - y} \div \frac{x^2 + y^2}{x - y} \quad (۸) \frac{x^2 + y^2}{x - y} \div \frac{x^2 + y^2}{x - y}$$

$$(۹) \frac{(x+y)^2}{x^2 - y^2} \div \frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2}$$

$$(۱۰) \frac{(x+y)^2}{x^2 + y^2} \div \frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2}$$

$$(۱۱) \frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2} \div \frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2}$$

دوم ان جملوں میں سے ہر ایک کو منفرد بناؤ

$$(۱) \frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2} \div \frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2}$$

$$(۲) \frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2} \div \frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2}$$

$$(۳) \frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2} \div \frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2}$$

$$(۴) \left[\frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2} - \frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2} \right] \div \left[\frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2} + \frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2} \right]$$

$$(۵) \left[\frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2} - \frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2} \right] \div \left[\frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2} + \frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2} \right]$$

$$(۶) \left[\frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2} - \frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2} \right] \div \left[\frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2} + \frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2} \right]$$

$$(۷) \left(\frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2} - \frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2} \right) \div \left(\frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2} + \frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2} \right)$$

$$(۸) \frac{(x^2 + y^2)^2}{x^2 - y^2} \div \left[\frac{x^2}{x^2 - y^2} - \frac{y^2 - x^2}{x^2 - y^2} - \frac{x^2 + y^2}{x^2 + y^2} \right]$$

$$(۹) \frac{x^2 - y^2}{x^2} \div \left[\frac{1}{x^2 - y^2} - \frac{1}{x^2 - y^2} + \frac{1}{x^2 + y^2} \right]$$

$$(۱۰) \frac{x^2 - y^2}{x^2} + \frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2} + \frac{x^2 + y^2}{x^2 + y^2} \div -1$$

$$(۱۳) \quad \left[\frac{ع}{ق} - \frac{ق}{ع} \right] \div \left[\frac{ع}{ق} - \frac{ق}{ع} \right]$$

$$(۱۴) \quad \left[\frac{ل}{۱-ل} - \frac{ل}{۱+ل} \right] \div \left[\frac{ل}{۱-ل} + \frac{ل}{۱+ل} \right]$$

$$(۱۵) \quad \left(\frac{س-ل}{س+ل} - \frac{س+ل}{س-ل} \right) \div \left(\frac{س-ل}{س+ل} - \frac{س+ل}{س-ل} \right)$$

$$(۱۶) \quad \left[\frac{۱}{ل} + \frac{۱}{س} - \frac{ل}{س} \right] \div \left[\frac{۱}{ل} + \frac{ل}{س} \right]$$

$$(۱۷) \quad \left[\frac{ب-۱}{ب+۱} - \frac{ب+۱}{ب-۱} \right] \div \left[\frac{ب+۱}{ب-۱} + \frac{ب-۱}{ب+۱} \right]$$

$$(۱۸) \quad \frac{(۲-ل)}{۱-ل} \div \left[\frac{۶+ل۵-ل}{۸+ل۲-ل} \times \frac{۸+ل۶-ل}{۳+ل۴-ل} \right]$$

$$(۱۹) \quad \left[\frac{ب+۱}{ب-۱} + ۱ \right] \cdot \frac{\frac{۱}{ب+۱} + \frac{۱}{ب-۱}}{\frac{۱}{ب+۱} - \frac{۱}{ب-۱}}$$

$$(۲۰) \quad \frac{\frac{ل-۱}{ل+۱} - \frac{ل+۱}{ل-۱}}{\frac{ل-۱}{ل+۱} + \frac{ل+۱}{ل-۱}} - \frac{ل}{ل+۱} - \frac{ل}{ل-۱}$$

$$(۲۱) \quad \left[\frac{س}{(س-۱)} - \frac{ل}{(ل-۱)} + \frac{۱}{س} - \frac{۱}{ل} \right] + (ل+س)$$

$$(۲۲) \quad \frac{س}{ل} = \left[\frac{۱}{(س-۱)(ل-۱)} - \frac{۱}{(س-۱)ل} \right] \div \text{ثابت کرو}$$

$$۱ = \frac{ل+۱}{ل} \div \frac{ل(ل+۱)+۱}{ل}$$

قواعد ضرب و قسمة اعشاریه کابثوت

(۲۳) ضرب اعشاریه کا قاعده ثابت کرد

فرض کرو کہ ع اور ق اعداد ہیں جن میں ع اور ق مراتب اعشاریہ کے ہیں اور جب علامت اعشاریہ کو دو درجن توڑ ع اور ق کی شکل اعداد ہو جائیں تو مجموعہ

دفعہ ۸۳ علم حساب و ۱۲۵ جبر متعالی کے اعداد و ارق کو ان کے سور سے تعبیر کر سکتے ہیں

کہ $\frac{ع}{ق}$ و $\frac{ق}{ع}$

اس واسطے اونکا حاصل ضرب $= \frac{ع}{ق} \times \frac{ق}{ع} = \frac{ع ق}{ع ق} = 1$
 اسے معلوم ہوا کہ ضرب اعشاریہ کی اس طرح ہوتی ہے کہ اعداد اعشاریہ کو مثل اعداد صحیح کے ضرب دو اور حاصل ضرب میں مراتب اعشاریہ برابر مجموعہ مراتب اعشاریہ مضروب اور مضروب کے انتباہ بخذور $\frac{ع}{ق} = \frac{ع}{ق} \times \frac{ق}{ع} = \frac{ع ق}{ع ق}$ اس واسطے $\frac{ع}{ق}$ مراتب

اعشاریہ کے ہیں
 کعب $\frac{ع}{ق} = \frac{ع}{ق} \times \frac{ع}{ق} \times \frac{ع}{ق} = \frac{ع^۳}{ق^۳}$ اس واسطے
 ۳ مراتب اعشاریہ کے ہیں

۹۸ قاعدہ قسمت اعشاریہ کا ثابت کرو

خارج قسمت $ع \div ق = \frac{ع}{ق}$

$$\frac{۱۹}{۴} \times \frac{ع}{ق} =$$

$$\frac{۱۹}{۴} \times \frac{ع}{ق} =$$

اگر $ع$ کے $ق$ تو خارج قسمت $= \frac{ع}{ق}$

یعنی جب قسمت صحیح اعداد کے موافق ہو جائے تو خارج قسمت میں $(ع - ق)$ مراتب اعشاریہ ہو
 اگر $ع = ق$ تو خارج قسمت $= \frac{ع}{ق}$

یہ صحیح عدد ہے اگر $ع$ کو $ق$ پورا تقسیم کرتا ہے

اگر $ع$ کے $ق$ تو خارج قسمت $= \frac{ع}{ق} - ۱$

یعنی ہم $(ع - ق)$ صفر مقسوم کے اول لکائیں تو حاصل یہاں تک صحیح عدد ہوگا
 (۹۵) ایک ہر عام کے برابر کہ اعشاریہ دریافت کرو

فرض کرو کہ $\frac{ع}{ق}$ کسر بنیاد مختصر ہے

$$\frac{ع}{ق} = \frac{ع}{ق} \times \frac{۱۰ \times ۱۰}{۱۰ \times ۱۰}$$

اب اس کے یہ معنی ہیں کہ جب $ع \times ۱۰$ یا $ق$ کے تقسیم ہو تو ایک عشرین مرتبہ کی صورت میں ہے یہ قاعدہ مستند ہے کہ شمار کنندہ کو ضرب نہایتیم کرو اور شمار کنندہ کے اول جننے صفوں کی ضرورت ہو او تنے لگاؤ اور ہر خارج قسمت میں بعد ازاں مرتبہ کے جنکی تعداد برابر اونی صفوں کی تعداد کے ہو جو شمار کنندہ کے اول لگائی ہیں مثلاً اگر

لکھ کر مراتب اعشاریہ کو جدا کرو
(۹۶) اول شرائط کو دریافت کرو جبکہ موافق کسور عامہ عشریہ محدود اور اعشاریہ دور میں تحویل ہوتی ہوں

فرض کرو کہ $\frac{ع}{ق}$ کسر عام بنیاد مختصر الحدین ہو

$$\frac{ع}{ق} = \frac{ع}{ق} \times \frac{۱۰ \times ۱۰}{۱۰ \times ۱۰}$$

اب یہ اظہار ہے کہ اگر $\frac{ع}{ق}$ کی تقسیم نہ ہو تو $ع \times ۱۰$ کی تقسیم نہ ہوگی اور نہیں تو نہیں چونکہ ۱۰ اصوات ۱۰ اور ۱۰ پر تقسیم ہوتا ہے اسے معلوم ہوتا ہے کہ الکی کوئی قوت ۲ اور ۲ پر یا انکی قوت پر پوری تقسیم ہو سکتی ہے پس اسے ثابت ہوا کہ اگر $ق$ بالکل اجزاء ضربی ۲ اور ۲ یا انہیں سے ایک جز ضربی سے یا ۲ اور ۲ کی قوا سے یا انہیں سے ایک کی قوت سے مرکب نہ ہو تو $ق$ کی تقسیم بھی $ق$ پر ختم نہ ہوگی

اسی واسطے $\frac{ع}{ق}$ اوس حالت میں کہ اعشاریہ محدود کی طرف تحویل ہو سکیگی کہ اوسکی صورت $\frac{ع}{ق}$ کی ہو اور نہیں تو باقی سب صورتوں میں کسور دور کی طرف تحویل ہوگی اور اگر

(۹۷) جب ایک کسر عام کسر اعشاریہ محدود کی طرف تحویل ہو سکے تو مراتب اعشاریہ

فرض کرو کہ $\frac{ع}{ق}$ ایک مختصر الدرقام ہو اور کہ اعشاریہ محدود کی طرف تحویل بھی ہوتی ہے تو اوسکی صورت $\frac{ع}{ق}$ کی ہوگی

فرض کرو کہ $\frac{ع}{ق} = \frac{ع}{ق} = \frac{ع}{ق} = \frac{ع}{ق}$
 تو $\frac{ع}{ق} \times \frac{ع}{ق} = \frac{ع}{ق} \times \frac{ع}{ق} = \frac{ع}{ق} \times \frac{ع}{ق} = \frac{ع}{ق} \times \frac{ع}{ق}$
 یہ ایک عشریہ ہے جس میں $\frac{ع}{ق}$ مراتب عشریہ ہے

اب اگر $\frac{ع}{ق} > \frac{ع}{ق}$
 تو $\frac{ع}{ق} \times \frac{ع}{ق} = \frac{ع}{ق} \times \frac{ع}{ق} = \frac{ع}{ق} \times \frac{ع}{ق} = \frac{ع}{ق} \times \frac{ع}{ق}$
 یہ ایک عشریہ ہے جس میں $\frac{ع}{ق}$ مراتب عشریہ ہیں

۹۸ اگر ایک کسٹم عشریہ مدور کہ طیف تحول ہو تو باقیات کسے خاص سے واقع ہوتی ہیں
 فرض کرو کہ $\frac{ع}{ق} = \frac{ع}{ق} = \frac{ع}{ق} = \frac{ع}{ق}$
 تو $\frac{ع}{ق} = \frac{ع}{ق} = \frac{ع}{ق} = \frac{ع}{ق}$

تختلف
 $\frac{ع}{ق} \times \frac{ع}{ق} = \frac{ع}{ق} \times \frac{ع}{ق} = \frac{ع}{ق} \times \frac{ع}{ق} = \frac{ع}{ق} \times \frac{ع}{ق}$
 باقیات ہونگی سے معلوم ہو کہ اگر باقی = کی ہو تو باقیات ق۔ اعملوں کے اندر
 باقی کر آئیں گی اور اسلئے ہند اسے کر آئے لگینگے اور حاصل ایک سے مدور ہوگا

امثلہ نمبری ۲۲ سوالات اور مثالیں متفرق

(۱) ثابت کرو کہ (۱-ب) (۲+د) = ۱-ج - ب ج + د د - ب د اور ک ب

ہے اور یہ بھی ثابت کرو کہ اگر م اور ن اعداد صحیح ہوں اور ن کے م سے ہو

تو $\frac{۱}{۱} \div \frac{۱}{۱} = \frac{۱}{۱}$
 $\frac{۱}{۱} - \frac{۱}{۱} = \frac{۱}{۱} - \frac{۱}{۱} = \frac{۱}{۱} - \frac{۱}{۱} = \frac{۱}{۱} - \frac{۱}{۱}$

(۲) ان جملوں کو جہانگت ہو سکے مفرد بناؤ

(۱) $\frac{۱}{۱} - \frac{۱}{۱} = \frac{۱}{۱} - \frac{۱}{۱} = \frac{۱}{۱} - \frac{۱}{۱} = \frac{۱}{۱} - \frac{۱}{۱}$

(۲) $\frac{۱}{۱} + \frac{۱}{۱} = \frac{۱}{۱} + \frac{۱}{۱} = \frac{۱}{۱} + \frac{۱}{۱} = \frac{۱}{۱} + \frac{۱}{۱}$

$$(۳) (۱-ب) (ب-ج) (ج-د) + (۱-ب) (ب-ج) + (۱-ب) (ب-ج) + (۱-ب) (ب-ج)$$

$$(۴) \frac{۱-۱}{۱+۱} \times \frac{۱-۱}{۱+۱} \times \frac{۱-۱}{۱+۱} \times \frac{۱-۱}{۱+۱}$$

(۳) مقادیر مرکبہ کے قاعدہ جذر کی تحقیقات لکھو اور قیمت دریافت کرو

$$[(۱-۱) + (۱-۱) + (۱-۱) + (۱-۱)]$$

(۴) ان اصطلاحات کی تعریف بیان کرو کہ وفق مشترک وفق اعظم اور دوتا میر

مشترک وفق اعظم نکالنے کا قاعدہ ثابت کرو

$$\text{مثال} \quad ۱۲ + ۱۲ = ۲۴ \quad (۱۲-۱۲) = ۰ \quad (۱۰-۱۲) = -۲ \quad (۱۲-۱۲) = ۰ \quad (۱۲-۱۲) = ۰$$

دریافت کرو

$$(۵) \text{ثابت کرو} \quad \frac{(۱-ب) (ب-ج) + (۱-ب) (ب-ج) + (۱-ب) (ب-ج)}{(۱-ب) (ب-ج) + (۱-ب) (ب-ج) + (۱-ب) (ب-ج)}$$

$$\text{اور} \quad \frac{(۱-ب) (ب-ج) + (۱-ب) (ب-ج) + (۱-ب) (ب-ج)}{(۱-ب) (ب-ج) + (۱-ب) (ب-ج) + (۱-ب) (ب-ج)}$$

(۶) کسور شارحہ ضرب اور قیمت کا قاعدہ ثابت کرو ۸۹۵ کو ۸۹۵ پر اور

۸۹۵ کو ۸۹۵ پر تقسیم کرو

(۱) ان جلوئے حاصل تفریق کو نہایت مختصر کرو

$$[(۱-۱) + (۱-۱) + (۱-۱) + (۱-۱)]$$

$$[(۱-۱) + (۱-۱) + (۱-۱) + (۱-۱)]$$

اور جب ۱ = ب = ج = ق = ۸ قیمت

$$[(۱-۱) + (۱-۱) + (۱-۱) + (۱-۱)]$$

(۲) رمز ۱۱ کے معنی جب م مثبت صحیح ہو کیا ہیں ثابت کرو کہ ۱۱ = ۱۱

جب م اور ن مثبت صحیح ہوں اور اگر یہ مان لیں کہ یہ قاعدہ اوس صورت پر ہی جاری کہ

حسین م اور ن کسرن ہوں تو ق کے کیا معنی ہوں گے

(۱) $\left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{3}\right) = \left(\frac{1}{6}\right)$ کو $\left(\frac{1}{6}\right) - \left(\frac{1}{6}\right) = \left(\frac{1}{6}\right)$ میں ضرب دو
اور ۱ + ۲ کو ۱ - ۳ لاپر چار رقوم تک تقسیم کرو اور باقی کو صحیح صحیح بیان کرو
(۳) مفرد بناؤ

$$(1) \left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{3}\right) = \left(\frac{1}{6}\right) + \left(\frac{1}{6}\right) = \left(\frac{2}{6}\right) = \left(\frac{1}{3}\right)$$

$$(2) \left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{3}\right) = \left(\frac{1}{6}\right) + \left(\frac{1}{6}\right) = \left(\frac{2}{6}\right) = \left(\frac{1}{3}\right)$$

(۴) اوس شرط کی تحقیقات کرو جسے کہ عام اعشاریہ محدود کی صورت میں تبدیل نہ ہو سکے اور جب
یہ شرط پوری نہ ہو تو ثابت کرو کہ باقیات جو ایک کہ کو اعشاریہ دور کی طرف تحویل کرنے میں
پیدا ہوتی ہیں ان میں ایک ترتیب ہوتی ہے

۱۴ کسی ختم اعشاریہ کی طرف تحویل ہو سکتا ہو ۹ اور اگر نہیں تو بناؤ ہندسوں کی تعداد
زیادہ سے زیادہ اعشاریہ دور کے دور کر رہ میں کیا ہوگی

(۵) دو مرکب مقدار جبر کے مشترک ذواضعاف اقل دریافت کریں جو قاعدہ سے اوسے بنا
اور اوسکی توسیع تین مقدار جبر تک کرو

۱- لا + لا اور ۱ + لا اور ۱- لا کا ذواضعاف اقل دریافت کرو
(۶) صحیح اور اعشاریہ جذر نکالنے میں جو قاعدہ فقط اوسے نشان کریں جو اوسے بیان کرو
۲ گز لے لیں ثانیان اوس مربع کہیت کی چاروں طرف کٹنی لگیں گی جس کا قیہ ایک گز

(۱) $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ سے کیا مطلب ظاہر ہوتا ہے ثابت کرو کہ $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

کسور جبر کی ضرب اور قسمت کے قاعدے ثابت کرو
 $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ کو $\frac{1}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$ میں تقسیم کرو

(۲) ۱۲۳۵ اور ۲ کے جذر میں سے کونسا بڑا ہے اور قیمت
دریافت کرو $\frac{375}{375} + \frac{375}{375} = \frac{750}{375} = 2$

(۳) $\frac{m}{n} + \frac{p}{q} = \frac{mq + np}{nq}$ کا بخور اور لا-ا- $\frac{r}{s} + \frac{t}{u} = \frac{ru + st}{su}$

۵۔ ان جملوں کو منفرد بناؤ

$$\frac{\frac{5}{11} - 1}{\frac{11}{11} + 1}$$

$$(1) \quad \frac{1}{11} - \frac{\frac{5}{11} - \frac{11}{11}}{\frac{11}{11} - \frac{11}{11}} = \frac{11}{11}$$

$$(2) \quad 1 - [5 - 11 - 1] - 1 + (11 - 1) + (11 - 1) = 11$$

(۶) $\frac{11}{11} + \frac{11}{11}$ کے کعب کو $\frac{11}{11} + \frac{11}{11}$ کے مربع میں ضرب اور ثابت کرو کہ اونکا حاصل ضرب

$$= (11 + 1) + (11 + 1) + (11 + 1) + (11 + 1) + (11 + 1) + (11 + 1)$$

مساوات درجہ اول

۹۹ اگر یہ جملہ ہو کہ $(1 + 1) = 11 + 11 + 11$ اور اس میں جن مقداروں کے درمیان علامت

مساوات کی لکھی ہوئی ہو اور جن کے ایک مقدار ایسی ہے کہ وہ دوسری مقدار سے اس عمل سے جو اس کی علامتوں سے تعبیر ہوتا ہے کرنے سے پیدا ہوئی ہے تو ایسی صورت کو متوازن کہتے ہیں۔

اس جملہ سے فقط یہ بات ظاہر ہوتی ہے کہ ایک ہی مقدار کی دو مختلف صورتیں ہوں گے۔

لکھ رہی ہیں اور اس لئے ظاہر ہے کہ وہ لکھی گئی ہیں۔ اس کے واسطے درست اور صحیح

اب اس جملہ $(1 + 1) = 11 + 11 + 11$ کو مساوات کہتے ہیں جس میں علامت

مساوات کی ایک جانب کی مقدار ایسی نہیں ہے کہ وہ دوسری جانب کی مقدار سے

علامت کے موافق عمل کرنے سے پیدا ہوئی ہو اور ان میں مساوات جب ہی قائم ہو سکتی ہے

کہ لکھی خاص قیمتیں ہوں

اب مساوات کی تعریف اس طرح کیا کرتے ہیں

حد جب دو مقدار مختلف طرح سے بیان کی جائیں اور ایک مقدار دوسری مقدار

کسی عمل کے کرنے سے نہ پیدا ہوتی ہو اور علامت = سے اس طرح مربوط ہوں کہ یہ

علامت اون کے درمیان لکھی جائے تو اس عمل کے مساوات کہیں گے مثلاً $11 = 11$

ایک مساوات ہے جسے یہ معلوم ہوتا ہے کہ ۱ اور ۱ کے حاصل ضرب کی برابر ہے

(۱۰۰) اگر کوئی مساوات کسیے خالص ہو اور مقادیر اوسمین نہ ہوں اور اول قوت کسی مقدار مجہول کی ہو تو اوسکو مساوات درجہ اول کی یا مساوات منفرد کہتے ہیں اور اگر اوسمین صرف مقدار مجہول کا مجذور ہو خواہ اوسکی ساتھ اول قوت ہو خواہ نہ ہو اوسکو مساوات درجہ دوم ہتھنات کہتے ہیں

مثلاً $۱ - ۲ = ۳$ مساوات درجہ اول اور $۱۶ + ۲۵ = ۵$ مساوات

درجہ دوم ہیں

بالعموم یہ کہ اگر اعلیٰ درجہ مقدار مجہول کی قوت کا ہو تو اوس مساوات کون درجہ کی مساوات کہیں گے

(۱۰۱) مساوات کے حل کرنے کے یہ معنی ہے کہ مقدار یا مقدار مجہول کی ایک قیمت یا کئی قیمتیں ایسی دریافت کریں کہ جسے شرائط مساوات کی پوری ہو یعنی اگر بجای مجہول کے ان قیمتوں کو

مساوات میں کہیں تو اول طرف مساوات کی برابر دوسری طرف کے ہو

مقدار یا مقدار مجہول کی قیمت یا قیمتیں جو ہر سطح شرائط مساوات کو پورا کرتی ہیں مساوات

کی یہی قیمت یا قیمتیں کہلاتی ہیں

(۱۰۲) مساوات کا حل ان علوم متعارفہ پر یعنی مبادی پر ہو موقوف ہے

علوم متعارفہ اگر برابر مقادیر ہوں ہر ایک برابر مقادیر زیادہ کریں یا اونیٹک تفریق کریں در دو صورتوں

جو مقادیر حاصل ہوں گے وہ آپس میں برابر ہوں گے

علوم متعارفہ ۲ اگر برابر مقادیر کسی ایک ہی مقدار میں ضرب دی جائیں یا کسی ایک مقدار

تقسیم کی جائیں تو حاصل ضرب آپس میں برابر ہوں گے اور خارج قسمت بھی آپس میں برابر ہوں گے

علوم متعارفہ ۳ اگر برابر مقادیر کا ایک مرتبہ کا صعود لین یا نزول نکالیں تو حاصل

آپس میں برابر ہوں گے

(۱۰۳) ایک مقدار مجہول کی مساوات درجہ اول کے قاعدے حل کرنے کے اچار

قاعدوں میں سب آجاتی ہیں

کر سکتے ہیں

۱۵۳

قاعدہ اول مساوات کی ایک طرف سے دوسری طرف مقدار کی علامت بدل کر منتقل

یہ قاعدہ پہلے علوم متعارف پر مبنی ہے

فرض کرو کہ $ل + ۱ = ب$

اگر ہر ایک طرف مساوات سے تفریق کرو تو

$$ل + ۱ - ۱ = ب - ۱$$

لیکن $۱ - ۱ = ۰$

$$ل = ب - ۱$$

اب دائیں طرف سے بائیں طرف علامت بدل کر منتقل ہو گیا

اور فرض کرو کہ $ل - ۱ = ب$

مساوات کی ہر ایک طرف پر ۱ کو زیادہ کر دو تو

$$ل - ۱ + ۱ = ب + ۱$$

$$ل = ب + ۱$$

دائیں طرف سے بائیں طرف علامت بدل کر منتقل ہو گیا یعنی ۱ نے طرف اور علامت

اب فرض کرو کہ $۲ - ل = ۳ + ۵$

۲ ہر ایک طرف مساوات پر زیادہ کر دو تو

$$۲ - ل + ۲ = ۳ + ۵ + ۲$$

یعنی $۴ - ل = ۱۰ + ۳$ (اس میں ۲ نے طرف اور علامت بدل لی)

$$۴ - ل + ل = ۱۰ + ۳ + ل$$

ہر ایک طرف سے ۳ کو تفریق کرو تو

$$۴ - ل - ۳ = ۱۰ + ۳ - ۳$$

$$۱ = ۱۰$$

یعنی $ل = ۱۰$

نتیجہ صریح

اس قاعدہ سے یہ بات صاف ظاہر معلوم ہوتی ہو کہ اگر مساوات کی ہر ایک طرف مقدار اسی مقدار کی علامت ہی ایک ہو تو وہ مساوات اسے خارج ہو سکتی ہے

$$ل - ۱ = ب - ۱$$

۱ - ۱ کے معنی یہ ہیں کہ $ل = ب$

نتیجہ صریح

۳ مساوات کی علامتیں + سے - اور - سے + بدل سکتے ہیں اور اس بدلنے سے کچھ مقدار مجہول کی قیمت میں فرق نہیں آتا

$$ل - ۱ = ب - ۱$$

(۱)

تو لا = ب - ۱ + ج
اب اگر تمام علامتین (۱) کی بدل دین تو

- لا + ج = - ب + ۱

تو ج + ب - ۱ = لا اور یہی پہلے حاصل ہوا تھا

قاعدہ دوم اگر مقدار چھوٹی کسی مقدار میں ضرب دی گئی ہو تو وہ اس کے علیحدہ اس طرح ہو سکتی ہے کہ اس پر

ساوات کی ہر ایک رقم کو تقسیم کر دو
یہ قاعدہ علوم متعارفہ دوم پر منحصر ہے

فرض کرو کہ لا = ۱۲

تو لا = ۱۲

لیکن لا = لا اور لا = ۱۲

لا = ۱۲

اب یہ فرض کر دو کہ لا + ۱ = ۲۲ + لا

۱ - ۲۲ = لا - لا

۲۱ = لا

۲۱ = لا

یعنی لا = ۲۱

قاعدہ سوم اگر مقدار چھوٹی کسی مقدار پر تقسیم کی ہوئی ہو تو یہ مقدار اس کے علیحدہ اس طرح ہو سکتی ہے کہ اس پر

ساوات کی ہر رقم میں ضرب دین اور اگر وہاں ایک کسے زیادہ کسے میں ہوں تو مساوات کی
رقم کو ان کسے کی مشترک ذوات اقل میں ضرب دو

یہ قاعدہ بھی دوسری علوم متعارفہ پر مبنی ہے

فرض کرو کہ لا = ۳

دونوں طرف کو ۲ میں ضرب دو تو

۲ × لا = ۲ × ۳

لیکن لا = لا = ۲ × لا = ۲ × ۳

اب یہ فرض کرو کہ لا + لا = ۴ + لا

نسب نامیوں کا ضیق = ۶ اسی واسطے ہر ایک رقم کو ۶ میں ضرب دو تو

$$\frac{۱۲}{۳} + \frac{۶ \times ۶}{۱} = \frac{۱۲}{۲} + \frac{۶ \times ۶}{۱}$$

طرفین مساوات کا مجذور کرو تو

$$(\sqrt{10} - 5) = 10 + 5$$

$$\sqrt{10} + 10 - 25 = 0$$

$$\sqrt{10} - 15 = 0 \therefore$$

$$5 - 15 = \sqrt{10} \therefore$$

$$2 = \frac{10}{5} = \sqrt{10} \therefore$$

مجذور طرفین مساوات کا کیا تو

حل مساوات درجہ اول

(۱۰۴) اوپر جو قاعدے بیان ہو اور ان سے مل کر یکجا جمع کریں اور ان کے یہ عام قاعدہ مرتب ہوگا

(۱) مساوات میں کسر اور تقادیر اصم دور کرو

(۲) جن رقموں میں تقادیر محمول ہوں اور ان سے مل کر دائیں طرف لاؤ اور سب تقادیر معلوم بائیں طرف لیجاؤ

(۳) مقدار محمول کے سرور کے مجموعہ کو طرفین مساوات تقسیم کرو تو قیمت مطلوب معلوم ہوگی

امثلہ نمبری ۴۵ حل کی ہوئی

مثال ۱ $10 - 14 = 3 + 5$ قیمت لاکی دریافت کرو

یعنی $10 - 14 = 3 + 5$ موجب قاعدہ اول کے

$$10 - 14 = 3 + 5$$

$$10 - 14 = 3 + 5$$

$$10 - 14 = 3 + 5$$

مثال ۲ $10 - 14 = 3 + 5$ قیمت لاکی دریافت کرو

$$10 - 14 = 3 + 5$$

$$10 - 14 = 3 + 5$$

$$10 - 14 = 3 + 5$$

$$10 - 14 = 3 + 5$$

مثال ۳ $10 - 14 = 3 + 5$ قیمت لاکی دریافت کرو

یعنی ۲۵ - ۴۵ = ۲۰

یعنی ۵۰ - ۸۰ = ۳۰

$$\therefore ۴۰ = \frac{۸۰ - ۴۵}{۲} = ۱۷.۵$$

مثال ۴ ۲۵ - ۴۵ = ۲۰ + ۱۰ = ۳۰ قیمت لاکه دریافت کرد

یعنی ۲۵ - ۴۵ = ۲۰ + ۱۰ = ۳۰

یعنی ۲۵ - ۴۵ = ۲۰ + ۱۰ = ۳۰

$$\therefore ۴۰ = \frac{۸۰ - ۴۵}{۲} = ۱۷.۵$$

مثال ۵ ۴۰ - ۳۰ = ۱۰ قیمت لاکه دریافت کرد

یعنی ۴۰ - ۳۰ = ۱۰

یعنی ۴۰ - ۳۰ = ۱۰

$$\therefore ۴۰ = \frac{۸۰ - ۴۵}{۲} = ۱۷.۵$$

مثال ۶ (۳۰ - ۲۰) + (۲۰ - ۱۰) = ۲۰ قیمت لاکه دریافت کرد

یعنی ۳۰ - ۲۰ = ۱۰ + ۲۰ - ۱۰ = ۲۰

یعنی ۳۰ - ۲۰ = ۱۰ + ۲۰ - ۱۰ = ۲۰

یا ۳۰ - ۲۰ = ۱۰ + ۲۰ - ۱۰ = ۲۰

یا ۳۰ - ۲۰ = ۱۰ + ۲۰ - ۱۰ = ۲۰

$$\therefore ۴۰ = \frac{۸۰ - ۴۵}{۲} = ۱۷.۵$$

مثال ۷ (۳۰ - ۲۰) + (۲۰ - ۱۰) = ۲۰ قیمت لاکه دریافت کرد

یا ۳۰ - ۲۰ = ۱۰ + ۲۰ - ۱۰ = ۲۰

$$\therefore ۴۰ = \frac{۸۰ - ۴۵}{۲} = ۱۷.۵$$

یا ۳۰ - ۲۰ = ۱۰ + ۲۰ - ۱۰ = ۲۰

یعنی ۳۰ - ۲۰ = ۱۰ + ۲۰ - ۱۰ = ۲۰

$$\therefore ۴۰ = \frac{۸۰ - ۴۵}{۲} = ۱۷.۵$$

شالین مشوک واسطی

امثلة نمبر ۲۵

ان مثالوں کو حل کرو

- (۱) $۱۷ + ۱۷ = ۳۴$ (۱)
- (۲) $۱۷ - ۱۷ = ۰$ (۲)
- (۳) $۱۷ + ۱۷ = ۳۴$ (۳)
- (۴) $۱۷ - ۱۷ = ۰$ (۴)
- (۵) $۱۷ + ۱۷ = ۳۴$ (۵)
- (۶) $۱۷ - ۱۷ = ۰$ (۶)
- (۷) $۱۷ + ۱۷ = ۳۴$ (۷)
- (۸) $۱۷ - ۱۷ = ۰$ (۸)
- (۹) $۱۷ + ۱۷ = ۳۴$ (۹)
- (۱۰) $۱۷ - ۱۷ = ۰$ (۱۰)
- (۱۱) $۱۷ + ۱۷ = ۳۴$ (۱۱)
- (۱۲) $۱۷ - ۱۷ = ۰$ (۱۲)
- (۱۳) $۱۷ + ۱۷ = ۳۴$ (۱۳)
- (۱۴) $۱۷ - ۱۷ = ۰$ (۱۴)
- (۱۵) $۱۷ + ۱۷ = ۳۴$ (۱۵)
- (۱۶) $۱۷ - ۱۷ = ۰$ (۱۶)
- (۱۷) $۱۷ + ۱۷ = ۳۴$ (۱۷)
- (۱۸) $۱۷ - ۱۷ = ۰$ (۱۸)
- (۱۹) $۱۷ + ۱۷ = ۳۴$ (۱۹)
- (۲۰) $۱۷ - ۱۷ = ۰$ (۲۰)
- (۲۱) $۱۷ + ۱۷ = ۳۴$ (۲۱)
- (۲۲) $۱۷ - ۱۷ = ۰$ (۲۲)
- (۲۳) $۱۷ + ۱۷ = ۳۴$ (۲۳)
- (۲۴) $۱۷ - ۱۷ = ۰$ (۲۴)
- (۲۵) $۱۷ + ۱۷ = ۳۴$ (۲۵)
- (۲۶) $۱۷ - ۱۷ = ۰$ (۲۶)
- (۲۷) $۱۷ + ۱۷ = ۳۴$ (۲۷)
- (۲۸) $۱۷ - ۱۷ = ۰$ (۲۸)
- (۲۹) $۱۷ + ۱۷ = ۳۴$ (۲۹)
- (۳۰) $۱۷ - ۱۷ = ۰$ (۳۰)
- (۳۱) $۱۷ + ۱۷ = ۳۴$ (۳۱)
- (۳۲) $۱۷ - ۱۷ = ۰$ (۳۲)
- (۳۳) $۱۷ + ۱۷ = ۳۴$ (۳۳)
- (۳۴) $۱۷ - ۱۷ = ۰$ (۳۴)
- (۳۵) $۱۷ + ۱۷ = ۳۴$ (۳۵)
- (۳۶) $۱۷ - ۱۷ = ۰$ (۳۶)
- (۳۷) $۱۷ + ۱۷ = ۳۴$ (۳۷)
- (۳۸) $۱۷ - ۱۷ = ۰$ (۳۸)
- (۳۹) $۱۷ + ۱۷ = ۳۴$ (۳۹)
- (۴۰) $۱۷ - ۱۷ = ۰$ (۴۰)
- (۴۱) $۱۷ + ۱۷ = ۳۴$ (۴۱)
- (۴۲) $۱۷ - ۱۷ = ۰$ (۴۲)
- (۴۳) $۱۷ + ۱۷ = ۳۴$ (۴۳)
- (۴۴) $۱۷ - ۱۷ = ۰$ (۴۴)
- (۴۵) $۱۷ + ۱۷ = ۳۴$ (۴۵)
- (۴۶) $۱۷ - ۱۷ = ۰$ (۴۶)
- (۴۷) $۱۷ + ۱۷ = ۳۴$ (۴۷)
- (۴۸) $۱۷ - ۱۷ = ۰$ (۴۸)
- (۴۹) $۱۷ + ۱۷ = ۳۴$ (۴۹)
- (۵۰) $۱۷ - ۱۷ = ۰$ (۵۰)

$$\begin{aligned}
 (۸۷) \quad & (۱+۱۱)ب - (۱۱-ب) = ۱۳(۱+۱۱) - (۱-ب) \\
 (۸۸) \quad & (۳-۱۱)۲ - (۱۱-۲) - (۱۱-۳) = (۱۲-۵) \\
 (۸۹) \quad & (۱۱+۱۳)(۱۱-۳) + (۳+۱۱)(۱۱-۳) = ۴(۱۱-۳)(۱۱-۳) \\
 (۹۰) \quad & (۲+۲+۲+۲) - (۲+۲+۲+۲) - (۲+۲+۲+۲) = (۲+۲+۲+۲)
 \end{aligned}$$

مثال ۱ $\frac{۱۱}{۱۲} + ۱۲ = ۹$ قیمت لاکه دریافت کرد

فرواضات اول نسبت نایون کا = ۱۲

$$\frac{۱۰۸}{۱۲} + \frac{۱۱}{۱۲} = \frac{۱۲۴}{۱۲} + \frac{۱۱}{۱۲}$$

$$۱۰۸ + ۱۱ = ۱۲۴ + ۱۱$$
 یعنی

$$۱۲۴ - ۱۰۸ = ۱۶$$
 یعنی

$$۱۶ - ۱۱ = ۵$$
 یعنی

$$۱۶ = ۱۱$$

مثال ۲ $\frac{۱}{۴} (۱+۱۱) + \frac{۱}{۴} (۲+۱۱) - (۲+۱۱) = ۱۶$ قیمت لاکه دریافت کرد

$$۱۶ = ۱۲ \times ۰ = ۹ + ۱۱ + ۱۹ - ۸ + ۱۱ + ۶ + ۱۱ + ۶$$

$$۶ - ۸ - ۹ - ۱۹ = ۱۳ + ۱۱ + ۱۱ + ۶$$
 یعنی

$$۱۴۹ = ۱۱۳$$

مثال ۳ $\frac{۱۱}{۱۲} + \frac{۱۱}{۱۲} = ۱۶$ قیمت لاکه دریافت کرد

$$\frac{۱۱}{۱۲} + \frac{۱۱}{۱۲} = \frac{۱۱}{۱۲} + \frac{۱۱}{۱۲}$$

$$۱۱ + ۱۱ = ۲۲$$
 یعنی

$$۲۲ - ۱۱ = ۱۱$$
 یا

$$۸۰ - ۱۱ = ۶۹$$

$$۸۰ = ۶۹$$

$$\frac{۱۳}{۶} = \frac{۱۱}{۶} = ۱۱$$

مثال ۴ $\frac{۱۳}{۶} = (۳+۱۱)(۵-۱۱) - (۳+۱۱) = ۱۶$ قیمت لاکه دریافت کرد

$$\frac{۱۳}{۶} = (۱۵ - ۱۲ - ۲) - \frac{۱۵}{۶} - ۱۱ - ۱۱$$

$$\frac{۱۳}{۶} = ۱۵ + ۱۲ + ۱۱ - \frac{۱۵}{۶} - ۱۱ - ۱۱$$
 یعنی

یا $۱۵ - \frac{۱۵}{۴} + \frac{۹}{۴} = ۱۱$

$۱۵ - \frac{۱۰}{۴} =$

$۱۲ = ۱۵ - ۳ =$

مثال ۱۲ $\frac{۲۵-۱۱}{۲۹} - ۱۱ = \frac{۱۴-۲}{۱۳} - ۱۱ = \frac{۱۰-۱۱}{۴} - ۱۱ = \frac{۳۹-۱۰}{۳۹} - ۱۱ =$

یعنی $\frac{۱۰-۱۱}{۴} - ۱۱ = \frac{۱۴-۲}{۱۳} - ۱۱ = \frac{۲۵-۱۱}{۲۹} - ۱۱$

ضیق نسب $۴ \times ۳ \times ۱۳ =$

$\therefore ۳(۲۵-۱۱) - (۱۲-۲) = ۱۵۶ - (۱۰-۱۱) =$

یعنی $۱۰ + ۱۵۶ - ۱۱ = ۱۵۶ - ۱۱ = ۱۴۵$

یعنی $۲۲ + ۱۵۶ + ۱۰ = ۱۸۸$

یعنی $۱۸۸ = ۱۸۸$

$۱۸۸ = \frac{۱۸۸}{۱} = ۱۸۸$

مثال ۱۳ $\frac{۱}{۲} - \frac{۱}{۳} = \frac{۱}{۶}$ ضیق نسب $= ۱۸$

\therefore سب دل $-$ لب ح $+$ د $+$ د $=$ لب د $+$ لب د $+$ لب د $+$ لب د

یعنی سب دل $+$ لب د $+$ لب د $+$ لب د $+$ لب د $=$ لب د $+$ لب د $+$ لب د $+$ لب د

یعنی لب د $+$ لب د $+$ لب د $+$ لب د $=$ لب د $+$ لب د $+$ لب د $+$ لب د

\therefore لب د $= \frac{۱}{۲} - \frac{۱}{۳} = \frac{۱}{۶}$

مثال ۱۴ $\frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۳} = \frac{۵}{۶}$ قیمت لاک دریافت کرو

ضیق نسب $= ۱۸$

\therefore سب دل $+$ لب ح $+$ د $+$ د $=$ لب د $+$ لب د $+$ لب د $+$ لب د

یا سب دل $=$ لب د $+$ لب د $+$ لب د $+$ لب د

\therefore لب د $= \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۳} = \frac{۵}{۶}$

مثال ۱۵ $\frac{۱۴-۱۱}{۹} - \frac{۲۲-۱۱}{۳۳} = \frac{۱}{۳} - (۱ - \frac{۱}{۵})$ قیمت لاک دریافت کرو

$$\frac{4}{9} + \frac{4}{9} - 1 = \frac{44-11}{99} = \frac{12-11}{9}$$

ضیق نسب = ۹۹

$$\therefore 11(12-11) - 11(44-11) = 11 \times 11 - 54 \times 11$$

$$یا ۱۱ \times ۱۱ - ۱۱ \times ۱۱ = ۱۱ \times ۱۱ - ۵۹۴$$

$$\text{یعنی } ۱۱ \times ۱۱ - ۵۹۴ = ۱۱ \times ۱۱ - ۵۹۴$$

$$یا ۱۱ \times ۱۱ = ۵۹۴$$

$$\therefore ۱۱ = \frac{۵۹۴}{۱۱} = ۵۴$$

اشکله نمبری ۲۵ شش کے واسطے

ان مساواتوں کو حل کرو

$$ب (۱) ۱۱ = \frac{11}{9} + \frac{11}{9} + \frac{11}{9} \quad (۲) ۱۱ = \frac{11}{9} + \frac{11}{9} + \frac{11}{9}$$

$$\frac{1}{9} = \frac{11}{9} - \frac{11}{9} + \frac{11}{9} \quad (۳) ۱۲ + \frac{11}{9} = \frac{11}{9} + \frac{11}{9} + \frac{11}{9}$$

$$۱۱ = ۱۲ + \frac{11}{9} - \frac{11}{9} + \frac{11}{9} \quad (۴) \frac{11}{9} + \frac{11}{9} = ۱ - \frac{11}{9}$$

$$\frac{11}{9} - \frac{11}{9} = \frac{11}{9} - \frac{11}{9} + \frac{11}{9} \quad (۵) \frac{11}{9} - \frac{11}{9} - ۱ = \frac{11}{9} + \frac{11}{9} + \frac{11}{9} + \frac{11}{9}$$

$$\frac{11}{9} - ۱۱ = \frac{11}{9} - ۱۱ \quad (۶) \frac{11}{9} - ۱۱ = \frac{11}{9} - ۱۱$$

$$\frac{11}{9} - ۱۱ = \frac{11}{9} - ۱۱ \quad (۷) \frac{11}{9} - ۱۱ = \frac{11}{9} - ۱۱$$

$$\frac{11}{9} - ۱۱ = \frac{11}{9} - ۱۱ \quad (۸) \frac{11}{9} - ۱۱ = \frac{11}{9} - ۱۱$$

$$\frac{11}{9} - ۱۱ = \frac{11}{9} - ۱۱ \quad (۹) \frac{11}{9} - ۱۱ = \frac{11}{9} - ۱۱$$

$$\frac{11}{9} - ۱۱ = \frac{11}{9} - ۱۱ \quad (۱۰) \frac{11}{9} - ۱۱ = \frac{11}{9} - ۱۱$$

$$\frac{11}{9} - ۱۱ = \frac{11}{9} - ۱۱ \quad (۱۱) \frac{11}{9} - ۱۱ = \frac{11}{9} - ۱۱$$

$$\frac{11}{9} - ۱۱ = \frac{11}{9} - ۱۱ \quad (۱۲) \frac{11}{9} - ۱۱ = \frac{11}{9} - ۱۱$$

$$\frac{11}{9} - ۱۱ = \frac{11}{9} - ۱۱ \quad (۱۳) \frac{11}{9} - ۱۱ = \frac{11}{9} - ۱۱$$

$$\frac{11}{9} - ۱۱ = \frac{11}{9} - ۱۱ \quad (۱۴) \frac{11}{9} - ۱۱ = \frac{11}{9} - ۱۱$$

$$\begin{aligned}
 \frac{q}{r} &= \frac{0}{nr} - \frac{r}{n} + \frac{1}{n^2}(r^2) \frac{n}{r} - \frac{r}{n} = \frac{r-n}{r} - \frac{1-n}{r} \quad (r2) \\
 c &= \left(\frac{1-nr}{q} - n \right) - \frac{q+n}{n} \quad (r3) \quad \frac{n+r}{n} = \frac{q-n}{n} - c \quad (r9) \\
 \frac{0}{nr} &= \left(\frac{1}{nr} - 1 \right) - \frac{r}{n} \quad (r5) \quad (r-n) \frac{1}{q} + \frac{n}{r} = \frac{n-q}{r} - \frac{r-n}{n} \quad (r1) \\
 \frac{0+n}{q} &= (1-n) \frac{1}{q} + \frac{n}{r} \quad (r6) \quad \frac{r}{n} + 1 - n = \frac{n-r}{n} + 1 \quad (r3) \\
 \frac{n-1}{n} &= \left(\frac{n}{r} - \frac{r+n}{r} \right) - \frac{1-n}{n} \quad (r5) \\
 \left(\frac{c-n}{n} + \frac{1}{n} \right) - nr &= \frac{0-n}{r} - 1 \quad (r4) \\
 \frac{nr-n}{r} - q &= \frac{n-r}{r} - \frac{1+n}{r} \quad (r2) \\
 \frac{1}{r} + \frac{(q-n)(r-n)}{r} &= \frac{1+n}{r} - \frac{n}{r} \quad (r1) \\
 \frac{c-n}{r} + \frac{r-n}{r} + \frac{1-n}{r} + \frac{r-n}{r} + \frac{1-n}{r} + \frac{c-n}{r} & \quad (r9) \\
 \frac{1}{r} + \frac{n}{r} - q - \frac{r}{n} + n &= \frac{r-n}{r} + \frac{0}{q} + \frac{1-n}{r} \quad (r3) \\
 \frac{n+n}{r} - \frac{1}{r} &= \frac{1}{r} - \frac{n}{r} - \frac{r+n}{r} + \frac{1-n}{r} \quad (r1) \\
 \frac{r-n}{r} - n &= \frac{(r-n)(r-n)}{r} + (r-n) \frac{r}{n} - \frac{1+n}{r} \quad (r2) \\
 (n \frac{r}{n} - 1) \frac{r}{n} - 1 &= \left(\frac{1}{r} - n \right) \frac{r}{n} - (0-n) \frac{r}{n} \quad (r3) \\
 \left(1 - \frac{r}{n} \right) \frac{n}{r} &= \frac{n-r}{r} - (r+n) \frac{1}{r} \quad (r4) \\
 \frac{(r-n)}{r} + n \frac{r}{n} &= \frac{c-n}{r} - \frac{1+n}{r} \quad (r5) \\
 \frac{(r-n)}{r} - n &= \frac{n-n}{r} - \frac{r-n}{r} \quad (r4) \\
 \frac{(1-n)r-n}{r} - q + n &= \frac{1-n}{r} - \frac{r-n}{r} \quad (r2) \\
 0 - \frac{q-n}{r} - n &= \frac{0}{r} - \frac{n}{r} + \frac{r-n}{r} \quad (r1) \\
 \frac{1}{r} - \frac{r-n}{r} &= \frac{1}{r} - \frac{n}{r} - \frac{r-n}{r} \quad (r9) \\
 \left(\frac{r}{n} - 1 \right) \frac{q}{n} - n &= \frac{n-r}{r} - \frac{1-n}{r} \quad (0)
 \end{aligned}$$

$$\left[\frac{(2-u)(1-u)}{u} - 3 - u \right] \frac{u^2}{u} + \left[\frac{1-u}{2} - u \right] \frac{2}{u} = \frac{2^2 - u^2}{2u} - \frac{2^2 - u^2}{2u}$$

مثال ۱۴ قیمت لاکھی دریافت کرو

$$(5-u^2)(3+u^2) = \text{ضیق نسب}$$

$$(3+u^2) 54 = (5-u^2) 25 \therefore$$

$$1 < 1 + u^2 = 225 - 110u$$

$$225 + 1 < 110u = 110u$$

$$394 = 110u$$

$$4 = \frac{394}{110} = u \therefore$$

تنبیہ خاص صورتوں میں بعض نسب نامہ مساواتوں میں ایسی ہوتی ہیں کہ اونکا ذوق صاف دیکھنے سے معلوم ہوتا ہے کہ اگر اون قوموں کو شک ہو کہ وہ نسب نامہ میں ایک طرف کے آئین اور پھر اس کو سرسے خالص کریں اور حتی الامکان مفروضات میں اور پھر موافق قاعدہ عام کے حل کریں تو نہایت آسانی ہو جائیگی

$$\text{مثال ۱۵ قیمت لاکھی دریافت کرو}$$

$$\frac{2+u^2}{8-u^2} = \frac{2+u^2}{8-u^2} - \frac{14+u^2}{18}$$

$$\frac{2+u^2}{8-u^2} = \frac{2+u^2}{8-u^2} - \frac{14+u^2}{18}$$

$$\frac{2+u^2}{8-u^2} = \frac{2+u^2}{8-u^2} - \frac{14+u^2}{18}$$

$$\frac{2+u^2}{8-u^2} = \frac{25}{18}$$

$$(2+u^2) 18 = (8-u^2) 25$$

$$34 + u^2 = 200 - 25u^2$$

$$200 + 34 = 25u^2$$

$$234 = 25u^2$$

$$u = \frac{234}{25} = u \therefore$$

مثال ۱۸ $\frac{1}{1-u} = \frac{1}{2+u} - \frac{1}{1-u}$ قیمت لاکڑی دریافت کیجئے

$$\frac{1}{2+u} = \frac{1}{1-u} - \frac{1}{1-u}$$

$$\frac{1}{2+u} = \frac{1}{1-u} - \frac{1}{1-u}$$

$$\frac{1}{2+u} = \frac{1}{1-u}$$

$$(1-u) \times 2 = (2+u)$$

$$12 - u12 = 22 + u4$$

$$12 - 12 = 12 - u4$$

$$04 = 12 -$$

$$4 = \frac{04}{1} = 12$$

مثال ۱۹ $\frac{1}{1-u} = \frac{1}{2+u} + \frac{1}{1-u}$ قیمت لاکڑی

$$\frac{1}{1-u} = \frac{1}{2+u} + \frac{1}{1-u}$$

$$\frac{1}{1-u} = \frac{1}{2+u} + \frac{1}{1-u}$$

$$\frac{1}{1-u} = \frac{1}{2+u} + \frac{1}{1-u}$$

$$\frac{1}{1-u} = \frac{1}{2+u} + \frac{1}{1-u}$$

$$\frac{1}{1-u} = \frac{1}{2+u} + \frac{1}{1-u}$$

$$\frac{1}{1-u} = \frac{1}{2+u} + \frac{1}{1-u}$$

$$(12-13)4 = 12$$

$$12-13 = 12-13$$

$$13 + 12 = 12 + 13$$

$$04 = 12$$

$$\frac{1}{14} = \frac{04}{12} = 12$$

$$(2) \frac{1}{1-u} = \frac{1}{2+u} + \frac{1}{1-u}$$

$$\frac{1}{1-u} = \frac{1}{2+u} + \frac{1}{1-u}$$

∴ ۳ باب لاءِ (ب) - (ا) م و (د) - (ب) (ل) - (ب) م و (ب) - (ا) و (ا) - (ب) =

یعنی ۴ و (ب) - (ا) م و (ا) - (ب) م و (ب) - (ا) م و (ا) - (ب) م = ۴ و (ب) - (ا) م =

یعنی ۴ و (ب) - (ا) م و (ا) - (ب) م = ۴ و (ب) - (ا) م و (ا) - (ب) م =

یعنی ۴ و (ب) - (ا) م و (ا) - (ب) م = ۴ و (ب) - (ا) م و (ا) - (ب) م =

∴ ۴ و (ب) - (ا) م =

اشلیبیری ۵۵ مشق کے واسطے

ان مسائل کو حل کرو

$$1 = \frac{1}{x} + \frac{1-x}{1+x} \quad (1) \quad \frac{5-x}{4-x} = \frac{3-x}{2-x}$$

$$= \frac{3}{4-x} + \frac{0}{2-x} - \frac{1}{2-x} \quad (2) \quad \frac{1}{4-x} = \frac{1}{4-x} + \frac{1}{2-x}$$

$$2 = \frac{3-x}{2-x} + \frac{1-x}{2-x} \quad (4) \quad 2 - \frac{1-x}{2-x} = \frac{1}{1+x}$$

$$\frac{1}{2-x} = \frac{0}{2-x} - \frac{1}{2-x} \quad (8) \quad 2 = \frac{3}{2-x} + \frac{3-x}{2-x}$$

$$= \frac{3-x}{2-x} - \frac{0}{2-x} \quad (10) \quad \frac{3}{2-x} = \frac{2}{2-x} + \frac{1}{2-x}$$

$$\frac{1}{2-x} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{2-x} - \frac{1}{2-x} \quad (12) \quad = \left(\frac{1}{2-x} + 1\right) - \frac{1}{2-x}$$

$$\frac{1-x}{2-x} - \frac{0}{2-x} = \frac{1-x}{2-x} - \frac{1}{2-x} \quad (14) \quad \frac{1-x}{2-x} = \frac{1}{2-x} + \frac{1}{2-x}$$

$$\frac{9-x}{12-x} - \frac{19-x}{18} = \frac{3+x}{9} \quad (16) \quad \frac{1-x}{2-x} = \frac{1-x}{2-x} - \frac{1+x}{10}$$

$$\frac{13+x}{15} = \frac{13-x}{15} - \frac{1}{2-x} \quad (18) \quad \frac{1-x}{2} = \frac{1}{2-x} - \frac{1+x}{2}$$

$$\frac{1}{2-x} = \frac{1}{2-x} + \frac{1}{2-x} \quad (20) \quad = \frac{1}{2-x} + \frac{0}{2-x} + \frac{3}{2-x}$$

$$\frac{0}{(1+x)x} = \frac{1}{1+x} - \frac{1}{x} \quad (22) \quad \frac{1}{(2+x)x} = \frac{10-x}{4-x} - \frac{1-x}{2-x}$$

$$\frac{1}{2-x} = \frac{1}{x} + \frac{1+x}{1-x} \quad (24) \quad \frac{1}{2-x} = \frac{0+x}{2-x} - \frac{1+x}{10}$$

$$\frac{1-x}{1+x} = \frac{1}{1-x} - \frac{1+x}{1-x}$$

$$\frac{1}{12} + \frac{10+x}{54} = \frac{1-x}{2-x} + \frac{0+x}{12}$$

$$\frac{4}{1-x} = \frac{x+1}{(1+x)^2} - \frac{1}{(1+x)^2} - \frac{1}{x-1} \quad (26)$$

$$\frac{2x}{x+1} + 5 = \frac{\frac{1}{2}x + 14}{x+1} + \frac{\frac{x}{2} - 20}{1+x} \quad (27)$$

$$\frac{14+x}{x^2} - \frac{x}{15} = \frac{x}{x} + \frac{x-11x}{x^2-11x} - \frac{\frac{1}{2}x + 11x}{9} \quad (28)$$

$$\frac{1}{1.5} + \frac{\frac{1}{2}x-11x}{4} - \frac{11x+1}{x^2} = \frac{11x-2}{(1-x)^2} - \frac{10-4}{10} \quad (29)$$

$$\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a-b} + \frac{1}{b} \quad (30) \quad 5.38 = 4.8 + \frac{x+1}{x-1} \quad (31)$$

$$\frac{15x-10}{10} - 3 = \frac{11x}{x+1} - \frac{1+11}{x} \quad (32) \quad \frac{3}{x(1+x)} = \frac{1}{1+x} - \frac{\frac{1}{2}+11}{1+x} \quad (33)$$

$$\frac{1}{10-10} = \frac{1}{10-b} + \frac{1}{10-a} \quad (34)$$

$$\frac{(x+1+11x)}{(x+1+11x)} = \frac{1+11}{x+1} \quad (35) \quad \frac{x-11x}{11x+11x-1} - 1 = \frac{0-11x}{x-11x} - \frac{11x-1}{11x-1} \quad (36)$$

$$\frac{1-11x}{0-11x} - \frac{1-11x}{x-11x} - \frac{x}{x} = \frac{x-11x}{x} \quad (37)$$

$$x - \frac{11x}{x-11x} = \frac{(1+11)x}{(x-11x)} - \frac{(1-11)x}{(x-11x)} + \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \quad (38)$$

$$\frac{11x+4}{x+1} - 11 = \frac{1}{4+11x+11} + \frac{11x}{x+11x+11} + \frac{1}{x+11x+11} \quad (39)$$

مثال ۱۰: $8 = \sqrt{x} + \sqrt{14-x}$ قیمت x کی دریافت کرو

یہ $\sqrt{x} = 14-x$ اور $\sqrt{14-x} = 8-x$

یعنی $\sqrt{x} + \sqrt{14-x} = 14-x$

• $8 = 14 + 4x = \sqrt{x} + 14$ یعنی

$8 = \frac{14}{14} = \sqrt{x} \therefore$

مثال ۱۱: $25 = \sqrt{x} + \sqrt{25-x}$ قیمت x کی دریافت کرو

$25 = \sqrt{x} + \sqrt{25-x}$

یعنی $25 = \sqrt{x} + \sqrt{25-x}$

یعنی . = ب - ۲ ب - ۲ ل + ۲ ب + ۲

یعنی ۲ ب - ۲ ل = ب - ۲ ب + ۲

$$(ب - ۲) =$$

$$۲(ب - ۲) = ۲$$

$$\frac{۲}{ب}$$

مثال ۲۳ = ۵ - ۲ + ۲ + ۲ = ۶ قیمت لاکہ دریافت کرو

طرفین مساوات کا مجزور کر تو لا ۵ - ۲ + ۲ + ۲ = ۶ قیمت لاکہ دریافت کرو

$$۲ - ۲ - ۳۶ = ۲۵ - ۲ + ۲ + ۲$$

$$۲ - ۳۶ =$$

$$۲ - ۱۷ = ۳۵ - ۲ + ۲ + ۲$$

$$۲ + ۲ - ۲۸۹ = ۳۵ - ۲ + ۲ + ۲$$

$$۳۵ + ۲۵۹ = ۲ + ۲ + ۲$$

$$۳۲۴ = ۲ + ۲ + ۲$$

$$۹ = \frac{۳۲۴}{۳۶} = ۲$$

مثال ۲۴ = ۲ + ۲ + ۲ = ۲ قیمت لاکہ دریافت کرو

$$۲ + ۲ = ۲ - (ب + ل) - (ب + ل) + (ب + ل) + (ب + ل)$$

کے مجزور کرنے سے یعنی ۲ = (ب + ل) + (ب + ل) + (ب + ل) + (ب + ل)

$$۲ - ۲ + ۲ =$$

$$۲ - ۲ + ۲ = (ب + ل)$$

$$۲ + ۲ - ۲ =$$

$$۲ + ۲ = ۲ + (ب - ۲) + (ب - ۲) + (ب - ۲)$$

$$(ب - ۲) = ۲ + ۲ + ۲$$

$$(ب - ۲) = ۲ + ۲ + ۲$$

$$\frac{(ب - ۲)}{۲} = ۲$$

مثال ۲۵ $\frac{۳۸ + \pi n}{۶ + \pi n} = \frac{۲۸ + \pi n}{۴ + \pi n}$ قیمت لاکه دریافت کرد

یعنی $(۴ + \pi n)(۳۸ + \pi n) = (۶ + \pi n)(۲۸ + \pi n)$

یعنی $۱۵۲ + \pi n ۴۲ + n^2 = ۱۶۸ + \pi n ۳۴ + n^2$

$۱۶۸ - ۱۵۲ = \pi n ۴۲ - \pi n ۳۴$

$۱۶ - = \pi n ۸ -$

$۲ = \pi n$

مثال ۲۶ $\frac{۱۵}{(n+5)n} = \frac{n}{\pi n + (n+5)}$ قیمت لاکه دریافت کرد

$\therefore ۱۵ = [(n+5)n] \frac{n}{\pi n + (n+5)}$

یعنی $۱۵ = (n+5)n \cdot \frac{n}{\pi n + n + 5}$

$\therefore n - 5 - ۱۵ = (n+5)n \cdot \pi n$

$n - ۱۰ =$

$n + n\pi - ۱۰۰ = (n+5)n$

$n ۲۰ - ۱۰۰ = n ۵ \therefore$

$۱۰۰ = n ۲۵ \therefore$

$n = \frac{۱۰۰}{۲۵} = n \therefore$

مثال ۲۷ $\frac{۱ - \sqrt{1-x^2}}{۲} + ۱ = \frac{۱ - \sqrt{1-x^2}}{۱ + \sqrt{1-x^2}}$ قیمت لاکه دریافت کرد

چونکه $۱ - \sqrt{1-x^2} = \frac{۱ - \sqrt{1-x^2}}{۱ + \sqrt{1-x^2}} \therefore (۱ - \sqrt{1-x^2})(۱ + \sqrt{1-x^2}) = ۱ - \sqrt{1-x^2}$

$\therefore \frac{۱ - \sqrt{1-x^2}}{۲} + ۱ = ۱ - \sqrt{1-x^2}$

یعنی $۱ - \sqrt{1-x^2} + ۲ = ۲ - \sqrt{1-x^2}$

$۳ = \sqrt{1-x^2}$

$۹ = ۱ - x^2$

$\therefore x = \frac{9}{1} = ۹$

مثال

ب = $\frac{(a-1)\sqrt{a} + (a+1)\sqrt{a}}{(a-1)\sqrt{a} - (a+1)\sqrt{a}}$
 مساوات کی دائیں طرف کے شہادتہ اور سب ناکو $(a-1)\sqrt{a} + (a+1)\sqrt{a}$ میں ضرب دو

$$ب = \frac{(a-1)\sqrt{a} + (a+1)\sqrt{a}}{(a-1)\sqrt{a} - (a+1)\sqrt{a}}$$

$$ب = \frac{(a-1)\sqrt{a} + (a+1)\sqrt{a}}{a^2}$$
 یعنی

$$ب = \frac{(a-1)\sqrt{a} + (a+1)\sqrt{a}}{a^2}$$

$$ب = \frac{(a-1)\sqrt{a}}{a^2}$$

طرفین مساوات کے مجذور کرنے سے یہ حاصل ہوتا ہے کہ

$$a - 1 = ب^2$$

$$ب^2 = a - 1$$

لہٰذا یہ مساوات کو تقسیم کرو

$$ب^2 = (ا + ب)$$

$$\frac{ب^2}{ا + ب} = 1$$

تنبیہ اگر ا و ب وح و د چار مقدارین ہوں اور $\frac{ا}{ب} = \frac{ب}{د}$ تو

$$\frac{ا + ب}{ا - ب} = \frac{د + ح}{د - ح} \text{ اور } \frac{ا - ب}{ا + ب} = \frac{د - ح}{د + ح} \text{ ثبوت اسکا یہ ہے}$$

$$\frac{ا}{ب} = \frac{ب}{د} = \frac{ح}{د}$$

$$\frac{ا + ب}{د} = \frac{ا + ب}{د} = 1 + \frac{ا}{د} \text{ یا } 1 + \frac{ب}{د}$$

$$\frac{ا - ب}{د} = \frac{ا - ب}{د} = 1 - \frac{ا}{د} \text{ یا } 1 - \frac{ب}{د}$$

$$\frac{ا + ب}{د} \div \frac{ا - ب}{د} = \frac{ا + ب}{ا - ب}$$

$$\frac{د + ح}{د - ح} = \frac{ا + ب}{ا - ب}$$

$$\frac{د + ح}{د} \div \frac{د - ح}{د} = \frac{ا + ب}{ا - ب}$$

$$r = (\sqrt{5})_h - (r + \sqrt{5})_h \quad (15)$$

$$\frac{\sqrt{5}}{r} = \frac{r-1}{r} + (18) \quad (14)$$

$$\sqrt{5}r = (r-1) + (r+1) \quad (19)$$

$$\frac{r}{(r-1)} = (9-\sqrt{5})_h + \sqrt{5}(r) \quad (21)$$

$$r = \left[\frac{(r-1)}{(r-1)} + 5 \right]_h \quad (22)$$

$$\frac{r}{r+1} = \frac{r-1}{r+1} + \sqrt{5} \quad (23)$$

$$\frac{1-\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}} = \frac{1-r}{1+r} \quad (24)$$

$$n = \frac{r-\sqrt{5}-1}{r-\sqrt{5}+1} \quad (25)$$

$$n = \frac{r-\sqrt{5}-1}{r-\sqrt{5}+1} \quad (26)$$

$$\frac{r}{r} = \frac{r}{r} + \frac{r}{r} \quad (27)$$

$$\frac{r}{r} = \frac{r}{r} + \frac{r}{r} \quad (28)$$

$$\frac{r}{r} = \frac{r}{r} + \frac{r}{r} \quad (29)$$

$$\frac{r}{r} = \frac{r}{r} + \frac{r}{r} \quad (30)$$

$$\frac{r}{r} = \frac{r}{r} + \frac{r}{r} \quad (31)$$

$$\frac{r}{r} = \frac{r}{r} + \frac{r}{r} \quad (32)$$

$$\frac{r}{r} = \frac{r}{r} + \frac{r}{r} \quad (33)$$

$$\frac{r}{r} = \frac{r}{r} + \frac{r}{r} \quad (34)$$

$$\frac{r}{r} = \frac{r}{r} + \frac{r}{r} \quad (35)$$

$$\frac{r}{r} = \frac{r}{r} + \frac{r}{r} \quad (36)$$

$$\frac{r}{r} = \frac{r}{r} + \frac{r}{r} \quad (37)$$

$$\frac{r}{r} = \frac{r}{r} + \frac{r}{r} \quad (38)$$

سوالات

(۱۰۵) منہ مسائل کے حل کر نیے قاعدے بیان کیے ہیں لیکن اوں سوالات کے حل کر نہیں کہ جنہی واقعین پیدا ہوتی ہیں اوں قاعدوں کے کوئی ہدایت اور اعانت خود مسائل کے بنانے میں نہیں ہوتی ہر سوال کا طریقہ استدلال صورت جبر میں لکھا جا رہا ہے نقطہ شق اور تجربہ سے اس بات کا کلیہ حاصل ہو جائیگا کہ ہر سوال کو جہٹ پٹ جبر تھا لہ کی صورت میں لے آئے ہیں طالب علم کو چاہئے کہ جب کوئی سوال حل کرے تو اس کے ساتھ ساتھ

تو اسکو نہایت غور اور غوض سے پڑھے اور اس بات کو خوب سمجھے کہ کیا اس سوال میں معلوم ہے
اور کیا معلوم اور تحقیق کرنا ہے پس جس چیز کا دریافت کرنا مقصود ہو اسکو لا سے تعبیر کرو اور
پھر بشرط سوال کو زبان جبریہ میں بیان کرو اور جہاں مقدار چھوٹی ہے وہاں اسکی جگہ لا لکھو
اس طرح ایک مساوات بن جائیگی جسے قیمت معین ہو جائیگی اور جب لا کی قیمت معین ہو جائیگی تو سوال
بھی حل ہو جائیگا سب سے زیادہ عمدہ نصیحت اور ہدایت طالب علم کے واسطے سوالات کے حل کرنا یہی
ہی ہے

امثلہ نمبری ۴۶ سوالات حل کئے ہوئے

سوال ۱ ایک عدد ایسا دریافت کرو کہ اگر اسکو ۶ میں ضرب دین اور حاصل ضرب پر ۱۲ زیادہ کریں
تو ۶ حاصل ہوں

فرض کرو کہ لا عدد مطلوب کو تعبیر کرتا ہے اسکو ۶ میں ضرب دین اور ۱۲ زیادہ کریں تو ۶ حاصل ہوگا

$$\begin{aligned} 6 &= 12 + لا \\ 6 - 12 &= لا \\ -6 &= لا \end{aligned}$$

سوال ۲ اپنے روپیہ کی چوتھائی اور ساتواں حصہ جب میں خرچ کر چکا تو ۱۰ روپیہ باقی رہے
تو تباؤ اول میرے پاس کتنے روپیہ تھے

فرض کرو کہ لا تعداد روپیوں کی جو میرے پاس تھی تو $\frac{1}{4} لا + \frac{1}{7} لا$ روپیہ ہوگا جو خرچ کیا
۱۰ - $(\frac{1}{4} لا + \frac{1}{7} لا)$ اس روپیہ کو تعبیر کرتا ہے جو میرے پاس باقی

اور بموجب شرط سوال کے $10 = (\frac{1}{4} لا + \frac{1}{7} لا)$

اسے معلوم ہوتا ہے کہ لا = ۲۸ روپیہ

سوال ۳ ایک شخص ۷۰ روپیہ تین آدمیوں میں اس طرح تقسیم کرے کہ ہر ایک کے لئے چھوڑا

کہ اول آدمی کو دو چاند دوسرے آدمی سے اور دوسرے آدمی کو دو چاند تیسرے آدمی سے ملے
تو تباؤ ہر ایک کو کیا ملنا چاہئے

فرض کرو کہ لا = تعداد روپیہ کی جو تیسرے آدمی کے حصہ میں ہے
تو لا = ۲ = دوسرے
لا = ۴ = اول

بوجب شرط سوال کے لا + لا ۲ + لا ۴ = لا ۱۰۰
یعنی لا = لا ۱۰۰
لا = لا ۱۰۰

اسے معلوم ہوا کہ ۴۰۰ روپیہ و ۲۰۰ روپیہ و ۱۰۰ روپیہ حصوں میں آئے

سوال ۴ زید اور بکر نے برابر روپیہ ملا کر تجارت شروع کی زید کو ۱۲۶ روپیہ نفع حاصل ہوا
اور بکر کو ۸ روپیہ کا نقصان اور اب زید کے پاس روپیہ بکر کے روپیہ سے دو چاند ہو گیا
تو تباؤ ہر ایک نے کتنے روپیہ سے تجارت شروع کی تھی

فرض کرو کہ لا دس روپیہ کی تعداد کو تعبیر کرتا ہے جو ہر ایک نے تجارت میں لگایا
تو بوجب شرط سوال کے لا + ۱۲۶ = ۲ (لا - ۸)

اسے معلوم ہوتا ہے کہ لا = ۳۰۰ روپیہ

سوال ۵ ہم کو ایسے دو حصوں میں تقسیم کرو کہ ایک حصہ دوسرے حصہ سے بقدر ۱۳ کے زیادہ ہو

فرض کرو کہ لا ایک حصہ کو تعبیر کرتا ہے تو لا + ۱۳ دوسرے حصہ کو تعبیر کرے گا

تو بوجب شرط سوال کے لا + (لا + ۱۳) = ۳۰

اسے معلوم ہوا کہ لا = ۱ اور لا + ۱۳ = ۲۱

سوال ۶ وہ اعداد دریافت کرو جن کا حاصل ضرب ۱۱ ہو اور اگر ان کے مجموعہ پر ۱۵ زیادہ کریں

تو ۳۴ حاصل ہوں

فرض کرو کہ لا = چھوٹے عدد کے

تو لا + ۱۰ = بڑے عدد کے

بوجب شرط سوال کے لا + لا + ۱۰ + ۱۰ = لا ۴۳

لا ۱۸ = لا ۲

لا ۹ = لا ۱

عرو رب کی بجائے

فرض کرو کہ لا = بوتلون کی تعداد مطلوب

۱۴ لا = بوتلون کی قیمت کے آفون میں

اور لا + ۲۰ + ۳۶ یعنی لا + ۵۶ = کل بوتلون کی تعداد کی جو مرکب عروق کی سنن

بوجب شرط سوال کے $۲۰ \times ۹ + ۱۱ \times ۳۶ + ۱۴ لا = ۱۲ (لا + ۵۶)$ کے
یعنی $۸۲ = ۹۶ لا = ۲۸$ بوتل کے

سوال ۱ ایک جھلی بکری گئی اوسکی دُم کا وزن ۹ سیر تھا اور اوسکے سر کا وزن برابر
اوسکے آدھی دھڑ اور دُم کے تھا اور اوسکے دھڑ کا وزن برابر دُم اور سر کے وزن کے تھا تو
جھلی کا وزن دریافت کرو

فرض کرو کہ لا = جھلی کے وزن کے سیروں کی

تو $\frac{لا}{۲} + ۹$ یعنی لا + ۹ = جھلی کے سر کے سیروں کے

تو بوجب شرط سوال کے $۲ لا = ۹ + ۹ + لا$

∴ لا = ۱۸

∴ وزن جھلی کا = $(۲۷ + ۱۸ + ۹)$ سیر = ۵۴ سیر

سوال ۱۱ ایک ظرف ایک سو رنخ سے پُر ہوتا ہے اور ایک سو رنخ سے خالی ہوتا ہے

پس اگر ایک سو رنخ سے ۲۰ منٹ میں پُر ہو اور دوسرے سو رنخ سے ۵۰ منٹ میں خالی ہو اور

اول وہ پورا لبالب بہا ہو تب تو کتنی دیر وہ سو رنخوں کے کہلا رکھنے پر وہ خالی ہو جائیگا

فرض کرو کہ لا = تعداد منٹوں کی

ظرف کو اسے تعبیر کرو

تو لا منٹ میں اول سو رنخ سے $\frac{لا}{۵۰}$ حصہ ظرف کا پُر ہوگا

بوجب شرط سوال کے $\frac{لا}{۵۰} - \frac{لا}{۲۰} = ۱$ منٹ
∴ لا = ۶۰ منٹ

سوال ۱۲ ایک شخص نے آٹے ان اشخاص میں تقسیم کئے کچھ آدمیوں میں سے ہر ایک کو پونے ۱۲ اور باقی میں سے ہر ایک کو سوا آنہ تو بتاؤ کتنے کتنے آدمی ہر ایک قسم پانچواں تھے

فرض کرو کہ لا تعداد اون آدمیوں کی جنہوں نے ۹ پائی پائی

توں - لا = // // // ۵ پائی //

تو بموجب شرط سوال کے ۹ لا + ۱۵ (ن - لا) = ۱۲ ع

یعنی ۹ لا + ۱۵ ن - ۱۵ لا = ۱۲ ع

۹ لا - ۱۵ ن = ۱۲ ع

۹ لا - ۱۵ ن = ۱۲ ع

ن - لا = ن - ۱۵ ن = ۱۲ ع - ۱۲ ع = ۱۲ ع - ۱۲ ع = ۱۲ ع

سوال ۱۳ ایک کسان نے کچھ زمین زمیندار سے لی اور زر لگان میں ۱۲ روپیہ نقد اور کچھ اناج

دینے کا وعدہ کیا جب ۱۰ من اناج بکٹا تو اوسکو ۱۰ روپیہ بیکہ زر لگان پٹا اور جب اناج ۱۳ روپیہ

من بکٹا تو ۱۳ روپیہ بیکہ زر لگان پٹا تو بتاؤ کتنے کتنے من اناج دینے کا وعدہ اوسنے کیا تھا

فرض کرو کہ لا = تعداد منوں کی

۲۰ + ۱۰ لا = زر لگان کے آنوں کے جو اول سال میں اوسنے دیے

۲۰ + ۱۰ لا = ۲۰ + ۱۰ لا = ۲۰ + ۱۰ لا

۲۰ + ۱۳ لا = زر لگان کے آنوں کی جو دوسرے سال میں اوسنے دیے

۲۰ + ۱۳ لا = ۲۰ + ۱۳ لا = ۲۰ + ۱۳ لا

۲۰ + ۱۳ لا = ۲۰ + ۱۳ لا = ۲۰ + ۱۳ لا

اسے معلوم ہوا کہ لا = ۱۲۰

سوال ۱۴ ایک شخص نے ۹ روپیہ کی بہترین خریدینے اور نین سے اتفاقا کہوئی گسین

اور باقی میں سے ۱/۲ بہترین اصل قیمت پر ۲ روپیہ کو فروخت ہوئیں تو بتاؤ اوس

شخص پائیں اول بہترین کتنی تھیں

۱۷۷
فرض کرو کہ لا = تعداد بیٹروں کی جواول اوس شخص کے پاس ہیں

$$\frac{92}{لا} = \text{بیٹروں کی اصل قیمت کی روپوں کی}$$

لا = ۷ = بیٹروں کی تعداد کی جو بعد بیٹروں کے جاتی رہے کریں

$$\therefore \frac{لا}{۷} = \text{تعداد بیٹروں کی جواو سننے ۲۰ روپیہ کو یحییٰ}$$

لیکن قیمت ہر بیٹروں کی = تعداد بیٹروں فروخت شدہ = ۲۰ روپیہ

$$\therefore \frac{92}{لا} \times \frac{لا}{۷} = ۲۰ \text{ اسے معلوم ہوا کہ لا = ۴۷}$$

سوال ۱۵ ایک قاصد نے ایک مقام پر پہنچ کر وہاں سے ہر دو گھنٹہ میں ۳۴ میل چلنا شروع کیا
۱۲ گھنٹہ کے بعد ایک اور قاصد اوسی مقام پر پہنچا اور وہاں سے ۲۶ میل تین گھنٹہ میں
چلنا شروع کیا تو بتاؤ کتنی دیر میں اور کتنی دور دوسرا قاصد پہلے قاصد کو کھڑے لگا
فرض کرو کہ لا = تعداد گھنٹوں کی

اب $\frac{لا}{۷}$ اور $\frac{لا}{۳۴}$ پہلے اور دوسرے قاصد کی رفتار فی گھنٹہ ہے

اول قاصد لا گھنٹہ میں $\frac{لا}{۷}$ لا میل چلا

اور دوسرا قاصد لا گھنٹہ میں $\frac{لا}{۳۴}$ لا میل چلا

$$\therefore \text{بموجب شرط سوال کے } \frac{لا}{۷} = \frac{لا}{۳۴} + \frac{لا}{۱۲} \times \frac{لا}{۳۴}$$

اسے معلوم ہوا کہ لا = ۳۶ گھنٹہ

$$\text{اور } \frac{۳۶}{۷} \times \frac{۳۶}{۳۴} = ۱۲ \times \frac{۳۶}{۳۴} = ۱۲ \text{ میل چلنے کے بعد}$$

سوال ۱۶ ایک خرگوش شکاری کتے سے ۵۰ ذقند آگے تھا اور جتنی دیر میں وہ

۴ ذقند لگاتا ہے شکاری کتا ۳ ذقند مارتا ہے لیکن شکاری کتے کی ۲ ذقند = خرگوش کی

۳ ذقند کی تو بتاؤ شکاری کتا کتنی ذقندوں میں خرگوش کو کھڑے لگا

فرض کرو کہ لا = شکاری کتے کے ذقندوں کی تعداد کے

$\frac{لا}{۳} = \text{خرگوش کی ذقندوں کی تعداد کے}$

لیکن اس سب سے کہ ۲ شکاری کتے کی ذقند = ۱۷۸ خرگوش کی ۳ ذقندوں کی

اس واسطے کہ = ۳۳
اور بموجب شرط سوال کے ان ذقندوں کی تعداد خرگوش کی ذقندوں کی تعداد
۳۳ سے بقدر ۵۰ کے زیادہ ہوں

∴ ۳۳ - ۳۳ = ۵۰ اسے معلوم ہوا کہ ل = ۳۰۰
سوال ۱۱: زیادہ اور بکر کی آمدنی برابر زیادہ پانی آمدنی کا ۱/۲ حصہ بچاتا ہے اور بکر بچانے
زیادہ سے زیادہ خرچ رکھنے سے ۴ برس میں ۱۰۰ روپیہ کا قرضدار ہوتا ہے تو تباؤ اوٹنی
آمدنی کیا ہے

فرض کرو کہ لا آمدنی کے روپیوں کی تعداد کو تعبیر کرتا ہے
تو ۱/۲ ل = ۴ سال کی بچت کو تعبیر کریگا
∴ ۱/۲ ل - ۵۰ × ۴ = ۱۰۰ بکر کے اوس روپیہ کو تعبیر کرتا ہے جو اوس پاس ۴ سال کے
اور بموجب شرط سوال کے بکر ۱۰۰ روپیہ کا قرضدار ہے یعنی منفی ۱۰۰ روپیہ ہے
∴ ۱/۲ ل - ۲۰۰ = ۱۰۰

اسے معلوم ہوا کہ ل = ۱۲۵ روپیہ
سوال ۱۲: ۱۳ اور ۱۴ بجائے درمیان کس وقت گھنٹہ اور منٹ کی سوئیاں منطبق ہوں گی
اگر کس وقت آپس میں ایک دوسرے کے مقابل ہوں گی اور کس وقت ایک دوسرے پر
عمود ہوں گی

فرض کرو کہ ل = تعداد اون منٹوں کی ہے جو گھنٹہ کی سوئی نے طے کی
تو ۱۲ ل = تعداد اون منٹوں کی ہوگی جو منٹ کی سوئی نے طے کی
ل + ۱۵ = تعداد اون منٹوں کی ہوگی جو منٹ کی سوئی نے اوس حالت میں طے کی کہ
دونوں سوئیاں منطبق ہوں

لا + ۱۵ = ۳۲ = تعداد منٹوں کی ہوگی جو منٹ کی سوئی نے اس حالت میں طے کی کہ دونوں سوئیوں کا مقابل ہو گیا
 (لا + ۱۵) ± ۱۵ = تعداد منٹوں کی ہوگی جو منٹ کی سوئی نے اس حالت میں طے کی کہ دونوں سوئیوں کا عموماً ہر
 اس وقت اول حالت میں لا + ۱۵ = ۱۲ لا

یعنی لا = ۱۲

اسے معلوم ہوا کہ جب دونوں سوئیوں کا کل منطبق ہو میں اس وقت ۱۲ منٹ ۱۲ گزرتی ہوگی

دوم لا + ۱۵ = ۳۰ لا

یعنی لا = ۱۵

اس وقت ۳ بجے پر ۱۲ بجے منٹ بعد سوئیوں ایک دوسرے کے مقابل ہو گئیں

سوم لا + ۱۵ = ۱۲ لا

یعنی لا = ۲ یا ۰

اس وقت سوئیوں ایک دوسرے پر عموماً تین بجے ہو گئیں یا ۳ منٹ بعد تین بجے کے
 سوال ۱۹ ایک شہر ڈوور کی کلاس کو چلی ہوا موافق تھی اس کے کلاس میں دو گھنٹہ
 کے اندر پہنچ گئی اور مراجعت کے وقت ہوا مخالف تھی اس کے ۶ میل فی گھنٹہ جاتی
 نسبت سے آئینہ کم چلی آدھی دور چل چکی تھی کہ ہوا کا رخ بدلا اور اس کے ۳ میل
 زیادہ فی گھنٹہ چلنے لگی اگر ہوا کا رخ نہ بدلتا تو جتنی دیر میں وہ ڈوور میں پہنچتی
 اس عرصہ کے ۱/۲ حصہ کے برابر دیر میں وہ ڈوور میں پہنچتی تو اس کی چلنے
 کی رفتار میں اور فاصلہ ڈوور اور کلاس کا دریافت کرو

فرض کرو کہ لا = فاصلہ کے سیلوں کی تعداد کے

∴ لا = تعداد سیلوں کی جو ہوا کے موافق ہوئی حالت میں فی گھنٹہ وہ چلی

∴ لا = ۶ = ہوا کے مخالف ہونے حالت میں کلاس سے چلی

∴ لا = ۴ = اس وقت کے جہیز وہ آدھی دور چلی

۱۰ = اوسوقت کی جسمین وہ باقی آدمی دور چلی

۱۰ = اوسوقت کی جسمین ہوا کرن نہ بدلتی پر وہ کشتی پہونچتی

تو موجب شرط سوال کے

$$\frac{10}{4} \cdot \frac{4}{2} = \frac{10}{2} + \frac{10}{4}$$

اسے معلوم ہوا کہ ل = ۳۲ میل

اور چلنے کی چالین ۱۱ اور ۵ اور ۷ میل ہیں

سوال باب کی عمر بیٹے کی عمر سے دو چند تھی لیکن اب اس بعد باب کی عمر بیٹے کی عمر سے

تو تباؤ ہر ایک کی کیا عمر

فرض کرو کہ ل = بیٹے کی عمر کی برسوں کے

تو ل = باب کے

تو موجب شرط سوال کے

$$10 + 10 = 3(10 + 10)$$

$$10 + 10 = 3(10 + 10)$$

یہ نتیجہ ابتدائی نظریں باطل معلوم ہوتا ہے اور اسے معلوم ہوتا ہے کہ زمانہ آئندہ میں جس سے
بیٹے باب کی عمر بیٹے کی عمر سے دو چند نہیں ہوگی لیکن اگر بیٹے کے ل = ۱۰ مساوات
میں رکھیں تو یہ حاصل ہوگا کہ

$$10 + 10 = 3(10 + 10)$$

$$10 + 10 = 3(10 + 10)$$

$$10 + 10 = 3(10 + 10)$$

اس مساوات سے اس سوال کی شرط پوری ہوتی ہے کہ

ایک باب کی عمر بیٹے کی عمر سے دو چند تھی اور دس برس پہلے باب کی عمر بیٹے کی عمر سے

۱۸۱
سہ چند تھی تو ہر ایک کی عمر دریافت کرو
اس سوال میں لا = ۲۰ برس اور لا = ۴۰ برس کی حامل ہوتا ہے اسے اس سوال پر
سوال ۲ اور ب فکر ایک کام کوم دونوں میں اور لا اور س ملکر لا دونوں اور ب اور س
ملکر لا دونوں میں بنا تین تو بنا و سب ملکر کتنے دنوں میں اور علیہ علیہ کتنے کتنے دنوں
کے کام کو تبدیل کرو

اور فرض کرو کہ $\frac{1}{2}$ = تعداد دونوں کی حسین اور ب اور س کام کر گئے

ایک دن کے کام اور اورس کے اور

اورپ

اللہ = اور اس کے //

بہاؤرسہ کے

پس کے کے

.....

.....

.....

(۱) لکھنؤ کے ...

$$1 = \frac{1}{\epsilon} - \frac{1}{\theta} - \frac{1}{\mu} - \frac{1}{\nu}$$
$$r = \left[\frac{1}{e} + \frac{1}{d} + \frac{1}{f} \right] \mu \therefore$$
$$\frac{2m}{m+n} = \frac{2}{1+\frac{n}{m}}$$

یہ بات آسانی سے ثابت ہو سکتی ہے کہ $\frac{2m}{m+2n} < \frac{m}{m+n}$ دنوں میں

بکام کو $\frac{2m}{m+n} \times \frac{m}{m+n}$ دنوں

مس کام کو م ن + م ن ع ن ع د فوہ میں

امثلہ نمبری ۱۷۶ سوالات مشق کے واسطے

- (۱) وہ کونسا عدد ہے کہ جسکی تہائی پراوسکی چوتھائی اگر زیادہ کریں تو ۲۱ حاصل ہو
- (۲) وہ کونسا عدد ہے جسپر زیادہ کر کے $\frac{1}{2}$ حصہ لین تو ۶۶ حاصل ہوں
- (۳) ایک باغ میں پندرہ درخت ناشپاتی کے اور سچے درخت سیب کے اور ۲۶ درخت اور مختلف قسم تو بتاؤ اوس باغ میں کتنے درخت ہیں
- (۴) وہ عدد دریافت کرو کہ جسکی چوتھائی ساتوں حصہ سے بقدر ۳ کے زیادہ ہو
- (۵) ایسا عدد دریافت کرو کہ اگر اوس میں سے ۶ تفریق کریں اور حاصل تفریق کو ۶ میں ضرب دیں اور حاصل ضرب ۶ زیادہ کریں اور حاصل جمع کو ۳ پر تقسیم کریں تو وہ عدد مطلوب حاصل ہو
- (۶) وہ دو عدد دریافت کرو جنکا حاصل تفریق ۱۲ اور حاصل جمع ۴۸ ہو
- (۷) وہ دو عدد بتلاؤ کہ جنکا مجموعہ ۲۰ ہے اور اگر بڑے عدد کو چھوٹے عدد پر تقسیم کریں تو ۳ باقی رہے
- (۸) ۱۲۸ روپیہ کو تین آدمیوں میں اس طرح تقسیم کرو کہ اول کو چھپہ روپیہ دوسرے سے اور تیسرے سے دوسرا اور اول کے روپیوں کی ایک تہائی ملے
- (۹) ایک بلی کا $\frac{1}{2}$ حصہ زمین میں اور $\frac{1}{3}$ حصہ پانی میں ہے اور $\frac{1}{4}$ فیٹ پانی سے باہر کے طول اوس بلی کا دریافت کرو
- (۱۰) ایک شخص نے نلی بیج جتنے کو خریدا اتنے ہی کو فریم مول لیا اگر فریم کی قیمت میں ۴۴ روپیہ اور نلی بیج کی قیمت میں ۵ روپیہ دینا تو فریم کی قیمت نلی بیج کی قیمت سے آدھی ہوتی نلی بیج کی قیمت دریافت کرو
- (۱۱) ایک مکان اور باغ کی قیمت ۸۵۰ روپیہ ہے اور باغ کی قیمت = $\frac{1}{3}$ حصہ قیمت مکان ہے ہر ایک کی قیمت دریافت کرو
- (۱۲) ۵۰ کو ایسے دو حصوں میں تقسیم کرو کہ ایک حصہ کی $\frac{1}{2}$ حصہ اور دوسرے حصہ کی $\frac{1}{4}$ حصہ ملکر ۲۰ کے برابر ہوں

جھکے

۱۸۳۰ (۱۳) روسیہ کو اورب میں اس طرح تقسیم کرو کہ ایک سات گنا حصہ ب کے لئے
(۱۲) دو گڑھ یون نے ریور ہیرون کا اس طرح ابسٹیشن کر کے تقسیم کیا کہ ایک نے ۲ اور دوسرے نے
۹۴ ہیرین لین مگر ۳ روسیہ پہلے گڈریہ کو دیئے تو بتاؤ ہیر کی قیمت کیا ہے
(۱۵) ایک گہر میں پانچ بچے تھے اور انکی عمروں میں تین تین برس کا فرق تھا ایک شخص نے اس کو
سوانق انکی عمروں کی سالوں کے ایک ایک روسیہ دیا تو ۶۰ روسیہ اوسکے خرچ ہوئے تو انکی عمر کو دیکھو
(۱۶) دو آدمیوں کی عمروں میں ۱۰ برس کا تفاوت ہو اور ۱۵ برس پہلے بڑا چھوٹے سے دو گنا
عمر میں تھا تو انہوں کی عمر میں دریافت کرو

(۱۷) ایک آدمی اور اوسکی بیوی دو نو ملکر ایک پتہ پر ۱۳ دن میں پتے لیکر جب خانہ بنا کر
چلا گیا تو اکیلی بیوی نے اوس کو ۳۰ دن میں پایا تو بتاؤ کتنے دنوں میں اکیلا خانہ اوس کو پائے گا
(۱۸) ایک کام کو ۵۰ دن میں اورب کام کو ۶۰ دن میں اورس کام کو ۷۰ دن میں پورا بنانا
تو بتاؤ اوس کام کو سب ملکر کتنے دنوں میں بنائے

(۱۹) ۲۷ روسیہ ۱۵ ایک شخص نے تین آدمیوں میں تقسیم کئے کہ اول شخص کو چھ دوسرے شخص سے
اور تیسرا آدمی کو ۵ رگم بہ نسبت دوسرے کے دیئے

(۲۰) ایک جہاز ۱۰ میل فی گنٹہ چلتا تھا اوس کو ایک جہاز ۱۵ میل کے فاصلہ پر میل
فی گنٹہ چلتا ہوا نظر آیا تو بتاؤ دوسرا جہاز کتنی دور چلیگا کہ پہلا جہاز اوس سے ٹکرائیگا
(۲۱) ۱۲ بچے پرنٹ اور گنٹہ کی سوئیاں ایک دوسرے پر منطبق تھیں تو بتاؤ پہر وہ کتنی دیر
میں منطبق ہوں گے

(۲۲) ایک کالان اور والی اور ۲۶ فی والی بوتلیں ملا کر ۱۰ بوتلیں بنائیں اور ان میں ہوی بوتل
کو ۷ فی بوتل سے بتاؤ کتنی بوتلیں ہر ایک قسم کی ملائیں چلی
(۲۳) ایک فز گاڑی ۱۵ میل فی گنٹہ کی رفتار سے یاو گنٹہ کے بعد مال گاڑی سے
اور امانٹ میں اوسے مل گئی تو بتاؤ مال گاڑی کی رفتار کیا ہے

(۲۴) ۳۶ کو ایسے تین حصوں میں تقسیم کرو کہ اول کا $\frac{1}{4}$ اور دوسرے کی $\frac{1}{4}$ اور تیسری کی $\frac{1}{4}$ سب برابر ہوں
(۲۵) ایک عورت نے کچھ انڈے پیسے کے دو اور کچھ انڈے پیسے کے تین تین خریدے اور
دو پیسے کے پانچ پانچ انڈے بیچے تو اسکو ۴ پیسے کا نقصان ہوا تو بتاؤ کتنے انڈے
اوسنے خریدے

(۲۶) ایک طرف میں تین دھابن ایک دکانہ گنٹہ میں اور دوسرے دکانہ سے ۶ گنٹہ میں اور
تیسرے دکانہ سے ۱۲ گنٹہ میں رہتا ہے تو بتاؤ کتنی دیر میں طرف پر سو گا اگر تیسرے دکانہ ایک
گنٹہ تک اور باقی دکانے جب تک کہ وہ طرف بالکل پر پہنچے رہیں

(۲۷) لا اور ب ملکر ایک کام کو ۸ گنٹہ میں لا اور س ملکر ۱۲ گنٹہ میں اور ب اور س
ملکر ۶ گنٹہ میں بناتے ہیں تو بتاؤ ہر ایک علیحدہ علیحدہ کتنے دنوں میں کام کرے
(۲۸) دو آدمی ریل میں اسباب زیادہ لگائے تھے اسلئے ایک آدمی سے سزا پائی اور
دوسرے ۷ رپائی محصول اسباب کے لئے لگے اگر یہ سب بصرہ ایک آدمی کا ہوتا تو
۱۴ رپائی زیادہ اسباب کے لئے محصول لگتا اگر کچھ اسباب کی اجازت بچھول کی
لیجاتی کی نہ ہوتی تو ہر ایک پر کیا محصول لگتا

(۲۹) ایک میم صاحب ایک پنٹ پانی اور شراب کا بیٹی میں اور صاحب ۲ پنٹ شراب کے بیٹی میں
اگر صاحب میم صاحب بچہ کی شراب بیٹی ہو تو بتاؤ میم صاحب کے پنٹ میں کتنا پانی تھا
(۳۰) دو آدمی لا اور ب اشرفیان گئے بیٹھے جب ۳ اشرفیان گشتا تو ب دوسرا فرمایا
گشتا جب ۲ اشرفیان گشتا تو وہ گشتی بھول گیا اور پہرا لٹا گشتا شروع کیا جب
وہ ۱۶ اشرفیان گشتا تو کوئی اشرفی گئے کو باقی نہیں رہی تو بتاؤ اشرفیان کتنی تھیں

(۳۱) ایسا عدد دریافت کرو کہ اگر اوسکی ۷۰ حصہ پر اوسکو زیادہ کریں اوسکی ۱۰۰ حصہ
کو ایک اور عدد پر زیادہ کریں تو دونوں صورتوں حاصل جمع ایک ہی ہو

(۳۲) جان کی کشتی جوزف کی کشتی سے ہم چوڑے گئے اور جان کی کشتی جتنی ۴ چوڑی تھی
چلتی ہے اتنی جوزف کی کشتی ۳ چوڑی میں چلتی ہے لیکن سافت میں دوسری کے ۲ چوڑے برابر ہیں
پہلی کے ۳ چوڑے کے تو کتنے چوڑے ہیں جان اور جوزف کی کشتیاں ملینگی

(۳۳) ایک شخص نے مزدور کو ان شرائط کے ساتھ مزدوری پر لگایا کہ جس روز وہ کام کر لگا
۳ رپایا اور جس روز غیر حاضر رہی گا اچھ آنہ جو مانہ دیگا جب ۳۹۰ دن گزر چکے تو جرمانہ اور
مزدوری دونوں برابر تھی تو بتاؤ کتنے دنوں مزدور نے کام کیا

(۳۴) ایک شریف راہ میں بچوں سے ملا اور کچھ اوسکی جیب میں تھا وہ سب کا سب اور لڑکوں
تقسیم کر لیا ارادہ کیا لیکن اوسکی جیب میں آٹھ پیسے اور تھوڑے تین تین پیسے ہر ایک بچے کو دے
اب اوسنی دو دو پیسے ہر ایک بچے کو دیئے اور اس طرح ۶ پیسے بچے رہے تو بتاؤ کتنے بچے تھے

(۳۵) ایک شخص ۱۳۰ روپیہ چھوڑا اوسکے چار بیٹے تھے اور ۸ بیٹیاں تین چھوٹے
لڑکوں میں سے ہر ایک لڑکے کو دو چاندی کے حقیر کے حصے دینے کو وصیت کر گیا اور بڑے
لڑکے کو ایک حقیر اور ایک لڑکے کے حصے کی برابر روپیہ دینے کو کہہ گیا تو ہر ایک حصہ بناؤ کر لیا

(۳۶) ایک شخص کی عمر کا چھٹا حصہ تو بچپن میں گزرا اور ۱/۲ حصہ لڑکپن میں اور ۱/۴ واں

+ ۵ برس شباب میں اس وقت اوسکی لڑکاپیدا ہو اور اب اس کی عمر سے نصف سال
جکیر گیا اور اب چار برس تک بیٹے کے مرنے سے بچتا رہا تو بتاؤ اوسکا بیٹا کب مرا

(۳۷) ایک جوار سی اول بیٹھتے ہی ۱/۲ حصہ اپنے روپیہ کا مار گیا اور پھر دس روپیہ جیتا

اور پھر دوبارہ ۱/۲ باقی روپیہ کی مار گیا اور بعد ازاں ۳ روپیہ جیتا اور اس باقی ۴ روپیہ

مار جیت کر باقی رہے تو بتاؤ اول اس باقی کتنے روپے باقی رہے

(۳۸) ۷ اور ۸ بجے درمیان اول تیراؤ کب ہو بیان ایک دوسرے کے مقابل ہو گئیں

دوم کب ایک دوسرے پر نمود ہو گئیں سوم کب منطبق ہو گئیں

(۳۹) ایک شخص کشتی کو ایل ایل گھنٹہ میں مار رہی کر لیا اور پھر ۳ مار رہی تھا

- ۱۸۶
 (۲۰) ایک خندق کو ۱۵ گھنٹہ میں اور ۹ گھنٹہ میں اور ۵ گھنٹہ میں کھودتا ہے تو
 بتاؤ اگر اس ایک گھنٹہ کام کرے تو ب اور ۱ ملکر خندق کو کتنی دیر میں کھودے گا
 (۲۱) دو بیویاں اپنی عمروں کا ذکر کرتی ہیں ایک بیوی نے دوسری بیوی سے کہا
 کہ ہماری عمریں ملکر برابر ۹۰ برس کی ہیں اور تمہاری عمر میری عمر کے ۳ حصہ کی برابر ہے
 تو بتاؤ کتنی مدت گزری کہ میری عمر چھ تہائی عمر سے تھی
 (۲۲) دو مسافروں کا اسباب بٹھڑا ہوا تھا اور انکو بچہ نہائی اوس بچہ کی جو شخص کو
 بے محصول لجانہ کی اجازت ہے ۵ شلنگ نہیں اور ۹ شلنگ کیس دیکھنے کے اگر یہ سارا
 اسباب ایک شخص کا ہوتا تو اوسکو ۹ شلنگ کیس دینے پڑتے تو بتاؤ کتنے اسباب کے بے محصول
 لجانہ کی اجازت ہے
 (۲۳) ایک آدمی ۵ میل اور دوسرا ۶ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چلتا ہے اور وہ دو جگہ
 چلیں اور ان دو جگہوں میں ۲۲ میل کا فاصلہ ہے ایک فاصلے طے کرنے کے بعد بتاؤ اگر وہ اسی جگہ پر
 آمد و رفت جاری کریں دوسری ملاقات کہاں اور کتنی دیر میں ہوگی
 (۲۴) ایک کسان کے پاس کچھ ٹیٹیاں ہیں ایک خاص قطعہ زمین کا احاطہ اوس پر کیا اور
 انکو ایک ایک فٹ کے فاصلے سے لگایا تو ۸۰ ٹیٹوں کی کمی پڑی اور جب ایک ایک فٹ
 کے فاصلے سے لگایا تو ۵۰ ٹیٹیاں بچ رہیں تو بتاؤ کتنی ٹیٹیاں اوس پاس تھیں
 (۲۵) ایک خندق کو ۱۵ گھنٹہ میں ب سے کھود لیتا ہے اور ۹ گھنٹہ میں ب سے کھود لیتا ہے اور ۵ گھنٹہ میں
 ب سے کھود لیتا ہے اور وہ سب ملکر ۶ دن میں اوس خندق کو کھودتے ہیں تو بتاؤ ہر ایک
 علیحدہ علیحدہ کتنے دنوں میں اسے کھودے گا
 (۲۶) ایک شخص محتاج خانہ کا چندہ اور انکم ٹیکس پائی فی روپیہ دے دلا کر ۴۰ روپے
 ۸ روپے کی آمدنی رکھتا ہے بتاؤ فی روپیہ محتاج خانہ کا چندہ کیا دیتا تھا

(۴۷) اگر کوئی چار حصوں میں تقسیم کر دے کہ اگر اول حصہ پرن زیادہ کریں اور دوسرے
 حصہ سے ان فرق کریں اور تیسرے حصہ کو پرن ضرب دیں اور چوتھے حصہ کو پرن تقسیم کریں
 تو سب حاصل آپس میں برابر ہوں اگر $1 = 90$ اور $2 = 3$ کے تو بتاؤ کیا حاصل ہونگے
 (۴۸) ایک شکاری کتے نے اپنی ۶۰ ذقذ آگے خرگوش کو دیکھا اوس دیکھ کر پیچھے لپکا
 اور خرگوش جتنی دیر میں ۵ ذقذ پھرتا تھا پہلے کتا ۴ ذقذ پھرتا تھا میکان خرگوش ۴ ذقذ پھرتا
 جتنی زمین طے کرتا ہے اتنی کتا ۳ ذقذ پھرتا تھا تو بتاؤ کتنی ذقذوں میں کتا اور خرگوش ملے
 (۴۹) ایک سپاہی صفت ۴ صفوں میں استیادہ تھا اور اس کے سامنے کی صف میں چھٹا ہی
 سپاہی نسبت تماشا یوں کے تھے اگر اب سپاہ کی ۵ صفیں بنائیں اور تماشا ہی ہی ان صفوں میں
 کر دے جائیں تو سامنے کی صف میں ۱۰ سپاہی نسبت سب کے کم ہو جائیں تو بتاؤ کہ کل سپاہی کتنے تھے
 (۵۰) اگر ایک کام کو ۲ دنوں میں اور ۱ دنوں میں اور ۱ اور ۱ اور ۱ م + ۱ دنوں
 ایک کام بنائے ہیں تو بتاؤ کتنے دنوں میں ۱ اور ۱ اور ۱ ملکر کام بنائیں گے
 (۵۱) دو قاصد ۱ اور ۱ تہ وہ دو شہروں سے چلے اور ان شہروں میں میل کا فاصلہ تھا
 ایک پہلے ۱ اور ۱ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چلے تو بتاؤ دوسرا قاصد پہلے قاصد کے کب ملے گا اور
 (۱) م = ۲۰ میل ۱ = ۱۲ میل ب = ۸ میل
 (۱) م = ۲۰ میل ۱ = ۸ میل ب = ۱۲ میل
 (۳) م = ۲۰ میل ۱ = ۱۲ میل ب = ۱۴ میل
 تو بتاؤ کیا نتیجے نکلیں گے
 ۵۲ اگر آدمی اور ب لڑکے م بیگہ زمین کون دنوں میں تیار کرتے ہوں تو بتاؤ
 کتنے لڑکے لڑکیں کہ (۱ س) آدمی (م + ن) بیگہوں کو (ن س) دنوں میں
 اوس زمین کو تیار کریں گے

ہمارا مسوا تین

(۱۰۶) ایک جو ہم نے مثالیں حل کیں ان میں سے ہر ایک مثال میں فقط ایک سوا حل کر لی گئی
اور ایک مقدار مجہول لاکھ قیمت اور مساوات سے معین کرنی پڑتی تھی اور ہر مساوات کی صورت
آخر کو لے کر بعض مقدار معلوم کے بنادیتے تھے اور اس طرح قیمت لاکھ دریافت کر لیتے تھے
اگر مساوات اس صورت کی ہو کہ $ل + ب + د = ح$ جس میں لا اور د دونوں مجہول ہیں اور ب اور ح
اور ح مقدار معلوم ہیں تو یہ ہم صاف ظاہر ہے کہ اس مساوات سے ہم قیمت لاکھ معلوم کر سکتے ہیں
کہ $د = ح - ب$ اور چونکہ ایک مقدار مجہول ہے اس لئے لاکھ بھی قیمت اب تک نامعلوم ہے لیکن اگر
ایک اور مساوات $ل + ب + د = ح$ ہو جس میں لا اور د کی قیمتیں فرض کر دیں جو پہلی مساوات میں
نہیں تو ہم اس مساوات کو اس صورت میں تبدیل کر سکتے ہیں کہ $ل = ح - ب - د$
اور چونکہ لاکھ قیمت دونوں مساواتوں میں ایک ہی فرض کی گئی ہے اس لئے ہر دو پر حاصل ہے کہ
 $ح - ب - د = ح - ب - د$

اس میں صرف ایک مقدار مجہول ہے اس لئے اس سے قیمت د کی مقدار معلوم میں دریافت ہو سکتی
اور پھر اس کی قیمت کو جو اس طرح دریافت ہوگی مساوات $ل + ب + د = ح$ اور $ل + ب + د = ح$
میں بھی ایک مساوات میں رکھنے سے لاکھ قیمت دریافت ہو جائیگی
اب چونکہ یہ دونوں مساواتیں ایک ہی وقت میں ہوتی ہیں اور سبب او ان کا ایک ہی ہوتا ہے اس لئے
اوپر مذکور ہمارے کہتے ہیں بالعموم یہ ہے کہ اگر مساواتیں دو یا زیادہ ہوں اور ان میں دو یا زیادہ مجہول
ہوں اور ایک ہی قیمت سے مقدار مجہول کی وہ مساواتیں قائم رہتی ہوں تو ایسی مساواتوں کو
ہم مساواتیں کہتے ہیں

اسے معلوم ہوا کہ اگر دو مقدار مجہول ہوں تو دو تعلق مساواتیں ہی ہونی چاہئے ان دونوں مساواتوں
میں سے بعض ترکیبوں سے ہم ایک مجہول لاکھ دور کر دیتے ہیں اور اتنی
مساوات ایسی حاصل کرتے ہیں کہ جس میں فقط ایک مقدار مجہول ہوتی ہے تین ترکیبیں ہیں جن سے
یہ مساواتیں حل ہو سکتی ہیں

اول ترکیب فرض کرو کہ دو مساواتیں $\Delta + ب = ح$ اور $\Delta + ب = ح$ کی ہوں

جہاں Δ و $ب$ و $ح$ مقدار معلومہ اور Δ اور $ب$ مقدار مجهولہ ہیں

$$(۱) \quad \Delta + ب = ح$$

$$(۲) \quad \Delta + ب = ح$$

مساوات (۱) کی ہر رقم کو Δ میں جو Δ کا سر دوسری مساوات میں ہے ضرب دو اور پھر
مساوات (۲) کی ہر رقم کو Δ میں جو Δ کا سر پہلی مساوات میں ہے ضرب دو اور ان نتیجوں کو سطح پہ

$$(۳) \quad \Delta + \Delta + ب = ح + ح$$

$$(۴) \quad \Delta + \Delta + ب = ح + ح$$

(۴) کو (۳) سے تفریق کرو تو یہ حاصل ہوگا کہ

$$\Delta - \Delta = ح - ح$$

$$\text{یعنی } (\Delta - \Delta) = ح - ح$$

$$\therefore \Delta - \Delta = ح - ح$$

نتیجہ اگر دوسری مساوات - $\Delta + ب = ح$ کی صورت ہو تو (۴) کو (۳) کے ساتھ یکجا
تفریق کرنے کے جمع کرنا چاہئے

پس مقدار معلومہ کے اندر معلوم ہو گیا اور اس قیمت Δ کو اصل مساواتوں میں سے کہ ایک
مساوات کے اندر رکھو تو قیمت Δ کی مقدار معلومین دریافت ہو جائیگی

تشبیہ مساوات (۱) میں قیمت رکھنی ہے ہم یہ حاصل کرتے ہیں

$$\Delta + ب = ح \quad \Delta + ب = ح$$

$$\text{یعنی } \Delta + \Delta = ح + ح$$

$$\text{یعنی } \Delta + \Delta = ح + ح$$

$$= \Delta + \Delta + ب = ح + ح$$

$$= \frac{ا ب ج - ا ب ج}{ا ب ج - ا ب ج}$$

$$= \frac{ا ب ج - ا ب ج}{ا ب ج - ا ب ج}$$

اسو اٹے قیمت لا کی معین ہو گئی

پس اول قاعدہ مساواتوں کے حل کر نکالیا یہ اخذ ہوا

قاعدہ اول اول مساوات کو مساوات دوم میں جو لا کا سہ ہوا سو میں ضرب دیا اور اسات دوم کو مساوات اول میں جو لا کا سہ ہوا سو میں ضرب دیا اور اس طرح جو مساواتیں حاصل ہوئیں انہیں سے اگر مساوات دوم $ا + د + ب = ح$ کی شکل ہو تو آخر مساوات کو اول میں تفریق کر اور اگر مساوات دوم کی صورت $ا + د + ب = ح$ کی ہو تو مساوات اول کے ساتھ مساوات دوم کو جمع کر دیا اور اس طرح ایک مساوات پیدا ہوگی جس میں ایک مقدار بچھول ہوگی اور باقی اور مقدار معلوم ہو جائے گی اسے قیمت $د$ کی دریافت ہو جائے گی اور یہ قیمت جو $د$ کی دریافت ہوگی اس کو معلوم مساواتوں میں سے کسی ایک مساوات میں کہہ کر قیمت لا کی دریافت ہو جائے گی

دوسری ترکیب وہی مساواتیں فرض کرو جو پہلے فرض کیں تھیں

$$\begin{cases} (۱) & ا + د + ب = ح \\ (۲) & ا + د + ب = ح \end{cases}$$

مساوات اول سے $ا + د = ح - ب$

$$ا + د = ح - ب$$

مساوات دوم سے $ا + د = ح - ب$

$$ا + د = ح - ب$$

اب لا کی قیمتوں کو آپس میں دوی لکھو

$$\frac{ا + د = ح - ب}{ا + د = ح - ب}$$

یعنی $ا + د = ح - ب$ اور $ا + د = ح - ب$

یعنی $(ا + د) = (ح - ب)$ اور $ا + د = ح - ب$

$$:: د = و - ح - ا - ب$$

قیمت لاکے اوسط طرح نکل سکتی جس طرح پہلے بیان کر گئے ہیں
اسی واسطے دوسرا قاعدہ مساواتوں کے حل کرینکا یہ مرتب ہو سکتا ہے
قاعدہ دوم مساوات اول میں جو لاکے قیمت ہو اسکو مساوات دوم کی لاکے قیمت کی جگہ پر
تو ایک مساوات نئی پیدا ہوگی جس میں صرف مقدار بھول ہوگی اور اسی قیمت کی اس طرح معلوم
ہوگی جس طرح پہلی صورت میں دریافت ہوئی تھی معلوم مساواتوں میں سے کسی ایک مساوات میں
د کے اس قیمت کے رکھنے سے لاکے قیمت معلوم ہو جائیگی
تیسری ترکیب پہلی جو مساواتیں تھیں ان میں کو فرض کرو

$$\text{اولد} + ب = د = ح \quad (1)$$

$$\text{اولد} + ب = د = ح \quad (2)$$

مساوات (1) سے موافق سابق کے $لد = ح - ب$
اب اس کی قیمت کو اسکی جگہ مساوات دوم میں لکھو تو

$$لد + ب = د = ح$$

$$:: و - ح - ا - ب = د = ح$$

$$:: (ا - ب) = د - و - ح$$

$$:: د = و - ح - ا + ب$$

قیمت لاکے اوسط طرح مستنبط ہوتی ہے جس طرح پہلے دریافت ہوئی تھی
پس تیسرا قاعدہ مساواتوں کے حل کرینکا یہ ہوا کہ

قاعدہ سوم مساوات اول سے قیمت لاکے دریافت کرو اور لاکے قیمت کو سجا اسکی
مساوات دوم میں لکھو تو ایک مساوات پیدا ہوگی جسے وہی قیمت د کی دریافت ہوگی جو پہلی
دو ترکیبوں میں معلوم ہو چکی ہے اور یہ موافق سابق کے قیمت لاکے دریافت ہوگی
امثلہ نمبر ۴۴ حل کی ہوئی

مثال ۱

قیمت لا اور کی دریافت کرو

(۱) $۳۱ = ۵۳ + لا$

(۲) $۲۲ = ۵۲ + لا$

بوجب قاعدہ اول کے

(۱) کو ۳ میں ضرب دو $۹۳ = ۵۹ + لا$

(۲) کو ۲ میں ضرب دو $۸۸ = ۵۸ + لا$

اسی طرح تفریق کرنے سے

$۵ = ۵ اور مساوات (۱) سے کم کرنا$

$لا = \frac{۵۳ - ۳۱}{۳}$

$۲ = \frac{۱۶}{۳} = \frac{۵ \times ۳ - ۳۱}{۳} =$

مثال ۲

قیمت لا اور کی دریافت کرو

(۱) $۱۹ = ۵۲ - لا$

(۲) $۳۶ = ۵۲ + لا$

بوجب قاعدہ ۲ کے

(۱) سے لا $\frac{۵۲ + ۱۹}{۵}$ اور (۲) سے لا $\frac{۵۲ - ۳۶}{۳}$

$\frac{۵۲ - ۳۶}{۳} = \frac{۵۲ + ۱۹}{۵}$

$۱۰ - ۱۸۰ = ۵۱۶ + ۷۶$

یعنی $۱۶ + ۵۱۰ = ۷۶ - ۱۸۰$

$۱۰۲ = ۵۲۶$

$۲ = \frac{۱۰۲}{۲۶} = ۵$

$۷ = \frac{۳۵}{۵} = \frac{۱۶ + ۱۹}{۵} = \frac{۵۲ + ۱۹}{۵}$

مثال ۳

لا اور کی قیمتیں دریافت کرو

(۱) $۲ = ۵۲ - \frac{۵ + لا}{۳}$

(۲) $\frac{۲۳}{۵} = ۵ + \frac{۵۲ - لا}{۵}$

مساوات (۱) سے لا $۵ - ۵ = ۶$ یعنی لا $۵ - ۶ = ۱$

(۲) سے لا $۲ - ۵ + ۵ = ۲۳$ یعنی لا $۲ + ۵ = ۲۳$

بوجب قاعدہ ۳ مساوات (۳) سے لا $۵ + ۶ = ۱۱$

۱۹۳
اسی واسطے مساوات (۲) قیمت رکھنے سے

$$۲۳ = ۵ + (۶۵ + ۶) ۲$$

$$۲۳ = ۵ + ۱۰ + ۱۲ \text{ یعنی}$$

$$۱۱ = ۱۲ - ۲۳ = ۵$$

$$\therefore ۱ = ۵$$

$$۵ + ۶ = ۱۱$$

$$۱ \times ۵ + ۶ =$$

$$۱۱ =$$

مثال ۴ $\frac{۱۱}{۵} = ۱ + \frac{۶}{۵}$ قیمت لا اور کی دریافت کرو
(۱) $\dots \dots \dots \frac{۱۱}{۵} = ۱ + \frac{۶}{۵}$
(۲) $\dots \dots \dots (۱ + ۵ - ۶) \frac{۱۱}{۵} = ۱ + \frac{۶}{۵}$

$$\text{مساوات (۱) سے } \frac{۱۱}{۵} = ۱ + \frac{۶}{۵} \therefore ۱۱ = ۵ + ۶$$

اسی واسطے مساوات (۲) میں رکھنے سے

$$\frac{۱۱}{۵} = ۱ - (۵ + ۶) \frac{۱۱}{۵} = ۱ - (۱۱)$$

$$\text{یعنی } \frac{۱۱}{۵} = ۱ - ۱۱$$

$$۱۱ + ۵۵ = ۵ - ۵۵$$

$$\text{یعنی } ۵ = ۵$$

$$\therefore ۱ = ۵$$

$$۱۱ = ۵ = ۵$$

مثال ۵ $\frac{۱۱}{۵} = ۱ + \frac{۶}{۵}$ قیمت لا اور کی دریافت کرو
(۱) $\frac{۱۱}{۵} = ۱ + \frac{۶}{۵}$
(۲) $\frac{۱۱}{۵} = ۱ - \frac{۶}{۵}$
مساوات (۱) کی ہر رقم کوں میں اور مساوات (۲) کی ہر رقم کوں میں ضرب دینے سے حاصل

$$\frac{۱۱}{۵} = ۱ + \frac{۶}{۵}$$

$$\frac{۱۱}{۵} = ۱ - \frac{۶}{۵}$$

$$\frac{۱۱}{۵} - ۱ = \frac{۶}{۵} - ۱$$

$$\frac{۱۱}{۵} - ۱ = \frac{۶}{۵} - ۱$$

$$\frac{۱۱}{۵} - ۱ = \frac{۶}{۵} - ۱$$

$$\frac{۱۱}{۵} - ۱ = \frac{۶}{۵} - ۱$$

$$\frac{۱۱}{۵} - ۱ = \frac{۶}{۵} - ۱$$

$$\frac{۱۱}{۵} - ۱ = \frac{۶}{۵} - ۱$$

$$\frac{۱۱}{۵} - ۱ = \frac{۶}{۵} - ۱$$

$$\frac{192}{\text{ن} - \text{م} - \text{و} - \text{ن} + \text{م} + \text{ب}} =$$

$$\frac{\text{م} + \text{ب} - \text{ن} - \text{و}}{\text{ن} - \text{م} - \text{و} - \text{ن} + \text{م} + \text{ب}} =$$

$$\frac{\text{ن} - \text{م} - \text{و}}{\text{م} + \text{ب} - \text{ن} - \text{و}} = \frac{1}{2} \text{ یعنی } \frac{1}{2}$$

$$\frac{\text{ن} - \text{م} - \text{و}}{\text{م} + \text{ب} - \text{ن} - \text{و}} = \frac{1}{2} \text{ یعنی } \frac{1}{2}$$

مثال { قیمت لا اور و کی دریافت کرو
ساوات اکو ۳ میں ضرب دیا
۲ کو ۲ میں ضرب دیا

$$\begin{cases} (1) 12 = 2 + 10 \\ (2) 10 = 2 + 8 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 12 \times 2 &= 2 \times 2 + 10 \times 2 \\ 24 &= 4 + 20 \\ 24 - 4 &= 20 \\ 20 &= 20 \end{aligned}$$

$$24 - 4 = 20$$

$$24 - 4 = 20$$

$$\text{ساوات (1) سے } 12 = 2 + 10$$

$$12 - 2 = 10$$

$$10 = 10$$

مثال { قیمت لا اور و کی دریافت کرو

$$\begin{cases} (1) 50 = 3(1 + 16) \\ (2) \frac{1 - 112}{12} - \frac{11}{12} = \frac{5 - 5}{12} - \frac{11}{12} \end{cases}$$

$$\text{ساوات (1) سے } 50 = 3 + 48$$

$$\text{ساوات (2) سے } 11 = 3 + 48$$

$$11 - 3 = 48$$

$$8 = 8$$

$$\text{یعنی } 8 = 3 + 48$$

$$\text{اور (3) سے } 3 - 5 = 5 - 5$$

$$11 = 5 + 48$$

$$11 - 5 = 48$$

$$6 = 6$$

$$3 = 3$$

$$\text{اور } 12 = 3 - 10 = 3 - 5 = 5 - 5$$

$$12 = 12$$

مشق کے واسطے
مثالی نمبری ۴

$$\begin{cases} (1) 118 = 52 + 112 \\ (2) 191 = 50 + 112 \\ (3) 112 = 52 + 112 \\ (4) 112 = 52 + 112 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 8 &= 54 - 46 \quad (4) & 12 &= 59 - 47 \quad (5) \\
 10 &= 56 + 43 & 15 &= 512 - 43 & (6) \\
 43 &= 2 + 56 \quad (8) & 104 &= 44 - 53 & (7) \\
 46 &= 50 + 41 & 48 &= 52 - 40 & (8) \\
 42 &= 53 + 42 \quad (10) & 52 + 9 &= 40 & (9) \\
 4 &= 49 - 51 & 42 - 14 &= 50 & (9) \\
 5 &= 52 - 47 \quad (11) & 0 &= 1 - 44 - 53 & (11) \\
 2 &= 5 + 4 & 52 &= 43 - 11 & (11) \\
 5 &= 52 - 47 \quad (12) & 2 &= 52 + 41 & (12) \\
 4 &= 5 + 4 + 4 \quad (13) & 4 &= 5 + 4 + 4 & (13) \\
 4 &= 52 + 41 \quad (14) & 4 &= 52 + 41 & (14) \\
 (5+4) &= (4-5) & 4 &= 52 + 41 & (14) \\
 11 &= 53 + 46 \quad (15) & 4 &= 52 + 41 & (14) \\
 (1+53)(1+4) &= 54 & 4 &= 52 + 41 & (14)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 112 + (9-5)(5+4) &= (4+5)(5+4) \quad (19) \\
 &= (1+53) - 10 + 42
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 1 &= \frac{5}{9} + \frac{4}{2} \quad (21) & 39 &= 53 + \frac{4}{13} \quad (20) \\
 14 &= \frac{5}{14} + \frac{4}{9} & 31 &= 43 + \frac{4}{13} \\
 4 &= \frac{5}{14} + \frac{4}{13} \quad (22) & 43 &= \frac{5}{14} + \frac{4}{13} \quad (22) \\
 \frac{1}{14} &= \frac{5}{14} - \frac{4}{13} & 42 &= \frac{5}{9} + \frac{4}{14} \\
 \frac{1}{14} &= \frac{4}{13} + \frac{4}{13} \quad (25) & 4 &= \frac{5}{13} + \frac{4}{13} \quad (22) \\
 \frac{1}{14} &= \frac{4}{13} + \frac{4}{13} & 4 &= \frac{5}{13} + \frac{4}{13} \quad (22) \\
 \frac{1}{14} &= \frac{4}{13} + \frac{4}{13} \quad (25) & 4 &= \frac{5}{13} + \frac{4}{13} \quad (22) \\
 1-5 &= \frac{5}{13} + \frac{4}{13} \quad (26) & 4 &= \frac{5}{13} + \frac{4}{13} \quad (22) \\
 4+4 &= \frac{4}{13} + 5 & 4 &= \frac{5}{13} + \frac{4}{13} \quad (22) \\
 14 &= \frac{5}{13} + \frac{4}{13} \quad (29) & 4 &= \frac{5}{13} + \frac{4}{13} \quad (22) \\
 4 &= 5 - 42 & 4 &= \frac{5}{13} + \frac{4}{13} \quad (22) \\
 4 &= \frac{4-4}{5} - 42 \quad (31) & 4 &= \frac{5}{13} + \frac{4}{13} \quad (22) \\
 \frac{4-4}{5} - 4 &= 53
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{4}{13} &= \frac{52-43}{13} + \frac{5+4}{13} \quad (33) & 0 &= 1 - \frac{5}{13} - \frac{4}{13} \quad (32) \\
 \frac{4}{13} &= 531 - 414 & \frac{0}{4} &= \frac{1-53}{13} - \frac{1-42}{13} \quad (32) \\
 09 &= \frac{5-4}{13} + \frac{5+4}{13} \quad (35) & 12-5 &= \frac{1}{13} - \frac{40}{13} \quad (33) \\
 \frac{53}{5} &= \frac{4}{11} & 4 &+ 5 = 42
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 1 &= \frac{5-4}{13} - \frac{5+4}{13} \quad (36) & 0-53 &= \frac{5-42}{13} - \frac{4+4}{5} \quad (34) \\
 11 &= \frac{5-4}{13} + \frac{5+4}{13} & 40-18 &= \frac{12-40}{4} + \frac{4-50}{5}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (۲۰) \quad ۵۴ &= ۵۳ + ۱ \quad (۲۱) \quad ۲۸۰ = ۵ + ۲۷۵ \\
 (۲۲) \quad ۲۲ &= ۵۳ + ۹ \quad (۲۳) \quad ۱۲۵ = ۵ + ۱۲۰ \\
 (۲۴) \quad ۱۲۵ &= ۵ + ۱۲۰ \quad (۲۵) \quad ۱۲۵ = ۵ + ۱۲۰ \\
 (۲۶) \quad ۱۲۵ &= ۵ + ۱۲۰ \quad (۲۷) \quad ۱۲۵ = ۵ + ۱۲۰ \\
 (۲۸) \quad ۱۲۵ &= ۵ + ۱۲۰ \quad (۲۹) \quad ۱۲۵ = ۵ + ۱۲۰ \\
 (۳۰) \quad ۱۲۵ &= ۵ + ۱۲۰ \quad (۳۱) \quad ۱۲۵ = ۵ + ۱۲۰ \\
 (۳۲) \quad ۱۲۵ &= ۵ + ۱۲۰ \quad (۳۳) \quad ۱۲۵ = ۵ + ۱۲۰ \\
 (۳۴) \quad ۱۲۵ &= ۵ + ۱۲۰ \quad (۳۵) \quad ۱۲۵ = ۵ + ۱۲۰ \\
 (۳۶) \quad ۱۲۵ &= ۵ + ۱۲۰ \quad (۳۷) \quad ۱۲۵ = ۵ + ۱۲۰ \\
 (۳۸) \quad ۱۲۵ &= ۵ + ۱۲۰ \quad (۳۹) \quad ۱۲۵ = ۵ + ۱۲۰ \\
 (۴۰) \quad ۱۲۵ &= ۵ + ۱۲۰ \quad (۴۱) \quad ۱۲۵ = ۵ + ۱۲۰ \\
 (۴۲) \quad ۱۲۵ &= ۵ + ۱۲۰ \quad (۴۳) \quad ۱۲۵ = ۵ + ۱۲۰ \\
 (۴۴) \quad ۱۲۵ &= ۵ + ۱۲۰ \quad (۴۵) \quad ۱۲۵ = ۵ + ۱۲۰ \\
 (۴۶) \quad ۱۲۵ &= ۵ + ۱۲۰ \quad (۴۷) \quad ۱۲۵ = ۵ + ۱۲۰ \\
 (۴۸) \quad ۱۲۵ &= ۵ + ۱۲۰ \quad (۴۹) \quad ۱۲۵ = ۵ + ۱۲۰ \\
 (۵۰) \quad ۱۲۵ &= ۵ + ۱۲۰
 \end{aligned}$$

سوالات دو مجہول کی ہمزاد مساواتوں کی

(۱۰۴) لا اور ی کو مقدار مجہول سے تعبیر کرو اور سوالات کی شرائط کو زبان حربہ بین بیان کرو اور لا اور ی کو جہان مجہول امین او نکلور کو تو دو مساواتیں پیدا ہونگی اور ان سے لا اور ی کی قیمتیں دریافت ہونگی اور جب یہ قیمتیں معلوم ہو جائیں تو سوالات کا حل کامل ہو جائیگا

مشکل نمبری ۳۷ مثالیں حل کی ہوئی

سوال ۱ وہ کون سی عدد ہیں کہ جنکی مجموعہ کی تہائی پر اگر میں زیادہ کروں تو ۱۴ حاصل ہوں اور انکی نصف حاصل تفریق سے اکم کروں تو ۲ باقی رہیں

فرض کرو کہ لا = عدد کلان
س = عدد خور

موجب بشرط سوال کے

$$\begin{aligned}
 ۱۴ &= ۱۳ + ۱ \\
 ۲ &= ۱ - ۱
 \end{aligned}$$

ان مساواتوں کے حل کرنے سے لا = ۹ اور ۵ = ۳

سوال ۲ ایک ایسی کسر ہے کہ اگر شمار کنندہ کو زیادہ کر دو کسر ۱ ہو جاتی ہے اور اگر شمار کنندہ کو زیادہ کر دو تو ۱ ہو جاتی ہے اور اس کسر کو دریافت کرو

فرض کرو کہ لا = شمار کنندہ

$$\frac{1}{x} = \frac{1+لا}{لا}$$

موجب شرط سوال کے

$$\frac{1}{x} = \frac{1+لا}{لا}$$

حل کرنے سے معلوم ہوتا ہے کہ لا = ۵ اور ۵ = ۱۲

مثال ۳ ایک آدمی کے حبیب مین دو قسم کے سکے ہیں ٹان سورن اور نورنیں جب ان میں سے ۸۵ لئے تو ایک بل ۹ پونڈ ۳ شلنگ کا ادا ہو گیا تو بتاؤ ہر ایک کتنے کتنے قسم کے سکے

فرض کرو کہ لا = ٹان سورن کی تعداد کے

۵ = نورنیں کی تعداد کے

موجب شرط سوال کے ۳. لا + ۵ = ۵۲۹ (۱) نورنیں مین

$$لا + ۵ = ۸۵$$

حل کرنے سے لا = ۱۶ اور ۵ = ۶۹ کے حاصل ہوتے ہیں

سوال ۴ ایک عدد مین دو ہندسے ہیں مجموعہ اون ہندسون کا ۵ ہے اور اگر اس عدد پر ۹۵ کرین تو ہندسے معکوس ہو جاتے ہیں

فرض کرو کہ لا = بائیں طرف کے ہندسے کے

۵ = دائیں طرف کے ہندسے

تو لا + ۵ = عدد کے

۱۰ + لا = عدد کے جب ہندسے معکوس ہو جائیں

تو موجب سوال کے لا + ۵ = ۵ (۱)

$$لا + ۱۰ = ۹ + لا + ۵$$

اسے معلوم ہوا کہ لا = ۲ اور ۵ = ۳

سوال ۵ سو مین اور سو مین طاش اول دفعہ کھیلنے بیٹھے تو سو مین جتھدرو پیہ کھیلنے پہنچا

دو چند اور لا پیہ جیت گیا اگر اروپہ اور اس پاس ہو تو سو مین کے روپیہ سے چند روپیہ ہو جا لیکن جب دوبارہ کھیلنے شتا تو جتھدرو پیہ سو مین پاس تھا او سکی تہائی کی برابر جیتا اور روپیہ

اور زیادہ تو اب اوس ساس موہن کے روپیہ سے جو وہ اول لیکر بیٹھا تھا سہ چند روپیہ ہو گیا
تو بتاؤ ہر ایک کتنے کتنے روپیہ لیکر کہنے بیٹھا تھا

فرض کرو کہ $ل = ۵$ = موہن کے روپیوں کی تعداد کے

(۱) اب از روی سوال $ل + ۲ + ۲ + ۱ = ۳$ (۵-۲-۲-۱) $ل = ۳$

(۲) $۵ - ۲ - ۲ = ۱$ $ل + ۲ + ۲ = ۳$ $ل = ۳$ اس کے حل کرنے سے $ل = ۱۲$ روپیہ اور ۱۵ روپیہ کے معلوم ہوتا ہے

سوال ایک آدمی کو فقیروں کی دستگیری کرنی چاہتا تھا اس نے اپنے پاس روپیوں کو دیکھا تو اس کے معلوم ہوا کہ اگر وہ ہر ایک کو دو دو روپیہ دیتا ہے تو سب روپیہ تھوڑ جاتے ہیں اور اگر دیرہ دیتا ہے تو سب روپیہ آٹھ آٹھ بچ جاتے ہیں تو بتاؤ اوس ساس کتنا روپیہ تھا اور کتنے فقیر تھے

فرض کرو کہ $ل =$ روپیوں کی تعداد کے

$د =$ فقیروں کی تعداد کے

تو $۲د =$ اوس روپیہ کے جو اول حالت میں تقسیم ہوتا

$۶د =$ اوس روپیہ کے جو دوسری حالت میں تقسیم ہوتا

از روی سوال $۲د = ۳ + ل$

$\frac{۳}{۲} = ل - ۲$

اسے معلوم ہوتا ہے کہ $ل = ۲۴$ اور $۱۵ = ۱۵$

سوال موہن اور سوہن ایک کام کو ۱۶ دن میں پورا بناتے ہیں لیکن انہوں نے چار روز

تو کام مل کر کیا اور پھر سوہن جلا گیا اور اکیلے سوہن نے کام پورا بنایا اور ۳۶ دن اس کو اور لگے

تو بتاؤ ہر ایک اکیلے کتنے کتنے دنوں میں کام کو پورا انجام دے گا

فرض کرو کہ $ل =$ تعداد ایام کی جن میں موہن کام پورا بناتا

تو $ل + \frac{۱}{۲} =$ موہن اور سوہن کے سوہن کے کام کے

(۱) $\frac{۱}{۱۶} =$ بموجب سوال کے

(۲) اور پھر از روی سوال کے $۲ (ل + \frac{۱}{۲}) + ۳۶ = ۱$

اسے معلوم ہوا کہ $ل = ۲۴$ اور $۴۸ = ۴۸$

سوال ۸ ایک آدمی کو کچھ فاصلہ طے کرنا تھا۔ یہ میل چل کر اوسے اپنی چال ایک میل فی گھنٹہ زیادہ کر دی اگر وہ اس ٹیپے پر ہی چال سے کل مسافت طے کرتا تو وہ ۲۰ منٹ پیشتر منزل مقصود پر پہنچتا اور اگر وہ اپنی چال سے چلا جاتا تو ۲۰ منٹ کی دیر لگتی تو بتاؤ کتنا فاصلہ اوسکو طے کرنا تھا

فرض کرو کہ لا = تعین اوسلوں کی
 س = رفتار فی گھنٹہ کی
 اب بموجب شرائط سوال کے
 (۱) $\frac{S}{L} + \frac{20}{60} = \frac{S}{L+1} + \frac{20}{60}$
 (۲) $\frac{S}{L} - \frac{20}{60} = \frac{S}{L+1} + \frac{20}{60}$
 اب ان مساوات کو حل کرنے سے لا = ۳۰ اور س = ۵ کے حاصل ہوتا ہے
 فاصلہ = ۳۰ میل

سوال ۹ ایک سٹیل کمرہ کی پیمائش مچی تو یہ معلوم ہوا کہ اگر وہ ۵ فٹ زیادہ چوڑا اور ۱۱ فٹ لمبا ہوتا تو اوسمیں ۱۱۶ مربع فٹ ہوتے اور اگر ہم ۵ فٹ چوڑا اور ۵ فٹ لمبا اور زیادہ ہوتا تو ۱۱۳ مربع فٹ ہوتے اور اسکا طول اور عرض دریافت کرو
 فرض کرو کہ لا = طول کے فٹوں کی
 س = عرض کے فٹوں کی

تو بموجب شرائط سوال کے
 (۱) $(L+5)(S+116) = (L+5)S$
 (۲) $(L+5)(S+113) = (L+5)S$
 ان مساواتوں کو حل کرو تو لا = ۱۲ فٹ اور س = ۹ فٹ کے

سوال ۱۰ ایک پیہ مین ۱۱ گیلن شراب اور ۱۱ گیلن پانی اور دوسرے پیہ مین ۱۱ گیلن شراب اور ۱۱ گیلن پانی ملا ہوا ہے تو بتاؤ ہر پیہ مین کتنی کتنی گیلن نکالیں کہ ۱۱ گیلن پانی اور ۱۱ گیلن شراب حاصل ہو
 فرض کرو کہ لا = تعداد گیلن کی جو اول پیہ مین سے نکالیں
 س = جو دوسرے پیہ مین سے

اب یہ ظاہر ہے کہ اول پیہ مین سے جسقدر نکالو گے اوسمیں $\frac{1}{11}$ دان حصہ یعنی سہ شراب اور $\frac{10}{11}$ دان پانی ہوگا اور دوسرے پیہ مین جسقدر نکالو گے اوسمیں $\frac{1}{11}$ دان حصہ یعنی سہ شراب اور $\frac{10}{11}$ دان پانی ہوگا اب بموجب شرائط سوال کے

$\frac{S}{11} + \frac{10}{11}L = 11$ تعداد پانی کے گیلن کی
 $\frac{S}{11} + \frac{10}{11}L = 11$ شراب کے

حل کرنے سے معلوم ہوتا ہے کہ لا = ۱۲ اور س = ۱۰

اول یہ میں سے ۴ گیلن اور دوسرے میں سے ۱ گیلن نکالنے چاہئے

امثلہ نمبر ۲۸ سوالات مشق کے واسطے

- (۱) دو عدد ایسے ہیں کہ اگر بڑے عدد کے سہ چند پر چھوٹے کی ایک تہائی زیادہ کو ۷۳ حاصل ہوتے ہیں اور اگر بڑے عدد کا دو چند چھوٹے عدد کے چھ گنی سے تفریق کیا جائے اور باقی کو ۲۸ پر تقسیم کر دے تو خارج قسمت ۴ ملے گا اور عدد دریافت کرو
- (۲) ایک ایسی ہی کرگر اوسکے شمار کنندہ پر ۳۰ زیادہ کریں تو اوسکی قیمت ۱۰ ہو جاتی ہے اور اگر اوسکی نمب نام سے ایک تفریق کریں تو اوسکی قیمت ۱۰ ہو جاتی ہے اوسکر کو دریافت کرو
- (۳) زیادہ کر کے پاس کچھ روپیہ تھے اگر بکر زیادہ ۵ روپیہ قرض دے تو زیادہ پاس پر بندہ گیا بکر سے ہو جاتا ہے لیکن اگر زیادہ روپیہ بکر کو دے تو اوں پاس برابر پر روپیہ ہو جاتا ہے تو تباؤ ہر ایک کے پاس کتنی روپیہ تھے
- (۴) ایک آدمی پاس دو گھوڑے اور ایک زین دس روپیہ کا تھا اگر وہ زین کو ایک گھوڑے پر رکھتا ہے تو اوسکی قیمت دو چند دوسرے گھوڑے سے ہو جاتی ہے اور اگر زین کو دوسرے گھوڑے پر رکھتا ہے تو ۱۳ روپیہ اوسکی قیمت پہلی گھوڑے سے کم رہتی ہے
- (۵) دو ایسے اعداد ہیں کہ اگر بڑے عدد کا ۱۰ چھوٹے عدد کی ۱۰ پر زیادہ کریں تو ۳۰ حاصل ہو جائے اور چھوٹے عدد کا ۱۰ بڑے عدد کے ۱۰ سے تفریق کریں تو باقی کچھ نہیں رہتا اوں اعداد کو دریافت کرو
- (۶) ایک خاص عدد ہے جسکے ہندسوں کا مجموعہ ۷ پر زیادہ کیا جائے تو حاصل چند بائیں طرف ہندسوں کے ہندسے ہیں اور اگر خود اوس عدد میں سے ۸ تفریق کریں تو ہندسے معکوس ہو جائیں اور باقی ۱۰
- (۷) ایک طرف میں ۱۰ بوتلانی آتا ہر وہ دو نو دمانوں سے ۱۰ منٹ میں ہر ایک ایکٹ مانہ سی ۱۲ بوتل ایک منٹ میں اور دوسرے ۹ بوتل ایک منٹ میں ہر تباؤ ہر ایکٹ مانہ کتنی دیر کھلا رہا
- (۸) ایک کان پاس بل میں اونیس سے ہر ایک کی قیمت ۵ روپیہ ہے اور بیڑ میں اونیس سے ہر ایک بیڑ کی قیمت ۲ روپیہ ہے تعداد اولی ۳۵ اور کل قیمت ۲۳۹ روپیہ ہے تو تباؤ کتنے بل اور کتنی بیڑ
- (۹) ایک آدمی نے تیرہ تیرہ روپیہ کیل خریدے اور پانچ روپے کے سچرے اور اس خرید

کل روپیہ اسکے ۱۲۴ خرچ ہو کر وہ بچے اتنے خریدتا جتنے میل خریدے تھے اور جتنے میل خریدے تھے
 اوتنے بچے خریدتا تو ۲۸۸ روپیہ اوکلی قیمت میں صرف ہو تو بناو ہر ایک کتنے کتنے خریدے
 (۱۰) بارہ پروڈکٹریاں ملائی گئیں ایک دو سکند سست اور دوسرے سکند تیز تھی اور بارہ گنٹ کے
 اندر ایک گہری مین نیست دوسری گہری ۴ منٹ زیادہ مچی تھی تو بناو ہر ایک گہری مین کیا جا تھا
 (۱۱) دو عدد ایسے دریافت کرو کہ اگر ایک عدد دوسرے کا چوگنا زیادہ کریں تو حاصل جمع ۲۹ ہو
 اور اگر دوسرے عدد کو پہلے عدد کے چہ گنے پر زیادہ کریں تو حاصل جمع ۳۶ ہو

(۱۲) ایک کسان کو کچھ بہترین خریدنی تھیں اس نے حساب کیا کہ ۲ روپیہ اگر ہر ایک بہترین خریدتا ہو تو
 ایک روپیہ ۴۲ کی روپیہ مین کمی رہتی ہے اور اگر ڈائی ڈائی روپیہ بہترین خریدتا ہو تو ڈائی روپیہ ۳۲
 تو بناو کتنی بہترین خریدنے کا ارادہ کیا اور کتنا روپیہ اس پاس تھا
 (۱۳) ۳۶ کو ایسے دو حصوں میں تقسیم کرو کہ ایک حصہ کا ایک خاص اضعاف مع دوسرے حصہ کے برابر ہو
 اور دوسری خاص اضعاف مع حصہ اول کے برابر ہو کے ہو

(۱۴) دو اعداد ایسے دریافت کرو کہ بڑے عدد کا چند چھوٹے عدد کے دو چند سے بقدر اسکے
 اور اوٹ بڑے عدد کا دو چند مع چھوٹے عدد کے چند کے برابر ہو ۴۲ کے ہو

(۱۵) ایک عدد دو ہندسوں کا ایسا دریافت کرو کہ اکائی کے مرتبہ کا ہندسہ بائیں کے مرتبہ کے
 ہندسے سے دو چند ہو اور اگر ۱۶ اس عدد میں سے تفریق کے جائیں تو ہندسے عدد کے معکوس جائیں

(۱۶) سوہن اور سوہن ۱۰ روپیہ کی بازی بیدی اگر سوہن بازی ماری گا تو اس پاس روپیہ
 سوہن کے اس روپیہ کے دو چند سے جو بازی جیتنے کے بعد اس پاس ہوگا بقدرہ اسکے کم ہو گا اور اگر
 سوہن بازی ماری تو سوہن کے پاس جتنا روپیہ ہو جائیگا اسکے ۱/۴ حصہ کے برابر سوہن پاس روپیہ ہوگا
 تو بناو ہر ایک پاس کتنا کتنا روپیہ ہوگا

(۱۷) اگر سوہن کے روپیہ ۶۳ روپیہ زیادہ ہوں تو اس پاس روپیہ سوہن کے روپیہ کے چند ہو جائیگا
 اگر سوہن کے روپیہ ۶۳ سے کہ روٹہ کم کریں تو سوہن کے روپیہ سے آدھا روپیہ اس پاس ہو جائیگا

تو بتاؤ ہر ایک پاس کتنا کتنا روپیہ ہے

(۱۸) ایک آدمی کو کچھ فاصلہ طے کرنا تھا جب وہ ۳۰ میل چل چکا تو اس نے میل فی گھنٹہ چال بڑی آدمی اگر وہ اس جتنی بھی چال سے ابتدائی سے چلتا اور کل فاصلہ طے کرنا تو وہ ہم منٹ پہلے منزل مقصود پر پہنچتا اور اگر وہ اپنی پہلی ہی چال چلا جاتا اور چال کو نہ بڑھاتا تو ۲۰ منٹ دیر میں پہنچتا تو کتنی دور او سکھ چلتا تھا

(۱۹) ایک پیرمین ۱۲ گیلن شراب کے اور ۱۰ گیلن بانی کے اور دوسرے پیرمین ۹ گیلن شراب کے اور ۱۱ گیلن بانی کے ہوئے کہ پیرمین تو بتاؤ ہر ایک کتنے کتنے گیلن نکالیں کہ ۱۰ گیلن شراب کے اور ۱۱ گیلن بانی کے حاصل ہوں

(۲۰) ایک خاص اتخان میں کچھ امیدواروں کو سید بن ملین اور کچھ منتخب ہو سکے واسطے بھیجی گئی ان دونوں تعداد میں فرق نکالنا امیدواروں کی تعداد سے میں گنا تھا اور جن امیدواروں کو منتخب ملین اور ان کی تعداد چنگنی نکالنا امیدواروں کی تعداد اور منتخب ہونے والوں کی اسٹہ گنی تعداد اور ہر کے برابر تھی اگر یاخ نکالنا امیدواروں میں سے منتخب ہونے والے بھی جاتی تو منتخب ہونے والوں کی تعداد کا جو چند سہ زیادہ امیدواروں کی نصف تعداد سے بقدر دس گنی تعداد کا امیدوار زیادہ ہوتا تو بتاؤ کل کتنے امیدواروں کا امتحان ہوا

(۲۱) ایک طرف میں ۱۹۱ گیلن بانی آٹے اور او سکھ کی تھیں دوسری طرف میں گھنٹے کے بعد ایک سو ران بند کر دیا گیا تو سارا طرف ۱۰ گھنٹہ میں دوسرے سو ران سے خالی ہو گیا اگر یہ گھنٹہ پشتر سو ران بند کیا جاتا تو طرف کے خالی ہر نہیں ۱۰ گھنٹہ زیادہ لگتے تو بتاؤ ہر سو ران سے کتنے گیلن بانی ایک گھنٹہ میں نکلتا ہے اور یہ بات فرض کر لی ہے کہ بانی برابر نکلتا ہے

(۲۲) وہ کوئی دو عدد ہیں جن کا حاصل تفریق ۲۰ ہے اور ۳۰ عدد پر پہلے عدد کے تقسیم کرنے سے خارج قسمت نکلتے ہیں

(۲۳) ایک لڑکے نے اتنے پیسے لکڑوں میں آرائی اگر یہ لکڑی سے زیادہ تانہ لگے تو او سکھ

دس ہزار ایک زرگرمی بے قیمت میں کم دینا پڑتا اور اگر سو زرگرمی کم آتے تو دس ہزار ایک زرگرمی کی قیمت میں زیادہ دینا پڑتا تو تباؤ اوسے کیا خرچ کیا

(۲۴) ۱۰ ہزاری عرق کی بوتلیں اور ۱۰ ہزاری عرق کی بوتلوں میں ۱۰ بوتلیں ۱۰ ہزاری عرق کی بنانی منظور ہیں تو تباؤ ہر ایک قسم کی بوتلیں کتنی کتنی لین

(۲۵) ایک آدمی نے پندرہ ٹکڑے کے سیب اور ناشپاتیان خریدیں سیب پیسے کے چار چار اور ناشپاتیان پیسے کی پانچ پانچ آدھ ہر سیب اور ایک تہائی ناشپاتیان ۳۰ پیسے کو اوس حساب سے بیچا لیج جس حساب سے خریدیں تہیں تو تباؤ کتنے سیب اور کتنی ناشپاتیان مول لی تہیں

(۲۶) ایک عدد دو ہندسوں کا ہے اور اپنے ہندسوں کے مجموعہ سے جو چیز ہے اگر ۱۸ اوپر زیادہ جائیں تو ہندسے عدد کے معکوس ہو جائیں اوس عدد کو دریافت کرو

(۲۷) کچھ روپیہ بعض آدمیوں تقسیم ہوا اگر سو آدمی وہاں کم ہوتے تو ہر شخص کے حصہ میں ۱۵ روپیہ زیادہ آتے لیکن اگر ۶ آدمی زیادہ ہوتے تو ہر ایک آدمی کو ۱۲ روپیہ کم آتے تو تعداد آدمی اور روپیہ کی دریافت کرو

(۲۸) ایک شخص کے پاس ۲ پونڈ ۶ شلنگ کے گنی اور کروڑ تھے اونہیں سے ۱۲ پونڈ ۷ شلنگ قرض کے آدے کو اوس پاس گنی اتنی باقی رہے جتنی کروڑ سنے قرض میں دیتے اور کروڑ اوس پاس رہے جتنے گنے اوسنے دیے تھے تو تباؤ کتنے گنے اور کتنے کروڑ تھے

ہمراہ مساواتیں تین متبادیہ مجموعہ کی

(۱۰۸) اگر تین مساواتیں بے تعلق ہوں اور تین اوٹیں متبادیہ مجموعہ ہوں مثلاً

$$\begin{aligned} (۱) \quad & \text{للا} + \text{ب} + \text{د} + \text{ح} + \text{ی} = \text{م} \\ (۲) \quad & \text{دلا} + \text{ری} + \text{س} + \text{ی} = \text{ن} \\ (۳) \quad & \text{گلا} + \text{دھ} + \text{ک} + \text{ی} = \text{ع} \end{aligned}$$

تو قیمت لا اور د اور ی کی اس طرح دریافت ہوتی ہے
 دلا + ب + د + ح + ی = د م مساوات (۱) کو د میں ضرب دو
 دلا + د + ری + س + ی = ن
 د (ب - د - لار) + د + س (ح - د - لار) + د م - لار = د م - لار (۴)
 اور دلا + د + ری + س + ی = گ ن مساوات (۲) کو گ میں ضرب دو
 دلا + د + دھ + ک + ی = د ع مساوات (۳) کو د میں ضرب دو

اب (۴) اور (۵) مساواتوں سے قیمتیں اور ی کی ہی دریافت ہو سکتی ہیں اور قیمتیں دریافت ہو جائیں
تو معلوم مساواتوں میں سے کسی ایک مساوات میں ان قیمتوں کے رکھنے سے دریافت ہو جائیگا
یہی ترکیب تین سے زیادہ مساواتوں کی مساواتوں میں حل ہوتی ہے

مثلاً تیسری ۴۹ حل کی ہوتی

(۱) قیمت لاوری اور ی کی دریافت کرے

$$\begin{aligned} 18 &= 5 + 13 \\ 22 &= 3 + 19 \\ 44 &= 1 + 43 \end{aligned}$$

مساوات (۱) سے $18 = 5 + 13$

(۲) $22 = 3 + 19$

۲۶ = ۱۱ + ۱۵

(۴) $26 = 11 + 15$

مساوات (۲) سے $44 = 1 + 43$

(۳) سے $44 = 1 + 43$

(۵) $3 = 5 - 2$

مساوات (۴) سے $26 = 11 + 15$

(۵) سے $4 = 10 - 6$

۲ = ۵ - ۳

۳ = ۵ - ۲

مثلاً تیسری ۴۹ حل کی ہوتی

(۱) $90 = 5 + 85$

(۲) $20 + 53 = 70 + 3$

$10 + 51 = 60 + 1$

(۱) $90 = 5 + 85$

$100 = 3 + 97$

$134 = 1 + 133$

(۳) $90 = 5 + 85$

$11 = 5 - 2$

$56 = 3 + 53$

(۵) $\frac{1}{5} = \frac{1}{10} + \frac{1}{20} - \frac{1}{40}$

$\frac{1}{4} = \frac{1}{8} + \frac{1}{16} - \frac{1}{32}$

$\frac{1}{10} = \frac{1}{20} + \frac{1}{40} - \frac{1}{80}$

$\frac{1}{14} = \frac{1}{28} + \frac{1}{56} - \frac{1}{84}$

$32 = 5 + 27$

$20 = 3 + 17$

$42 = \frac{5}{10} + \frac{5}{20} + \frac{5}{40}$

$26 = \frac{5}{10} + \frac{5}{20} + \frac{5}{40}$

$38 = \frac{5}{10} + \frac{5}{20} + \frac{5}{40}$

(۵) ۳ عدد ایسے دریافت کر کہ دوم اور سوم کا نصف مجموعہ اول کے برابر ۱۲ کے
اور اول اور سوم کے حاصل تفریق کا ۱۰ حصہ دوم برابر ۷ کے ہو اور تینوں عددوں کا مجموعہ ۲۹

مساوات درجہ دوم
(۱۰۹) مساواتیں درجہ دوم کی وہ مساواتیں ہیں جنہیں مقدار مجهول کی دوسری قوت

مع اول قوت یا نیز اول قوت مقدار مجهول کے واقع ہوں
اگر مساوات میں مقدار مجهول کی دوسری قوت صرف واقع ہو اور اس کے ساتھ اول قوت

اوسکی ہوتو اوسکو مساوات درجہ دوم بسطی لکھ کر کہتے ہیں جیسے کہ $۲۹ = ۱ - ۱$ اور $۱۱ = ۱ - ۱$ مساوات
درجہ دوم بسطی میں اور اگر مساوات میں دوسری قوت اور اول قوت مقدار بچھول کی دونوں
مخلوط ہوں تو اوسکو مساوات درجہ دوم مخلوط کہتے ہیں جیسے کہ $۱۱ = ۱ + ۱$ اور $۱۱ = ۱ + ۱$ مساوات
مساوات درجہ مخلوط ہیں

مساوات میں درجہ دوم بسطی کا حل اور اونکا آسانی سے مساوات درجہ اول کا بنا
(۱۱۰) مساوات درجہ دوم بسطی میں جو حل ہوئی ہیں اس طرح مساوات درجہ اول اللہ
آخر میں اتنا فرق ہوتا ہے کہ طر فیض مساوات کا جذر نکالنا پڑتا ہے
علامت + اور - کی قیمت کے اول لکھی ہوئی ہوتی ہے اسکا سبب یہ ہے کہ جذر ہر ایک مقدار مثبت
منفی دونوں ہو سکتے ہیں

جیسے کہ اس مثال میں $۹۱ = ۲ + ۱$ یا $۹۱ = ۲ - ۱$ (۱)
 $۸ \pm = ۱$ اور $۸ \pm = ۱$

یہ مساوات (۲) سے $۸ = ۸$ کے حاصل ہوتا ہے یعنی قیمتیں لاکھی + ۸ اور - ۸ معلوم ہوتی ہیں
اور یہ قیمتیں مساوات (۱) سے معلوم ہوتی ہیں اسے معلوم ہوتا ہے کہ (۱) اور (۲) سے قیمتیں
لاکھی حاصل ہوتی ہیں

مشکل نمبر ۵۰ حل کی ہوئی

مثال $۳۸ - ۱ = ۱$ قیمتیں لاکھی دریافت کرو
یعنی $۳۸ = ۱ + ۱$ یا $۳۸ = ۱ - ۱$
یعنی $۳۸ = ۱$

مثال $۹ + ۳ = ۱$ یا $۹ - ۳ = ۱$ قیمتیں لاکھی دریافت کرو
یعنی $۹ - ۳ = ۱$ یا $۹ = ۱ + ۳$
یا $۹ = ۱ - ۳$ یا $۹ = ۱$
یا $۹ = ۱$

مثال ۳ لہ (۸-۸) = لہ (۵-۲۴) قیمتیں لہ کی دریافت کرو
یعنی ۳ (۸-۸) = (۸-۲۴) لہ طرفین مساوات کو لہ پر تقسیم کیا
۳ لہ = ۲۴ - ۸
یا لہ = ۳۸

اور نیز لہ = ۶ بظاہر مساوات کی شرط کو پورا کرتا ہے

مثال ۴ لہ = ب = ح قیمتیں لہ کی دریافت کرو

$$لہ + ب = ح$$

$$یا لہ = ح - ب$$

$$یا لہ = \pm \sqrt{چ - ب}$$

مثال ۵ لہ + ب = ۴ = ح لہ - ۵ + د = ۱ لہ قیمتیں لہ کی دریافت کرو

$$یعنی لہ + ب + لہ + لہ = د - ۵ - ب + ۴$$

$$یعنی ۳ لہ = د - ب - ۱$$

$$یا لہ = \frac{د - ب - ۱}{۳}$$

$$یا لہ = \frac{د - ب - ۱}{۳}$$

$$یا لہ = \frac{د - ب - ۱}{۳}$$

$$یا لہ = \frac{د - ب - ۱}{۳}$$

مثال ۶ لہ + ۱ = ۱۱ (۱۱ + ۱) = لہ + ۱ قیمتیں لہ کی دریافت کرو

$$یا لہ = ۱۱ + ۱ - ۱ = ۱۱$$

$$یا لہ = ۱۱ + ۱ - ۱ = ۱۱$$

طرفین مساوات کا مجذور کرو

$$لہ + ۱ = ۱۱ + ۱ - ۱ = ۱۱$$

$$یا لہ = ۱۱ + ۱ - ۱ = ۱۱$$

$$یا لہ = ۱۱ + ۱ - ۱ = ۱۱$$

$$یا لہ = ۱۱ + ۱ - ۱ = ۱۱$$

مثال ۷ لہ = ح قیمت لہ کی دریافت کرو

طرف چپ کی نسبت نام اور شمار کنندہ کو ۱ - (۱۱ - ۱۱) میں ضرب دو

$$تو یہ حاصل ہوگا$$

$$یعنی$$

∴ $\frac{(1-q)^n}{1-q} = 1$ طرفین مساوات کا جذر لیا

یعنی $1 - q = \frac{1}{(1-q)^{n-1}}$

یا $1 \pm q = (1-q)^{n-1}$

∴ طرفین مساوات کا مجذور کرنے سے

$$1 \pm q = (1-q)^{n-1}$$

یعنی $(1+q) = \frac{1}{(1-q)^{n-1}}$

یا $(1+q) = \frac{1}{(1-q)^{n-1}}$

$$\frac{1+q}{1-q} = 1$$

اور یہ مساوات اس طرح بھی حاصل ہوتی ہے

$$q = \frac{1 - (1-q)^{n-1}}{(1-q)^{n-1} + 1}$$

تنبیہ: یہاں میں دیکھو

$$\frac{1-q}{1+q} = \frac{1 - (1-q)^{n-1}}{(1-q)^{n-1} + 1}$$

$$\frac{(1-q)}{(1+q)} = \frac{1 - (1-q)^{n-1}}{(1-q)^{n-1} + 1}$$

$$(1-q) = \frac{(1+q)(1 - (1-q)^{n-1})}{(1-q)^{n-1} + 1}$$

$$(1-q) = \frac{(1+q)(1 - (1-q)^{n-1})}{(1-q)^{n-1} + 1}$$

$$q = \frac{(1+q)(1 - (1-q)^{n-1})}{(1-q)^{n-1} + 1}$$

$$\frac{q}{(1+q)} = \frac{1 - (1-q)^{n-1}}{(1-q)^{n-1} + 1}$$

$$\frac{q}{(1+q)} = \frac{1 - (1-q)^{n-1}}{(1-q)^{n-1} + 1}$$

مثلاً نمبری ۵۰ شق کے واسطے

$$(1) \quad 50 = 1 + 49 \quad (2) \quad 49 = (1+48) + 1$$

$$(3) \quad 48 = 1 + 47 \quad (4) \quad 47 = 1 + 46 \quad (5) \quad 46 = 1 + 45$$

$$(6) \quad 45 = 1 + 44 \quad (7) \quad 44 = 1 + 43 \quad (8) \quad 43 = 1 + 42$$

$$(9) \quad 42 = 1 + 41 \quad (10) \quad 41 = 1 + 40 \quad (11) \quad 40 = 1 + 39$$

$$(12) \quad 39 = 1 + 38 \quad (13) \quad 38 = 1 + 37 \quad (14) \quad 37 = 1 + 36$$

$$(15) \quad 36 = 1 + 35 \quad (16) \quad 35 = 1 + 34 \quad (17) \quad 34 = 1 + 33$$

$$\frac{z}{z-1} = \frac{z-1}{(z-1)} - \frac{1}{(z-1)} \quad (13) \quad \frac{1}{z} = \frac{1-z}{z} + \frac{1}{z} \quad (14)$$

$$r = \frac{1-z}{1-z} + \frac{1}{1-z} \quad (15) \quad \frac{1}{z} = \frac{1-z}{z} + \frac{1}{z} \quad (16)$$

$$\frac{1}{z} = \frac{1-z}{z} + \frac{1}{z} \quad (17) \quad \frac{1}{z} = \frac{1-z}{z} + \frac{1}{z} \quad (18)$$

$$\frac{1}{z} = \frac{1-z}{z} + \frac{1}{z} \quad (19) \quad \frac{1}{z} = \frac{1-z}{z} + \frac{1}{z} \quad (20)$$

$$1 = \frac{1-z}{z} + \frac{1}{z} \quad (21) \quad \frac{1}{z} = \frac{1-z}{z} + \frac{1}{z} \quad (22)$$

ساوات درجہ دوم مخلوط

(۱۱۱) مساواتین درجہ دوم مخلوط کی عام صورت یہ ہے

$$لا + ب = لا + ب$$

جنہیں لا اور ب مقدار معلوم ہیں اور وہ کسی طرح کی خواہش منہی خواہ کسر خواہ
لا کے امثال پر ضربیں ساوات کو اقسام کو تو یہ حاصل ہوگا کہ

$$\frac{لا}{ب} = \frac{لا}{ب} + \frac{لا}{ب}$$

$$\frac{لا}{ب} = \frac{لا}{ب} + \frac{لا}{ب}$$

اب $\frac{لا}{ب}$ کی جگہ $\frac{لا}{ب}$ اور $\frac{لا}{ب}$ کی جگہ $\frac{لا}{ب}$

پس آئے معلوم ہوا کہ سب مساواتین درجہ دوم کی تحول اس صورت میں کہ لا + ب = لا + ب کی ہوگی
جسمین $\frac{لا}{ب}$ اور $\frac{لا}{ب}$ کچھ اعداد ہوں مثبت منفی کسر صحیح اسطے اس مساوات صورت عام درجہ دوم
کی مخلوط مساواتوں کی کہتے ہیں

حل مساوات مخلوط درجہ دوم

(۱۱۲) مساوات جو اس صورت لا + ب = لا + ب کی ہو تو اسکی حل کرنے کے لیے صاف

ظاہر معلوم ہوتا ہے کہ ہم جذر ضربیں مساوات کا نکالیں تو مساوات درجہ اول کی حاصل ہوگی اور
اس سے قیمت لا کی دریافت ہو جائیگی

لیکن لا + ب لا مجذور کامل نہیں ہے اسلئے کہ جملہ ثنائی کے مجذور کامل میں تین قسم ہوتے ہیں
اسو اسطے فرض کرو کہ راہیسی رقم ہو کہ جب لا + ب لا پز زیادہ کجای تو ان کو مجذور کامل

یعنی فرض کرو کہ $لا + ع + لا + ر$ ایک مجذور کامل ہے

$$\text{لیکن } (لا + ع)^2 = لا^2 + ع^2 + ۲لا ع$$

اور $(لا + ع)^2 = لا^2 + ع^2 + ۲لا ع$ یعنی (رقم اوسط) = چار گنی حاصل ضرب اطراف کے

$$\text{اسی واسطے } (ع + لا)^2 = لا^2 + ع^2 + ۲لا ع$$

$$\text{یعنی } ع^2 + لا^2 = لا^2 + ع^2 + ۲لا ع$$

$$\text{یعنی } ع^2 = ۲لا ع$$

$$\text{یعنی } ع = ۲لا$$

$$(ع + لا)^2 =$$

یعنی $لا + ع$ لایچہ جو رقم زیادہ ہو کر اوسکو ایک مجذور کامل بنائیگی وہ نصف اشبال لاکہ مجذور اس واسطے اس از زیادہ سے طرفین مساوات $لا + ع = لا + ع$ ق پر یکو یہ حاصل ہوتا ہے

مساوات کی ہر ایک طرف کا جذر نکالنے سے یکو یہ حاصل ہوتا ہے

$$لا + ع = لا + ع$$

$$لا + ع = لا + ع$$

$$لا + ع = لا + ع$$

تینہ مساوات کو ہمیشہ اس صورت $لا + ع = لا + ع$ ق کی طرف تحویل کرو تو اوپر کی ترکیبیں

اوپر کی مساوات کی یہ دو قسمیں ہیں

$$- (ع + لا)^2 + (ع + لا)^2 - (ع + لا)^2$$

اسی واسطے اوپر کا مجموعہ $- (ع + لا)^2$ یعنی $- ع$ ہے

$$\text{اور اوپر کا حاصل ضرب } لا + ع = لا + ع - (ع + لا)^2 - (ع + لا)^2 =$$

$$= لا + ع - ق - لا + ع$$

اسے معلوم ہوا کہ اگر مساوات اس طرح لکھی جائے کہ

یہ تحقیق ہوتا ہے کہ جس مساوات کی یہ صورت ہو اوسکی قیمتوں کا مجموعہ = اشبال لاکہ کی جگہ پر لکھا جائے

حاصل ضرب قیمتوں کا = تیسری رقم

(۱۱۳) اگر اوپر قیمتیں مساوات $لا + ع + لا + ع + ق = ۰$ کی ہوں

$$لا + ع + لا + ق = (لا - ع) (لا - ع)$$

اس واسطے کہ $(لا - ع) (لا - ع) = لا + ع + لا + ق$ = اوپر کا مجموعہ دفعہ آخر کے

اور علیٰ ہذا القیاس اگر ۱ اور ۲ قیمتیں مساوات $لا + ع + لا + ق = ۰$ کے ہوں

$$\text{تو } لا + ع + لا + ق = (لا - ۱) (لا - ۲)$$

$$= (لا + ۱) (لا - ۲) \quad \text{اے سیر کے اگر ۳ اور ۴ قیمتیں مساوات کی ہوں}$$

$$(لا - ۳) (لا - ۴) = ۰ \quad \text{یعنی } لا = ۳ + لا + ۱۲ = ۰ \quad \text{مساوات بنتی ہے}$$

$$\text{اگر قیمتیں ۳ اور ۴ ہوں} \\ (لا - ۳) (لا - ۴) = ۰ \quad \text{یعنی } لا = لا - ۱۲ = ۰ \quad \text{مساوات بنتی ہے}$$

$$\text{اگر قیمتیں ۱۰ اور ۴ ہوں} \\ (لا - ۱۰) (لا - ۴) = ۰ \quad \text{یعنی } لا = لا + ۴ = ۰ \quad \text{مساوات بنتی ہے}$$

$$\text{اگر قیمتیں } \frac{۱}{۲} \text{ اور } \frac{۱}{۳} \text{ ہو تو } (لا + \frac{۱}{۲}) (لا + \frac{۱}{۳}) = ۰ \\ \text{یعنی } لا + \frac{۱}{۲} + لا + \frac{۱}{۳} = ۰ \quad \text{یعنی } لا + لا + \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۳} = ۰ \quad \text{مساوات بنتی ہے}$$

امثلہ نمبر ۱۵ حل کی ہوئی

مثال لا + ۶ = لا = ۲۷ قیمتیں لا کی دریافت کرو
طرفین مساوات پر نصف امثال کا مجذور زیادہ کرو یعنی $(\frac{۶}{۲})$ یعنی ۹ یا ۹ تو یہ حال
 $۹ + ۲۷ = لا + ۶ = ۳۶$

بہر طرف مساوات کا جذر لیا تو
 $لا \pm ۶ = ۳۶$
 $۳۶ - ۶ \pm = لا$

مثال لا - ۸ = لا = ۹ قیمتیں لا کی دریافت کرو
 $۹ - ۸ \pm = لا$

$$\therefore لا - ۸ + ۹ = لا + ۹ = (\frac{۹}{۲})$$

$$\text{تو } لا - ۸ + ۹ = لا + ۹ = ۲۷$$

$$\therefore لا - ۸ + ۹ = لا + ۹ = ۱۴$$

$$۲۵ =$$

$$\therefore لا - ۸ = ۲۵$$

$$\therefore لا + ۵ = ۲۵$$

$$۱ - ۹ =$$

مثال لا - ۴ = لا = ۱۰ قیمتیں لا کی دریافت کرو
 $\therefore لا - ۴ = لا = ۱۰$

$$\therefore لا - ۴ + ۱۰ = لا + ۱۰ = (\frac{۱۰}{۲})$$

$$۲ + ۲۵ = ۲ + ۱۴ - ۱۱$$

$$۲ + ۲۵ = ۲ + ۱۴ - ۱۱$$

$$۲۹ =$$

$$۴ \pm = ۲ - ۱۱$$

$$۲ \pm ۴ \pm = ۱۱$$

$$۲ \pm ۴ \pm = ۱۱$$

$$۱۴ - ۱۱ = ۳ = ۱۴ + ۱۱ - ۲۹$$

$$۱۴ - ۱۱ = ۳$$

$$۱ = ۲۹ + ۲۳ - ۴۲ = ۱۴ + ۱۱ - ۲۹$$

$$۱ \pm = ۸ - ۱۱$$

$$۰۸ + ۱ \pm = ۱۱$$

$$۹ =$$

$$۱۱ + ۸ = ۱۹ = ۱۱ + ۸ - ۳۱$$

$$۱۱ + ۸ = ۱۹$$

$$۱۴ + ۳۱ = ۴۵ = ۱۴ + ۸ + ۱۱$$

$$۱۵ =$$

$$۱۵ - ۸ \pm = ۲ + ۱۱$$

$$۱۵ - ۸ \pm = ۲ + ۱۱$$

یہ ناممکن اور تخیلی قیمتیں ہیں

$$۱۱ - ۲ = ۹ = ۱۱ - ۲ = ۹$$

$$۱۱ - ۲ = ۹ = ۱۱ - ۲ = ۹$$

$$۱۱ - ۲ = ۹ = ۱۱ - ۲ = ۹$$

$$۱۱ - ۲ = ۹ = ۱۱ - ۲ = ۹$$

$$۱۱ - ۲ = ۹ = ۱۱ - ۲ = ۹$$

$$۱۱ - ۲ = ۹ = ۱۱ - ۲ = ۹$$

ساوات کی ہر رقم کو ۳ پر تقسیم کر دیا کہ سر ۱۱ کا ایک ہو جا

$$۱۱ - ۲ = ۹ = ۱۱ - ۲ = ۹$$

$$۱۱ - ۲ = ۹ = ۱۱ - ۲ = ۹$$

$$۱۱ - ۲ = ۹ = ۱۱ - ۲ = ۹$$

مثال ۱

مثال ۲

مثال ۳

مثال ۴

$$\frac{1}{9} + \frac{304}{3} =$$

$$\frac{1349}{9} =$$

$$\frac{34}{3} \pm = \frac{1}{3} + 11 \therefore$$

$$\frac{1}{3} - \frac{34}{3} \pm = 11 \therefore$$

$$\frac{31}{3} \text{ یا } \frac{37}{3} =$$

$$\frac{38}{3} - 11 \pm =$$

مثال ۷۷ - ۲۰ = ۳۲ قیمتین لاکی دریافت کرو

هر رقم کو به بر تقسیم کردو

$$\left(\frac{3}{2}\right) + \frac{32}{2} = \left(\frac{3}{2}\right) + 16 - 11 \therefore \frac{32}{2} = 16 - 11 \therefore$$

$$\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{32}{2} = \left(\frac{1}{2}\right) + 16 - 11 \therefore$$

$$\frac{10}{4} + \frac{324}{4} =$$

$$\frac{334}{4} =$$

$$\frac{18}{2} \pm = \frac{1}{2} - 11 \therefore$$

$$\frac{1}{2} + \frac{18}{2} \pm = 11 \therefore$$

$$17 \text{ یا } \frac{4}{2} =$$

مثال ۷۸ ۳۰ + ۱۱ = ۴۱ قیمتین لاکی دریافت کرو

$$\left(\frac{3}{4}\right) + \frac{4}{4} = \left(\frac{3}{4}\right) + 1 - 11 \therefore$$

$$\left(\frac{1}{4}\right) + \frac{4}{4} = \left(\frac{1}{4}\right) + 1 - 11 \therefore$$

$$\left(\frac{2}{4}\right) + \frac{4}{4} = \left(\frac{2}{4}\right) + 1 - 11 \therefore$$

$$\frac{29}{4} + \frac{4}{4} =$$

$$\frac{33}{4} = \frac{29}{4} + \frac{4}{4} =$$

$$\frac{11}{4} \pm = \frac{3}{4} + 11 \therefore$$

$$\frac{3}{4} - \frac{11}{4} \pm = 11 \therefore$$

$$13 \text{ یا } \frac{3}{4} =$$

مثال ۷۹ ۱۱ - ۱۱ = ۲۰ قیمتین لاکی دریافت کرو

$$213 \quad \frac{1}{4} + 210 = \left(\frac{1}{4}\right) + 210$$

$$\frac{1}{4} + 210 =$$

$$\frac{841}{4} =$$

$$\frac{29}{4} \pm = \frac{1}{4} - 210$$

$$\frac{1}{4} + \frac{29}{4} \pm = 210$$

$$12 - 15 =$$

مثال ۱۷ لکھ ۲-۲ ب لکھ ۲۲ قسمن لکھ دریافت کرو

$$\frac{2}{14} = \frac{2}{14} - \frac{2}{14}$$

$$\frac{2}{14} = \frac{2}{14} - \frac{2}{14}$$

$$\therefore \frac{2}{14} - \frac{2}{14} = \frac{2}{14} + \frac{2}{14} = \left(\frac{2}{14}\right) + 210$$

$$\frac{2+2}{14} \pm = \frac{2}{14} - 210$$

$$\frac{2}{14} + \frac{2+2}{14} \pm = 210$$

$$\frac{2+2}{14} - \frac{2+2}{14} + 210 = 210$$

مثال ۱۸ لکھ ۲۲ قسمن لکھ دریافت کرو

$$22 - 22 = 3 + 22$$

$$25 - 22 = 25 + 22$$

$$25 = 25 - 22$$

ہر رقم کی علامت بدل دو

$$\frac{25}{14} = \frac{25}{14} - \frac{22}{14}$$

$$\therefore \frac{25}{14} + \frac{22}{14} = \frac{25}{14} + \frac{22}{14}$$

$$\frac{25}{14} =$$

$$\frac{10}{14} \pm = \frac{5}{7} - 210$$

$$\frac{5}{7} + \frac{10}{7} \pm = 210$$

$$12 - 15 =$$

امثلہ نمبری اہ مشق کے واسطے

حل کرو ان مساواتوں کو

$$\begin{aligned}
 ۶۵ &= ۸۸ + ۷۱ \quad (۲) & ۸۰ &= ۸۶ + ۷۱ \quad (۱) \\
 ۵۶ &= ۸۱۰ + ۷۱ \quad (۳) & ۵ &= ۸۸ + ۷۱ \quad (۴) \\
 ۱۰۸ &= ۸۱۲ + ۷۱ \quad (۵) & ۸۸ &= ۸۸ - ۷۱ \quad (۵) \\
 ۹ &= ۳ - ۸۸ - ۷۱ \quad (۸) & ۱۶ &= ۸۶ - ۷۱ \quad (۶) \\
 ۰ &= ۱۳۵ - ۸۶ + ۷۱ \quad (۱۰) & ۶۰۰ &= ۸۰ + ۸۶ + ۷۱ \quad (۹) \\
 ۳۰۶ &= ۸ + ۷۱ \quad (۱۲) & ۲ &= ۸ - ۷۱ \quad (۱۱) \\
 ۰ &= ۵۰ + ۸۱۲ + ۷۱ \quad (۱۴) & ۰ &= ۱۵ + ۸۱۶ - ۷۱ \quad (۱۳) \\
 ۱۲ &= ۸۱۱ - ۷۱ \quad (۱۶) & ۲۴ &= ۸۵ - ۷۱ \quad (۱۵) \\
 ۱۰۰ &= ۸۲۱ + ۷۱ \quad (۱۸) & ۸۸ &= ۸۱۲ + ۷۱ \quad (۱۶) \\
 ۰ &= ۲۸ - ۸۳ + ۷۱ \quad (۲۰) & ۹ &= ۱ + ۸۴ - ۷۱ \quad (۱۹) \\
 ۱۴ &= \frac{۸۵}{۲} + ۷۱ \quad (۲۲) & \frac{۸۵}{۲} &= \frac{۸۳}{۲} - ۷۱ \quad (۲۱) \\
 ۸۲۴ &= ۳ - ۸۳ \quad (۲۴) & ۸۲۲ &= ۲۸ - ۷۱ \quad (۲۳) \\
 ۲۳ &= ۸۱۸ - ۷۱ \quad (۲۶) & ۰ &= ۲ + ۸۲ - ۷۱ \quad (۲۵) \\
 ۰ &= ۲۱ - ۸۲ - ۷۱ \quad (۲۸) & ۲۸ &= ۸۵ - ۸۳ \quad (۲۶) \\
 ۰ &= ۲۵ + ۸۲ - ۸۳ \quad (۳۰) & ۰ &= ۴ - ۸۵ + ۸۲ \quad (۲۹) \\
 ۸۲۶ &= ۲۸ - ۸۲ \quad (۳۲) & ۱۶ &= \frac{۲}{۳} ۱۸ + \frac{۲}{۳} - ۸۲ \quad (۳۱) \\
 ۰ &= ۷ + ۸۳ - ۸۶ \quad (۳۴) & ۲۵ &= ۸۴ + ۸۵ \quad (۳۲) \\
 ۰ &= ۲۲ - ۸۱۵ + ۷۱ \quad (۳۶) & ۸۹۲ &= ۸۴ - ۸۴ \quad (۳۵) \\
 ۰ &= (۳ + ۸)(۸ + ۸) - (۱ + ۸۲) ۸ \quad (۳۷) \\
 ۸۸ &= (۳ - ۸۲) \quad (۳۸) \\
 ۱ - ۸۸ &= (۱ - ۸) ۸ \quad (۴۰) & ۰ &= (۲ - ۸)(۱ - ۸) \quad (۳۹) \\
 ۰ &= (۲ + ۸)(۱۲ - ۸) \quad (۴۲) & (۸ - ۲) ۸ &= ۱ + ۸۱۱ \quad (۴۱) \\
 ۱ &= (۸ - ۸) ۱۶ - ۷۱ \quad (۴۴) & ۰ &= ۷۲ + ۸۲ + ۱ \quad (۴۳) \\
 (۲ + ۸۳) - ۸۸۲ &= (۸۶ + ۷۱) ۴ \quad (۴۶) & ۰ &= ۲ - (۸ - ۳) ۸ \quad (۴۵) \\
 ۰ &= ۵ - ۸۱۵ + ۸۲ - ۸۲ \quad (۴۸) & ۰ &= ۲۹ + ۸۱۹ - ۷۱ \quad (۴۷) \\
 ۲۴ &= (۸ + ۸)(۲۳ + ۸) \quad (۵۰) & ۸۸ &= ۸۸ + (۳ - ۸) \quad (۴۹) \\
 ۱۸۳ &= (۸ - ۱۹) + ۷۱ \quad (۵۲) & ۷۲ &= (۸ - ۱) ۲ \quad (۵۱) \\
 (۲ - ۸) - ۸۱۵ &= (۲ + ۸)(۵۸) & ۷۱ - ۸ &= ۸(۲ - ۱) \quad (۵۳)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (55) \quad (n+1)(n-1) &= n^2 - 1 \\
 (56) \quad 3n - 1 &= (n+1) - 2 \\
 (57) \quad (n+1) - 2 &= (n-1) - 2 \\
 (58) \quad (n+1) - 2 &= (n-1) - 2 \\
 (59) \quad (n+1) - 2 &= (n-1) - 2 \\
 (60) \quad (n+1) - 2 &= (n-1) - 2
 \end{aligned}$$

مثال ۱۳

$$\begin{aligned}
 3 - n &= (3 - n) \\
 3 - n &= 18 - n \\
 15 &= 3 - 18 = n - 5 \\
 \frac{15}{1} &= \frac{n - 5}{1} \\
 \left(\frac{1}{1}\right) + \frac{15}{1} &= \left(\frac{1}{1}\right) + \frac{n - 5}{1} \\
 \frac{1 + 15}{1} &= \frac{1 + n - 5}{1} \\
 \frac{16}{1} &= \frac{n - 4}{1}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{16}{1} &= \frac{n - 4}{1} \\
 \frac{1}{1} + \frac{15}{1} &= \frac{n - 4}{1} \\
 \frac{1}{1} - \frac{15}{1} &= \frac{n - 4}{1} \\
 \frac{1}{1} - \frac{15}{1} &= \frac{n - 4}{1}
 \end{aligned}$$

مثال ۱۴

$$\begin{aligned}
 (1+n) &= (1+n) \\
 4 + n &= 4 + n \\
 4 - n &= 4 - n
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4 - n &= 4 - n \\
 4 &= 4 \\
 \frac{1}{1} + \frac{15}{1} &= \frac{n - 4}{1} \\
 \frac{1}{1} - \frac{15}{1} &= \frac{n - 4}{1}
 \end{aligned}$$

مثال ۱۵

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{1} - \frac{15}{1} &= \frac{n - 4}{1} \\
 \frac{1}{1} - \frac{15}{1} &= \frac{n - 4}{1}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 ۱۱۸ - ۱۲۶ &= ۱۱۸ - ۱۲۶ \\
 ۱۲۶ - ۱۱۸ &= ۱۱۸ - ۱۲۶ \\
 ۱۲۶ - ۱۱۸ &= ۱۱۸ - ۱۲۶ \\
 ۱۱۸ - ۱۲۶ &= ۱۱۸ - ۱۲۶ \\
 \frac{۱۱۸}{۱۱} + \frac{۱۲۶}{۱۱} &= \frac{۱۱۸}{۱۱} + \frac{۱۲۶}{۱۱} \\
 \frac{۴۲۹ + ۶۹۳}{۱۲۱} &= \frac{۳۶}{۱۲۱} =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{۱۱۸}{۱۱} \pm \frac{۱۲۶}{۱۱} &= \frac{۱۱۸}{۱۱} - \frac{۱۲۶}{۱۱} \\
 \frac{۱۱۸}{۱۱} + \frac{۱۲۶}{۱۱} &= \frac{۱۱۸}{۱۱} + \frac{۱۲۶}{۱۱}
 \end{aligned}$$

مثال ۱۴ $\frac{۱}{۳} \times ۸ = \frac{۵-۱۲}{۲-۱۱} + \frac{۲}{۱۱}$ قیمتیں لاکھ دریافت کرو

یعنی ۶ لکھ (۳-۱۱) + ۲ (۵-۱۲) = (۱۱-۲) ۲۵ = (۱۱-۲) (۳-۱۱) اسے ہلکے معلوم ہوتا ہے کہ

$$\begin{aligned}
 ۲۵ - ۱۱۸ &= ۱۱۸ - ۲۵ \\
 \frac{۲۵}{۱۱} - \frac{۱۱۸}{۱۱} &= \frac{۱۱۸}{۱۱} - \frac{۲۵}{۱۱} \\
 \frac{۲۵}{۱۱} + \frac{۱۱۸}{۱۱} &= \frac{۲۵}{۱۱} + \frac{۱۱۸}{۱۱} \\
 \frac{۳۶۱}{۱۱۹} &=
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{۲۵}{۱۱} \pm \frac{۱۱۸}{۱۱} &= \frac{۲۵}{۱۱} - \frac{۱۱۸}{۱۱} \\
 \frac{۲۵}{۱۱} + \frac{۱۱۸}{۱۱} &= \frac{۲۵}{۱۱} + \frac{۱۱۸}{۱۱}
 \end{aligned}$$

مثال ۱۵ $\frac{۱}{۱۳} \times ۶ = \frac{۱+۱۰-۱۱}{۹+۱۰۶-۱۱}$ قیمتیں لاکھ دریافت کرو

$$\frac{۱}{۱۳} \times ۶ = \frac{۱+۱۰-۱۱}{۹+۱۰۶-۱۱}$$

$$(۹+۱۰۶-۱۱) (۱-۱۱) = ۱+۱۰-۱۱$$

$$۲۸ - ۱۱۸ + ۱۱۹ = ۱۱۸ - ۲۸$$

$$\frac{۲۸}{۱۱} + \frac{۱۱۸}{۱۱} = \frac{۲۸}{۱۱} + \frac{۱۱۸}{۱۱}$$

$$\frac{۱۱۸}{۱۱} =$$

$$\frac{۲۸}{۱۱} \pm \frac{۱۱۸}{۱۱} = \frac{۲۸}{۱۱} + \frac{۱۱۸}{۱۱}$$

$$\frac{۲۸}{۱۱} - \frac{۱۱۸}{۱۱} = ۱۱$$

اشدہ نمبری ۱۵ مشتق کے واسطے

ب ان مساواتوں کو حل کرو

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{x} &= \frac{1}{x+4} + x \quad (2) & x &= \frac{x^2}{x^2+1} + \frac{x}{x^2+1} \quad (1) \\
 x^2 &= \frac{x^2-3x+4}{x} \quad (3) & y &= \frac{y^2}{y^2+1} + \frac{y}{y^2+1} \quad (4) \\
 \frac{x^2-4}{y} &= x-4 \quad (5) & \frac{y}{x^2+1} + x &= x \quad (6) \\
 \frac{1}{x} &= \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \quad (7) & \frac{y^2+1}{x} &= \frac{y}{x} + \frac{1}{x} \quad (8) \\
 \frac{1}{x} &= \frac{x^2-1}{x^2-1} + \frac{x+1}{x^2-1} \quad (9) & \frac{x-1}{y} &= \frac{1-x}{y} - \frac{x-1}{y} \quad (10) \\
 \frac{x^2+9}{x} - x &= \frac{1+x}{x} \quad (11) & \frac{(1-x)}{y} + \frac{x-1}{x} &= \frac{x+1}{x} + \frac{x-1}{x} \quad (12) \\
 &= \frac{x}{x^2-1} - \frac{1}{x-1} \quad (13) & \frac{x}{x^2-1} &= \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} \quad (14) \\
 \frac{x^2-1}{x} &= \frac{x^2-1}{x} - \frac{x+1}{x} \quad (15) & x &= \frac{x-1}{x+1} - \frac{x^2}{x+1} \quad (16) \\
 \frac{x-1}{x-1} - x &= \frac{x-1}{x} \quad (17) & \frac{1}{x} &= \frac{x}{x^2-1} - \frac{x-1}{x} \quad (18) \\
 \frac{x^2}{x} &= \frac{x^2-1}{x} - \frac{x-1}{x+1} \quad (19) & x^2 &= \frac{x}{x+1} - \frac{1+x}{x} \quad (20) \\
 \frac{1}{x} &= \frac{(x-1)x}{x^2-1} \quad (21) & \frac{1}{x} &= \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \quad (22) \\
 \frac{x}{x} &= \frac{x-1}{x-1} + \frac{x-1}{x-1} \quad (23) & \frac{1}{x} &= \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \quad (24) \\
 \frac{1}{(1-x)} &= \frac{1}{(1-x)} + \frac{1}{x} \quad (25) & \frac{1}{(1-x)} &= \frac{1}{(1-x)} + \frac{1}{x} \quad (26) \\
 q-x &= \frac{1-x}{x} - \frac{x}{x+1} \quad (27) & \frac{1}{x} &= \frac{1}{(1-x)} - \frac{x}{(1-x)x} \quad (28) \\
 \frac{x}{x+1} &= x(x-1) + x(x+1) \quad (29) & \frac{x}{x} &= \frac{x}{x+1} + \frac{x}{x} \quad (30) \\
 \frac{x}{x} &= \frac{x-1}{x+1} - \frac{x+1}{x-1} \quad (31) & \frac{1}{x} &= \frac{x-1}{x} - \frac{x+1}{x} \quad (32) \\
 \frac{q}{x} &= \frac{q-1}{x-1} - \frac{x}{x+1} \quad (33) & \frac{q-1}{x} &= \frac{q-1}{x} + \frac{x}{x} \quad (34) \\
 11 &= \frac{x-1}{x+1} - \frac{x+1}{x} \quad (35) & \frac{x}{x^2+1} &= \frac{x+1}{x^2+1} - \frac{x-1}{x^2+1} \quad (36) \\
 \frac{(x+1)(x+1)}{(x+1)(x+1)} &= \frac{(1-x)x}{(x+1)(x+1)} \quad (37) & \frac{x}{x^2+1} &= \frac{(x-1)(x+1)}{(x+1)(x+1)} \quad (38) \\
 \frac{x}{x} &= \frac{1}{x^2+1} + \frac{1}{x^2+1} + \frac{1}{x^2+1} \quad (39) & \frac{x}{x^2+1} &= \frac{x}{x^2+1} + \frac{1}{x^2+1} \quad (40) \\
 \frac{x}{x} &= \frac{1}{x^2+1} + \frac{1}{x^2+1} + \frac{1}{x^2+1} \quad (41) & \frac{x}{x^2+1} &= \frac{1}{x^2+1} + \frac{1}{x^2+1} \quad (42)
 \end{aligned}$$

مثال ۱

$$\begin{aligned}
 \frac{x}{x^2+1} &= \frac{1}{x^2+1} + \frac{1}{x^2+1} + \frac{1}{x^2+1} \\
 \frac{x}{x^2+1} &= \frac{1}{x^2+1} + \frac{1}{x^2+1} + \frac{1}{x^2+1} \\
 \frac{x}{x^2+1} &= \frac{1}{x^2+1} + \frac{1}{x^2+1} + \frac{1}{x^2+1}
 \end{aligned}$$

$$\frac{16}{17} = 17 - 17 + 17 = 17$$

مثال ۱۹
یعنی ۱۷ لکھ ۱۸ لکھ = $\frac{16}{17}$ لکھ
جس کو حل کرنے سے $17 = 17 - 17 + 17$ لکھ
مثبتین لکھ دریافت کرو
 $(17 - 5)(17 + 2) = 10 - 17 = 17$
 $(17 - 5)(17 + 2) = 10 - 17 = 17$

$$100 + 170 - 17 = 17$$

جسے حل کرنے سے $17 = 17 - 17 + 17$ لکھ
۸۰ لکھ یا ۳ لکھ کے

مثان ۲۰
ساوات کی دونوں طرف کا مجذور کیا تو
 $17 - 17 = 17 + 17 + 17 + 17 + 17 = 17$

$$17 - 17 = 17 + 17 + 17 + 17 + 17 = 17$$

$$17 - 17 = 17 + 17 + 17 + 17 + 17 = 17$$

$$17 - 17 = 17 + 17 + 17 + 17 + 17 = 17$$

$$17 - 17 = 17 + 17 + 17 + 17 + 17 = 17$$

$$17 - 17 = 17 + 17 + 17 + 17 + 17 = 17$$

$$17 - 17 = 17 + 17 + 17 + 17 + 17 = 17$$

$$17 - 17 = 17 + 17 + 17 + 17 + 17 = 17$$

مثال ۲۱
مثبتین لکھ دریافت کرو
 $\frac{17 + 17}{(17 - 17)} = 17 + 17 + 17 + 17 + 17 = 17$

$$17 + 17 = 17 + 17 + 17 + 17 + 17 = 17$$

$$17 + 17 = 17 + 17 + 17 + 17 + 17 = 17$$

$$17 + 17 = 17 + 17 + 17 + 17 + 17 = 17$$

$$17 + 17 = 17 + 17 + 17 + 17 + 17 = 17$$

$$17 + 17 = 17 + 17 + 17 + 17 + 17 = 17$$

$$\frac{17 + 17}{11} = \frac{17 + 17}{11} = 17 + 17 + 17 + 17 + 17 = 17$$

$$\frac{17}{4} = \frac{17}{4} = 17 + 17 + 17 + 17 + 17 = 17$$

$$\frac{17}{3} = \frac{17}{3} = 17 + 17 + 17 + 17 + 17 = 17$$

مثال ۲۲

$$\text{یعنی } 9\sqrt{2} = 6\sqrt{2} (1 + \sqrt{2})$$

$$9\sqrt{2} = 6\sqrt{2} + 6\sqrt{2}\sqrt{2}$$

$$9\sqrt{2} = 6\sqrt{2} + 12$$

اسے معلوم ہوتا ہے کہ $9\sqrt{2} = 6\sqrt{2} + 12$ یا $3\sqrt{2} = 12$
 مسئلہ نمبر ۱۵ مشتق کے واسطے
 ح ان مساواتوں کو حل کرو

$$5 - \sqrt{2} = \sqrt{2} - \sqrt{2} \quad (2) \quad \frac{5}{2} = \sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{2} \quad (1)$$

$$9 = \sqrt{2} + \sqrt{2} \pm \sqrt{2} \quad (3) \quad \sqrt{2} + \sqrt{2} = \sqrt{2} + \sqrt{2} \quad (4)$$

$$9 + \sqrt{2} + \sqrt{2} = 5 + \sqrt{2} \quad (5) \quad 12 = \sqrt{2} + \sqrt{2} \cdot 5 + \sqrt{2} \quad (6)$$

$$\sqrt{2} = 1 + \sqrt{2} + 3 + \sqrt{2} \quad (7) \quad 1 + \sqrt{2} = \sqrt{2} - \sqrt{2} + 2 + \sqrt{2} \quad (8)$$

$$\sqrt{2} + \sqrt{2} = \sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{2} \quad (9) \quad \sqrt{2} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \quad (10)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{2}} = \sqrt{2} - \sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{2} \quad (11) \quad \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{2}} = \sqrt{2} + \sqrt{2} \quad (12)$$

$$\frac{1 + \sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{2}} = \sqrt{2} - \sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{2} \quad (13) \quad \frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{2} + \sqrt{2} - \sqrt{2}}{\sqrt{2} - \sqrt{2}} \quad (14)$$

$$= \frac{1 - \sqrt{2}}{\sqrt{2} - \sqrt{2}} = \frac{1 + \sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{2}} \quad (15) \quad \frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{2}} = \frac{1 + \sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{2}} \quad (16)$$

$$(17) \text{ مساوات جسکی صورت لگن } \pm \sqrt{2} = \sqrt{2} \text{ یعنی اوپرین مقدار بحمولہ دو طرفوں میں}$$

یابی جاگ اور اس کا قوت نامہ درجہ اعلیٰ کا دو چند درجہ اعلیٰ سے ہو تو وہ مثل مساوات درجہ دوم کے
 حل ہو سکتی ہے ان مثالوں کو دیکھو

$$\text{مثال } 9 - \sqrt{2} = 6\sqrt{2} = 6\sqrt{2} \text{ قیمتیں لاکھی دریافت کرو}$$

$$\therefore 9 - \sqrt{2} = 6\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$$

$$3\sqrt{2} =$$

$$6\sqrt{2} = 3\sqrt{2} \pm 3\sqrt{2}$$

$$\therefore 9 = 3\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 9\sqrt{2}$$

$$\therefore 9 = 3\sqrt{2} \pm 3\sqrt{2}$$

$$\text{مثال } 9 - \sqrt{2} = 6\sqrt{2} = 6\sqrt{2} \text{ قیمتیں لاکھی دریافت کرو}$$

$$9 - \sqrt{2} = 6\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$$

$$3\sqrt{2} =$$

$$\begin{aligned} 4 \pm 1 &= 1 - \sqrt{3} \\ 1 + 4 \pm &= \sqrt{3} \end{aligned}$$

مثال

$$\begin{aligned} 4 - \sqrt{3} &= \sqrt{3} - 1 \\ 4 - \sqrt{3} &= \sqrt{3} - 1 \\ 4 - \sqrt{3} &= \sqrt{3} - 1 \\ 4 - \sqrt{3} &= \sqrt{3} - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5 \pm 4 &= \sqrt{3} - 1 \\ 2 \pm 5 &= \sqrt{3} - 1 \\ 3 + 2 \pm &= \sqrt{3} - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 21 - 12 &= \sqrt{3} - 1 \\ (21 - 12) &= \sqrt{3} - 1 \\ 21 - 12 &= \sqrt{3} - 1 \end{aligned}$$

مثال

$$\begin{aligned} 2 - \sqrt{3} &= 1 + \sqrt{3} \\ 2 - \sqrt{3} &= 1 + \sqrt{3} \\ 2 - \sqrt{3} &= 1 + \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$5 = 1 - \sqrt{3}$$

$$5 \pm 1 = 1 + \sqrt{3}$$

$$(5 \pm 1) = 1 + \sqrt{3}$$

$$1 - (5 \pm 1) = \sqrt{3}$$

انتباه بعض اور مساواتیں یہی مخلوط مساوات درجہ دوم کی صورت میں آسکتی ہیں مثالاً

مثال

$$2 - \sqrt{3} = 1 + \sqrt{3}$$

لہٰذا کو جمع اور تفریق کرو

$$132 = \sqrt{3} - 1 - \sqrt{3} + 1$$

$$132 = (\sqrt{3} - 1) - (\sqrt{3} - 1)$$

$$\frac{1}{132} + 132 = \frac{1}{132} + (\sqrt{3} - 1) - (\sqrt{3} - 1)$$

$$\frac{133}{132} =$$

$$\frac{133}{132} \pm = \frac{1}{132} - (\sqrt{3} - 1)$$

$$\frac{1}{132} + \frac{133}{132} \pm = \sqrt{3} - 1$$

$$12 + 11 =$$

اب ان مساواتوں

۵۲ - ۱۱ = ۴۱ اور ۵۲ - ۱۲ = ۴۰ کے حل کرنے سے یہ حال ہوتا ہے کہ
 $\frac{۴۱ \pm ۱}{۲} = ۲۱$ اور ۴۰ اور ۴۱

مثال ۶ ۵۲ - ۱۲ = ۴۰ اور ۵۲ - ۱۱ = ۴۱ کے حل کرنے سے یہ حال ہوتا ہے کہ
 $۵۲ - ۱۱ = ۴۱$ اور ۵۲ - ۱۲ = ۴۰ کے حل کرنے سے یہ حال ہوتا ہے کہ

$$\begin{aligned} ۱۹ &= ۴۰ - ۲۱ = ۱۹ \\ ۲۵ &= ۴۱ - ۱۶ = ۲۵ \\ ۵ \pm ۳ &= ۸ \text{ اور } ۵ \pm ۴ = ۹ \\ ۳ - ۵ \pm &= -۲ \text{ اور } ۳ - ۴ \pm = -۱ \end{aligned}$$

اب ان مساواتوں کے

۵۲ - ۱۱ = ۴۱ اور ۵۲ - ۱۲ = ۴۰ کے حل کرنے سے یہ حال ہوتا ہے کہ

مثال نمبر ۵۲ مشق کے واسطے

ان مساواتوں کو حل کرو

$$\begin{aligned} (۱) \quad ۴۹ &= ۵۲ - ۳ \\ (۲) \quad ۱۹ &= ۵۲ - ۳۳ \\ (۳) \quad ۳۳ &= ۵۲ - ۱۹ \\ (۴) \quad ۳۳ &= ۵۲ - ۱۹ \\ (۵) \quad ۳۳ &= ۵۲ - ۱۹ \\ (۶) \quad ۳۳ &= ۵۲ - ۱۹ \\ (۷) \quad ۳۳ &= ۵۲ - ۱۹ \\ (۸) \quad ۳۳ &= ۵۲ - ۱۹ \\ (۹) \quad ۳۳ &= ۵۲ - ۱۹ \\ (۱۰) \quad ۳۳ &= ۵۲ - ۱۹ \\ (۱۱) \quad ۳۳ &= ۵۲ - ۱۹ \\ (۱۲) \quad ۳۳ &= ۵۲ - ۱۹ \end{aligned}$$

سوالات درجہ دوم
 مثال نمبر ۵۳ سوالات حل کیے ہوئے

سوال ۵۶ کو ایسے دو حصوں میں تقسیم کرو کہ اوٹ کا حاصل ضرب ۶۴۰ ہو

فرض کرو کہ ۵۶ = ایک حصہ کے
 تو ۵۶ - ۵۶ = دوسرے حصہ کے

بوجھ شراکط سوال ۵۶ = ۵۶ - ۵۶ = ۰

۵۶ - ۵۶ = ۰

اسکے حل کرنے کے لیے ۵۶ اور ۱۶ - ۱۶ = ۰ یا ۵۶ کے حاصل ہونا
 ۵۶ اور ۱۶ حصص مطلوب ہیں

سوال ۱ دو اعداد ایسے دیے گئے ہیں کہ ان کا تفاوت ۷ ہے اور ان کا نصف حاصل ضرب مع بہ کے برابر ہوتا ہے
چھوٹے عدد کے مجزوری کے اعداد کو دریافت کرو

فرض کرو کہ $ل = ۷$ چھوٹے عدد کے
 $ل + ۷ = ۷$ بڑے عدد کے

ازروی سوال $ل(ل + ۷) = ۳ + ۳ = ۳۰$

اسکے حل کرنے سے $ل = ۱۲$ یا ۵ کے

$ل + ۷ = ۱۹$ یا ۲ کے

اعداد ۱۲ اور ۱۹ یا ۵ اور ۲

سوال ۲ کو ایسے دو حصوں میں تقسیم کرو کہ ان کا حاصل ضرب بڑھ گنا اون کے تفاوت سے ہو

فرض کرو کہ $ل = ۳$ چھوٹے حصہ کے

$۳ - ل = ۳$ بڑے حصہ کے

$ل(۳ - ل) = ۸(۳ - ل)$

$۳۰ - ل = ۲۴$

اسکے حل کرنے سے $ل = ۶$ یا ۴ کے

$۳ - ل = ۱۰$ یا ۲۴

اب ظاہر ہے کہ ۴ کوئی حصہ ۳ کا نہیں ہو سکتا اس لیے ۶ اور ۲ حصص مطلوب ہیں

سوال ۳ ایک مزدور کو گھر کو دیتے آؤن میں سے ایک گڑا یا گڑا دو سر گڑے سے تھرا

اور مزدوری کے ۸ روپیہ ادا کرتا ہے اور ہر گڑے کی کھدائی کے واسطے وہ اتنے آنے فی گڑے

پاتا ہے جتنی کہ اس کے طول میں گڑے ہر گڑے کا طول دریافت کرو

فرض کرو کہ $ل = ۷$ چھوٹے گڑے کے طول کے گروں کے

$ل + ۷ = ۷$ بڑے

تو $ل(ل + ۷) = ۷$ آؤن کے جو چھوٹے گڑے کے کہونے کے مزدوری

$(ل + ۷)(ل + ۷) = ۷$ آؤن کے جو بڑے

ازروی سوال $ل(ل + ۷) = ۲۸۹$

اسکے حل کرنے سے $ل = ۱۵$ یا ۸

طول اون کے ۸ اور ۱۵

سوال ۴ ایک شخص نے ۲۰ روپیہ کی کچھ بٹریں خریدیں اگر آٹھ بٹریں اور زیادہ آتیں تو ہر کم فی

کم دیے پڑتے بٹریوں کی تعداد دریافت کرو

فرض کرو کہ لا = تعداد بیٹروں کی
تو لا = قیمت فی بیٹر کے روپوں کی
اگر ۸ بیٹرین زیادہ آئیں

اور بموجب شرائط سوال کے
قیمت ہر بیٹر کی دوسری حالت میں ۸ روپے = قیمت ہر بیٹر کی حالت اول میں
یعنی لا + ۸ = ۱۲
اسے معلوم ہوا کہ لا = ۴ یا ۲۸ - دوسری قیمت سوال میں موزوں نہیں ہو سکتی
لیکن اگر سوال کی شرائط ترمیم کی جائیں تو قیمت ۸ کی البتہ سوال سے متعلق ہو سکتی ہے
مساوات میں لا کی جگہ - لا رکھو تو یہ حاصل ہو گا کہ

یعنی لا - ۸ = ۱۲
اسے یہ معلوم ہوتا ہے کہ ہر بیٹر جو آٹھ بیٹروں کی زیادہ آئی تھی وہ آٹھ بیٹروں کے کم آنے سے
بدلی جا کر قیمت میں کمی ۸ آنے کی تھی وہ ۸ کی زیادتی سے تبدیل ہو تو سوال جسے ۲۸ -
قیمت متعلق ہو سکتی ہے یہ ہو گا کہ ایک شخص نے ۱۲ روپے کی کچھ بیٹرین خریدیں اگر آٹھ بیٹرین کم
آئیں تو ۸ زیادہ بیٹر بیچے دینے پڑتے بیٹروں کی تعداد دریافت کرو
سوال دو تھانوں میں ۲۰ میل کا فاصلہ تھا مومن اور سون دونوں ایک مقام سے چلے اور
ایک میل فی گنٹہ زیادہ مومن سے چلتا ہے اور نزل مقصود پر آگنٹہ پیشتر پہنچتا ہے تو بتاؤ
ہر شخص کس رفتار سے چلتا ہے

فرض کرو کہ لا = تعداد میلوں کی جو فی گنٹہ سون چلتا ہے
تو لا + ۱ = تعداد میلوں کی جو فی گنٹہ مومن چلتا ہے
اب لا = تعداد گنٹوں کی جنہیں سون نے سفر کیا
لا + ۱ = تعداد گنٹوں کی جنہیں مومن نے سفر کیا

اور بموجب شرائط سوال کے
اسے معلوم ہوتا ہے کہ لا = ۵ یا ۶ لیکن نفس سوال سے معلوم ہوتا ہے کہ ۶ او سے چھ
اسوائے اس مومن نے جو رفتار فی گنٹہ رکھی = ۵
مومن نے جو رفتار فی گنٹہ رکھی = ۶

سوال دو مقاموں کے درمیان فاصلہ ۲۰ میل کا ہے اور مقاموں کے مابین اور سوہن بارادہ ملاقات ایک ہی وقت چلتے تو تین کے سوہن ہر روز ۸ میل کم چلتا ہے اور جتنے دنوں میں یہ دونوں آپس میں ملے اور کئی تعداد برابر نصف اور میلوں کی تعداد کے تہی جو سوہن ہر روز طے کرتا تھا تو تین اور سوہن ہر روز کتنے کتنے میل چلتے تھے اور یہ کتنے کتنے میل مسافت طے کی

فرض کرو کہ لا = تعداد میلوں کے جو سوہن ہر روز طے کرتا تھا

تو لا + ۸ = تعداد دنوں کی جن میں سوہن نے سفر کیا
 لا = تعداد میلوں کی جو سوہن نے طے کئے

لا (۸ + لا) = سوہن
 بموجب شرائط سوال کے

$$۳۲۰ = \frac{لا}{۲} + \frac{لا(۸+لا)}{۲}$$

اس کے حل کرنے سے لا = ۱۶ یا ۲۰ کے

اسوے رفتار میں ۱۶ اور ۲۰ میل ہیں اور سوہن نے ۱۹۲ میل اور سوہن نے ۲۸ میل مسافت طے کی

مثال ۱۰۔ اسی دو حصوں میں تقسیم کرو کہ اونکا حاصل ضرب ۳۰ ہو

فرض کرو کہ لا = ایک حصہ کے
 تو لا - ۱۰ = دوسرے حصہ

بموجب شرائط سوال کے لا (لا - ۱۰) = ۳۰

جس کے حل کرنے سے لا = ۵ ± ۱۵

اسے معلوم ہوتا ہے کہ سوال ناممکن ہے ایسے کوئی اعداد نہیں دریافت ہو سکتے

امثلہ نمبری ۳۵ سوالات مشق کے واسطے

(۱) دو عدد ایسے دریافت کرو کہ اونکا تفاوت ۸ ہو اور حاصل ضرب ۲۷۰

(۲) ۳۳ کو ایسے دو حصوں میں تقسیم کرو کہ اونکا حاصل ضرب ۱۶۲ ہو

(۳) حاصل تفریق دو عددوں کا ہے اگر چھٹے عدد کے مجذور پر ۴ زیادہ کریں تو حاصل

برابر بڑے عدد کے مجذور کے ہو گا اور اعداد کو دریافت کرو

(۴) دو عددوں میں سے ایک عدد کا جذور سولہ گنا دوسرے عدد کا ہے اور ان کے

حاصل جمع ۲۲۵ ہے اور اعداد کو دریافت کرو

(۵) دو اعداد کا حاصل تفریق ۲ ہے اور مجموعہ اوکے مجذور وکی ۲۴۴ ہے اوکو دریافت کرو

(۶) ایک کمرہ کا فرش ۴۰ گز مربع ہے اور اس کا ارتفاع ۵ گز ہے اور طول ۳۰ گز زیادہ نسبت

غرض کے تو چار دیواری کے اندر جتنے مربع گز ہوں اوکو دریافت کرو

(۷) عدد ۴ کو ایسے دو حصوں میں تقسیم کرو کہ کل عدد اور ایک حصہ کا حاصل ضرب = دوسرے حصہ کے

(۸) ایک عدد ایسا دریافت کرو کہ اگر اس میں سے ۴ کو کم کر کے باقی کو اسی عدد میں ضرب دے تو

حاصل ضرب ۴۵ ہو

(۹) ۴۲ کو ایسے دو حصوں میں تقسیم کرو کہ بڑا عدد دیر چھوٹے کے مجذور ہو

(۱۰) دو عدد ایسے دریافت کرو کہ اس کا حاصل ضرب = ۹۶ اور ان کا حاصل تفریق = ۸

(۱۱) ایک شخص نے گہوارا خریدا اور ۱۵ روپیہ بویچا لدا اور اس شخص نے میں اس کو اتنے روپیوں کا

فیصدی فائدہ ہوا جتنے کو اس نے مول لیا تھا تو تباؤ کتنے کو گہوارا مول لیا تھا

(۱۲) ایک آدمی نے اول مرتبہ میں اتنے روپیہ جتنے جتنے کہ اس کی جیب میں تھے اور دوسری

دفعہ میں اس نے ۵ روپیہ زیادہ اس کے روپیہ مجذور سے جو اس پاس اس وقت تھا جتنے اور تیسری

مرتبہ میں جتنے روپیہ اس پاس تھے اس کے مجذور کے برابر روپیہ جتنے اور یہ سب جمعیت جتنا اس پاس

پاس ۱۸۰۸ روپیہ تھے تو تباؤ اس پاس اول کتنے روپیہ تھے

(۱۳) ایک جماعت نے اول کہاں کہاں اور ۱۵ روپیہ اس کل کہاں کہنے میں آئے اگر اس جماعت

میں دو آدمی اور زیادہ ہوتے تو ہر شخص کو کہانے پینے کے خرچ میں ۱۰ آنہ کم پہلے کی نسبت دینے پر

تو تباؤ کتنے آدمی اس جماعت میں ہے

(۱۴) دو شہر ہون میں فاصلہ ۲۴ میل تھا وہاں سے دو آدمی ہون میں دوسرے ہون کے ارادہ سے

چلے ہون ۹ میل ہر روز چلا اور جتنے دنوں میں وہ آپس کے اندر ملے اور دنوں کی تعداد اور ان میلوں کی تعداد سے جو ہر روز سو ہون کرتا تھا بقدر ۳ کی بری تھی تو

بتاؤ ہر ایک نے کتنے میل مسافت طے کی

- (۱۵) ایک عطار نے ۲ درجن بوتلیں چینی کی اور ۱۲ درجن بوتلیں آچار کی ۵۰ روپیہ کو سجد اور اسے حساب کیا تو معلوم ہوا کہ اس نے ۱۲ روپیہ میں چینی چینی کی بوتلیں اور ۶ روپیہ میں چینی آچار کی بوتلیں دین ہیں اور انکی تعداد میں ۳۰ درجن کا فرق ہے تو اب ہر ایک کی قیمت دریافت کرو
- (۱۶) ایک قصائی نے ۲۴۰۰ روپیہ بیل خریدی ۳۵ اونیس سے کہوڑے گئے باقی میں سے ہر ایک کو اسی روپیہ فی بیل نفع لیکر بیچ ڈالا اور ۵۹۰ روپیہ اوسکو نفع ہوا تو بتاؤ کتنے کو بیل اوسنے
- (۱۷) ایک آدمی نے ۴۲ روپیہ سہری بہترین خریدیں اور تین تین روپیہ بیچ ڈالیں اور اوسکو اتنے روپیہ کا فائدہ ہوا جتنے کو اوسنے ایک بہترین مول لی تھی تو بتاؤ کتنی بہترین اوسنے مول لی
- (۱۸) ایک شخص نے ۹۰ روپیہ کی شراب مول لی اگر تین درجن اور زیادہ بوتلیں اس قیمت میں ماتم لگتیں تو اوسکو ایک روپیہ فی درجن کم دینا پڑتا تو بتاؤ کتنی درجن اوسنے مول لیں اور جو منفی جواب نظر اوسکے معنی بیان کرو

(۱۹) ایک سپاہیوں کا غول خالی مربع کی صورت میں گہرا نہایت چھوٹا مربع تھا جس میں اگر ۵ آدمی اور وہاں ہوتے تو وہ بالکل بھری ہوئی مربع کی شکل میں کھڑی ہو جاتی مگر اس مربع کے ہر ایک ضلع میں آدمی پہلے مربع کے ضلع کے آدمیوں کے تعداد کے جذر سے بقدر ۲۲ کے زیادہ ہوتے تو خالی مربع کے آدمیوں کی تعداد بتلاؤ کہ کیا ہے

(۲۰) موہن اور سوہن دونوں ۱۵۰ میل کے فاصلے پہلے موہن پرست سوہن کے میل فی گھنٹہ زیادہ چلتا اور منزل مقصود

آٹھ گھنٹہ پہنچ پرست پرست سوہن کے پہنچتا ہے تو بتاؤ ہر ایک کی رفتار فی گھنٹہ کیا ہے

(۲۱) جد اجازت اور کرے ۱۲۰۰ روپیہ خاص آدمیوں میں تقسیم کئے زید نے بدست بکر کے ۴۰ آدمی کے زیادہ دستگیری کی مگر بکر نے ہر شخص کو ۵ روپیہ زیادہ اون روپوں سے دیئے کہ زید نے ہر شخص کو دیئے تھے تو زید اور بکر نے جتنے آدمیوں کی دستگیری کی انکی تعداد

(۲۲) ۲۰ کو اسے دو حصوں میں تقسیم کرو کہ حاصل ضرب اونکا = ۱۰۵

۲۲۷ پنزدہ سو اتین درجہ دوم کی دو متغیر مجہول کی

(۱۱۵) اگرچہ قسم کی مساواتیں طرح طرح کی حکمتوں اور ترکیبوں سے نکلتی ہیں اور ان پر طالب علم کا عبور ہونا مشق اور تجربہ پر موقوف ہو مگر خاص حالتیں ایسی ہیں کہ ان میں کوئی تہین قواعد سے شالین حل ہو جاتی ہیں جو اوپر لکھی ہیں

حالت اول جن مساواتوں سے متغیر مجہول کی قیمتیں دریافت کرنی ہوں ان میں ایک یا کئی درجہ اول کی ہو اس صورت میں اس مساوات درجہ اول کی قیمت ایک مجہول کی دوسرے مجہول میں درجہ کرو اور اس قیمت کو مساوات دوم میں رکھو تو بہت سی صورتوں میں مساوات درجہ دوم پیدا ہوگی جسکو موافق معمولی قواعد کے حل کر سکتے ہیں

- (۱) مثلاً فرض کرو کہ $۱۰۰ + ۱۰۰ = ۱۰۰$
 (۲) مساواتیں ہوں جن میں $۱۰۰ + ۱۰۰ = ۱۰۰$ کی قیمتیں دریافت کرتے ہیں
 مساوات (۱) سے $۱۰۰ = ۱۰۰ - ۱۰۰$
 اس قیمت کو مساوات (۲) میں رکھو تو یہ حاصل ہوگا کہ
 $۱۰۰ + (۱۰۰ - ۱۰۰) + ۱۰۰ = ۱۰۰$
 یعنی $۱۰۰ + ۱۰۰ - ۱۰۰ + ۱۰۰ = ۱۰۰$
 اسکا اختصار کرو تو یہ حاصل ہوگا کہ

$۱۰۰ + ۱۰۰ = ۱۰۰ + ۱۰۰$
 یہ مساوات درجہ دوم کی ہے اس سے قیمتیں دہی دریافت ہو سکتی ہیں

امثلہ نمبر ۵۴ حل کی ہوئی

- مثال (۱) $۱۰۰ + ۱۰۰ = ۱۰۰$
 (۲) $۱۰۰ + ۱۰۰ = ۱۰۰$
 مساوات (۱) سے $۱۰۰ = ۱۰۰ - ۱۰۰$
 اس قیمت کو مساوات (۲) میں رکھنے سے
 $۱۰۰ + (۱۰۰ - ۱۰۰) + ۱۰۰ = ۱۰۰$
 یعنی $۱۰۰ + ۱۰۰ - ۱۰۰ + ۱۰۰ = ۱۰۰$

۲۲۸
اس مساوات کے حل کرنے سے $۲ = ۲$ یا $۲ = ۲$ کے حاصل ہوتا ہے
 $۱۱ = ۲ - ۲ = ۲$ یا $۱۱ = ۲$

مثال ۲ { (۱) $۲ = ۲ + ۱۱$
 (۲) $۱۱ = ۲ + ۲$ } قیمتیں لداور کی دریافت کرو

مساوات (۱) سے $۱۱ = ۲$
 مساوات (۲) میں ان قیمتوں کے رکھنے سے ہر دو طرف حاصل ہوتا ہے کہ
 $۱۱ = ۲ + ۲$
 $۱۱ = ۲ + ۲$

اسے $۲ = ۲$ یا $۲ = ۲$ حاصل ہوتا ہے
 مثال ۳ { (۱) $۱۱ = ۲ + ۱۱$
 (۲) $۱۱ = ۲ + ۲$ } مساواتوں کو

$$\begin{aligned} (1) \quad & \begin{cases} ۱۱ = ۲ + ۱۱ \\ ۲ = ۱۱ - ۲ \end{cases} \\ (2) \quad & \begin{cases} ۲ = ۱۱ - ۲ \\ ۱۱ = ۲ + ۲ \end{cases} \\ (3) \quad & \begin{cases} ۱۱ = ۲ + ۱۱ \\ ۲ = ۱۱ - ۲ \end{cases} \\ (4) \quad & \begin{cases} ۲ = ۱۱ - ۲ \\ ۱۱ = ۲ + ۲ \end{cases} \\ (5) \quad & \begin{cases} ۱۱ = ۲ + ۱۱ \\ ۲ = ۱۱ - ۲ \end{cases} \\ (6) \quad & \begin{cases} ۲ = ۱۱ - ۲ \\ ۱۱ = ۲ + ۲ \end{cases} \\ (7) \quad & \begin{cases} ۱۱ = ۲ + ۱۱ \\ ۲ = ۱۱ - ۲ \end{cases} \\ (8) \quad & \begin{cases} ۲ = ۱۱ - ۲ \\ ۱۱ = ۲ + ۲ \end{cases} \\ (9) \quad & \begin{cases} ۱۱ = ۲ + ۱۱ \\ ۲ = ۱۱ - ۲ \end{cases} \\ (10) \quad & \begin{cases} ۲ = ۱۱ - ۲ \\ ۱۱ = ۲ + ۲ \end{cases} \\ (11) \quad & \begin{cases} ۱۱ = ۲ + ۱۱ \\ ۲ = ۱۱ - ۲ \end{cases} \\ (12) \quad & \begin{cases} ۲ = ۱۱ - ۲ \\ ۱۱ = ۲ + ۲ \end{cases} \end{aligned}$$

حالت دوم جب لدا اور ۲ اور لدا ہر مساوات کی ہر ایک رقم میں اپنی جائیں لیت ہیں
 مساواتیں اس صورت کی ہوں گی کہ

$$\begin{aligned} (1) \quad & ۱۱ + ۲ + ۱۱ = ۲ + ۲ \\ (2) \quad & ۱۱ + ۲ + ۱۱ = ۲ + ۲ \\ \text{فرض کر کہ لدا} &= ۲ \text{ تو لدا} = ۲ \end{aligned}$$

(۳) $\frac{د}{ا + ب + ج + د} = د$ یعنی $د = د$

(۴) $\frac{د}{ا + ب + ج + د} = د$ یعنی $د = د$

اسے معلوم ہوا کہ $\frac{د}{ا + ب + ج + د} = د$

یعنی (ا - د) (ب - د) (ج - د) = د

اس مساوات کی قیمتیں معلوم ہو سکتی ہیں جب یہ قیمتیں معلوم ہو جائیں تو مساوات (۳) یا (۴) سے قیمتیں د کی معلوم ہو جائیں گی اور پھر د کی قیمت مساوات (۱) = د سے دریافت کی جائے گی

مثال $\left\{ \begin{array}{l} (۱) \quad ۲۰ = د + ۳۰ \\ (۲) \quad ۴۱ = د + ۵۰ \end{array} \right.$ قیمتیں لا اور د کی دریافت کرو

فرض کرو کہ لا = د تو $۲۰ = د + ۳۰$ یعنی $د = ۲۰$

اور $۴۱ = د + ۵۰$ یعنی $د = ۴۱$

$\frac{۴۱}{۴۱ + ۵۰} = د$

اس کا اختصار یہ ہے کہ $۴۱ - ۵۰ = ۱۳$

اسے یہ حاصل ہوتا ہے کہ $\frac{۴۱}{۱۳} = د$

فرض کرو کہ لا = د تو $\frac{۴۱}{۴۱ + ۵۰} = د$

$\frac{۴۱}{۹۱} = د$

لا = د $\frac{۴۱}{۹۱} = د$

اور علی بن القیاس $\frac{۴۱}{۹۱}$ کے فرض کرنے سے لا اور د کی قیمتیں معلوم ہو گئیں

مثال $\left\{ \begin{array}{l} (۱) \quad ۷۷ = د + ۷۷ \\ (۲) \quad ۱۲ = د - ۱۲ \end{array} \right.$ قیمتیں لا اور د کی دریافت کرو

فرض کرو کہ لا = د

تو (۱) سے $\frac{۷۷}{۷۷ + ۷۷} = د$ یعنی $د = ۷۷$

(۲) سے $\frac{۱۲}{۱۲ - ۱۲} = د$ یعنی $د = ۱۲$

$\frac{۷۷}{۷۷ + ۷۷} = د$

اس مساوات کے حل کرنے سے $\frac{۷۷}{۱۵۴} = د$ یا $\frac{۷۷}{۱۵۴}$ کے ہے

ن = ۳ کے فرض کرنے سے $r = \pm ۴$ اور $l = \pm ۷$ کے حاصل ہوتا ہے اور

ن = ۱۱ کے لینے سے اور قیمتیں ل اور ر کی دریافت ہو جائیگی

اشکله نمبری ۴۷۵ شق کے واسطے

ان مساوات کو حل کرو

$$(۱) \quad \begin{cases} l - r = ۶ \\ l + r = ۶۱ \end{cases} \quad (۲) \quad \begin{cases} l - r = ۴ \\ l + r = ۱۳ \end{cases}$$

$$(۳) \quad \begin{cases} l + r = ۱ \\ r + l = ۲۰ \end{cases} \quad (۴) \quad \begin{cases} ۶(r + l) = ۱۳ \\ l - r = ۲۰ \end{cases}$$

$$(۵) \quad \begin{cases} l + ۴r = ۲۵۶ \\ ۳r - l = ۳۹ \end{cases} \quad (۶) \quad \begin{cases} l + ۲r + ۳ = ۱۷ \\ ۲l + ۳r + ۵ = ۲۸ \end{cases}$$

حالت سوم جب تقادیر محمول ہر مساوات میں متشابہ طور پر شامل ہوں

$$\left\{ \begin{array}{l} (۱) \quad l + r = ۱ \text{ لاء} \\ (۲) \quad l + r = ۲ \end{array} \right.$$

فرض کرو کہ $l = n$ اور $r = n - ۱$

اسی طرح $l + r = ۲$ کے $n = ۲$ یعنی $n = ۲$

مساوات (۱) سے $l + r = ۱$ لاء

$$\text{یعنی } (n + ۱) + (n - ۱) = ۱ \quad (۱) \quad (n - ۱) + n = ۱$$

$$۲n = ۲ \quad (۲) \quad (n - ۱) + n = ۲$$

$$\text{یعنی } (۱ + ۲) = ۲ \quad (۳) \quad (۲ - ۱) + ۲ = ۲$$

$$= \frac{۲(۲-۱)}{(۲-۱)} = ۲ \quad \text{ن کی قیمت } \frac{۲}{۱} = ۲ \text{ پر رکھیں سے}$$

$$\therefore \quad \frac{۲(۲-۱)}{(۲-۱)} = ۲$$

$$\therefore \quad \frac{۲(۲-۱)}{(۲-۱)} = ۲$$

اسی طرح $l = n$ اور $r = n - ۱$ کے معلوم ہو گئی

اوپر کی مساواتیں اس طرح بھی حل ہو سکتی ہیں کہ

$$(۱) \quad l + r = ۱ \text{ لاء}$$

$$(۲) \quad l + r = ۲$$

$$\begin{aligned} \text{مسوات (۲) سے} \quad \text{لا} &= ۵ + ۲ + ۵ \\ \text{لا} &= ۵ + ۵ \\ ۲ \text{ لا} &= ۵ + ۵ \\ \therefore (۵+۲) \text{ لا} &= ۵ + ۵ \\ \frac{۵+۲}{۵+۲} \text{ لا} &= ۵ \\ \therefore \frac{۵+۲}{۵+۲} \text{ لا} &= ۵ \end{aligned}$$

فہمی

اب اس قیمت کو مساوات (۲) میں رکھنے سے ایک مساوات حاصل ہوگی جسے قیمت لا کی دریا اور پیر ہی معلوم ہو جائیگا

مثالیں حل کی ہوئی

$$\begin{aligned} (۱) \quad \text{لا} + ۵ &= ۲۰.۲ \\ \text{لا} + ۵ &= ۲۰ \end{aligned}$$

فرض کرو کہ لا = ن + ۵ اور = ن - ۵

$$\begin{aligned} (۲) \text{ سے یہ حاصل ہوگا کہ } ۲۰ &= ۲۰ \text{ یعنی } ۱۰ = ۱۰ \\ \text{مسوات (۱) سے یہ حاصل ہوگا کہ } ۲۰.۲ &= ۲۰.۲ \\ \therefore ۲۰.۲ - ۲۰.۲ &= ۲۰.۲ - ۲۰.۲ \\ ۲ &= ۲۰.۲ - ۲۰.۲ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ۲ &= ۲۰.۲ - ۲۰.۲ \\ ۱ &= ۱۰.۱ \\ \therefore ۱۰.۱ + ۱۰.۱ &= ۱۰.۱ + ۱۰.۱ \\ ۱۱.۱ &= ۱۰.۱ + ۱۰.۱ \end{aligned}$$

اور مساوات اور کی اس طرح بھی حل ہوتی ہیں کہ

$$\begin{aligned} \text{مسوات (۲) کے مجذور کرنے سے} \quad \text{لا} + ۲ \text{ لا} + ۵ &= ۴۰.۰ \\ ۲۰.۲ &= ۵ + ۵ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ۱۹۸ &= ۲ \text{ لا} \\ ۹۹ &= ۵ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{اسکو مساوات (۲) میں رکھنے سے} \quad \text{لا} + \frac{۹۹}{۵} &= ۲۰ \text{ یعنی } ۲۰ - \frac{۹۹}{۵} = ۲۰ - ۱۹.۸ \\ ۹۹ - ۹۹ &= ۱۰۰ + ۹۹ - ۱۰۰ + ۹۹ \\ ۱ &= ۱۰ - ۱۰ \\ ۱ &= ۱۰ - ۱۰ \\ ۱۱.۱ &= ۱۰.۱ \end{aligned}$$

$$۱۱.۱ = ۵$$

$$\begin{aligned} (۱) \quad ۱ &= \frac{۱}{۵} + \frac{۱}{۵} \\ (۲) \quad ۵ &= \frac{۱}{۵} + \frac{۱}{۵} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (۳) \quad \text{مسوات (۱) سے حاصل ہوتا ہے} \quad \text{لا} + ۵ &= ۵ \\ (۴) \quad \text{مسوات (۲) سے} \quad \text{لا} + ۵ &= ۵ \end{aligned}$$

لا کی جگہ ن + ی اور ی کی جگہ ن - ی رکھو تو (۳) سے ان = ن - ی (۵)
 اور (۴) سے (ن + ی) + (ن - ی) = ۵ (ن - ی) (۵)
 یعنی ۲ن + ی = ۵ (ن - ی) (۵) سے

∴ ۲ی = ۵ (ن - ی) - ۲ن = ۵ن - ۲ن - ۲ی = ۳ن - ۲ی
 (۶) اس پر سے حاصل ہوتا ہے

$$\begin{aligned} ۲ن - ۲ی &= ۳ن - ۲ی \\ ۲ی &= ۳ن - ۲ی \\ ۴ی &= ۳ن - ۲ی \\ ۴ی &= ۳ن - ۲ی \\ ۴ی &= ۳ن - ۲ی \end{aligned}$$

مثلاً نمبری ۵۴

ان مساواتوں کو حل کرو

$$\begin{aligned} (۱) \quad ۳۴ &= ۲ی + ۳ن \\ (۲) \quad ۱۵ &= ۲ی - ۳ن \\ (۳) \quad ۱ &= ۲ی - ۳ن \\ (۴) \quad ۳۴ &= ۲ی - ۳ن \\ (۵) \quad ۵ &= ۲ی + ۳ن \\ (۶) \quad ۳۵ &= ۲ی + ۳ن \\ (۷) \quad ۲ &= ۲ی - ۳ن \\ (۸) \quad ۲۴ &= ۲ی + ۳ن \end{aligned}$$

مثلاً نمبری ۵۴ مشق کے واسطے

ان مساواتوں کو حل کرو

$$\begin{aligned} (۱) \quad ۳۳ &= ۲ی - ۳ن \\ (۲) \quad ۱۳ &= ۲ی - ۳ن \\ (۳) \quad ۰ &= ۲ی - ۳ن \\ (۴) \quad ۰ &= ۲ی - ۳ن \\ (۵) \quad ۱ &= ۲ی + ۳ن \\ (۶) \quad ۹ &= ۲ی + ۳ن \\ (۷) \quad ۲۸ &= ۲ی - ۳ن \\ (۸) \quad ۴۰ &= ۲ی - ۳ن \\ (۹) \quad ۲۵ &= ۲ی + ۳ن \\ (۱۰) \quad ۱۲ &= ۲ی - ۳ن \end{aligned}$$

$$(11) \quad \text{لا} (5-5) = 25 \quad \text{لا} (12+13) = 550$$

$$(12) \quad \frac{\text{لا} + 5}{5} - \frac{\text{لا} + 12}{5} + \frac{\text{لا} - 5}{5} - \frac{\text{لا} - 12}{5} = \frac{3}{5}$$

سوالات جنسے مساوات درجہ دوم دو مجهول کی پیدا ہوتی ہے

امثلہ نمبری ۵۵ حل کی ہوئی

سوال ایک عدد دو ہندسوں کا ہے بائیں طرف کا ہندسہ دائیں طرف کے ہندسے سے چھٹے اور اگر اس عدد میں ۱۲ افتراق کریں تو حاصل تفریق بائیں طرف کے ہندسے کے مجزوں کے برابر ہوتا ہے اس عدد کو دریافت کرو

فرض کرو کہ لا = بائیں طرف کے ہندسے کے
 ۵ = دائیں طرف کے ہندسے کے
 تو لا + ۱۰ = ۵ عدد کے

(۱) اور بموجب شرائط سوال کے لا = ۱۳

(۲) لا = ۱۲ - ۵ + ۱۰

ان مساواتوں کے حل کرنے کے لا = ۹ اور ۵ = ۳

اور عدد = لا + ۱۰ = ۵ + ۹۰ = ۹۵

سوال ۲ وہ کون سے دو عدد ہیں جنکی حاصل تفریق کو بڑے عدد میں ضرب دیں تو ۴۰ حاصل ہوا اور

چھوٹے عدد میں ضرب دیں تو وہ حاصل ہوں

فرض کرو کہ لا = بڑے عدد کے اور ۵ = چھوٹے عدد کے

بموجب شرائط سوال کے (لا - ۵) لا = ۴۰

(لا - ۵) ۵ = ۱۵

∴ لا - لا ۵ = ۴۰

لا - ۵ = ۱۵

ان سے ۵ = ۳ اور لا = ۸ کے حاصل ہوتا ہے

سوال ۳ ۱۲ میل چلنے میں ایک سیج گاڑی کا آگے کا پیہم ۴ گردشیں نسبت پچھلے پیہم کے کرتا ہے لیکن اگر محیط ہر پیہم کا ایک گز برابر ہو جائے تو آگے کا پیہم ۴ گردشیں زیادہ نسبت پچھلے پیہم کے کرے گا محیط ہر پیہم کا دریافت کرو

فرض کرو کہ لا = بڑے پیہم کے محیط کے گزوں کی تعداد کے

۵ = چھوٹے پیہم کے گزوں کی تعداد کے

بوجب شرائط سوال $\frac{12}{3} = 4 - (1)$

ان سواتوں کے حل کرنے سے لگے ہگز اور ۴ کے حاصل ہوتا ہے
(۲) $\frac{12}{3} = 4 - ۴$

امثلہ نمبری ۴۵ مشق کے واسطے

(۱) دو اعداد ایسے ہیں اگر چھوٹے عدد کو بڑے عدد کے چند سے تفریق کریں تو باقی ۳۵ رہے گا اور اگر بڑے عدد کے چند کو چھوٹے عدد جمع ایک پر تقسیم کریں تو خارج قسمت برابر چھوٹے عدد کے ہوتا ہے اور ان اعداد کو دریافت کرو

(۲) ایک عدد دو ہندسوں کا ہے اگر ۹ اوس پر زیادہ کیے جائیں تو ہندسے معکوس ہو جاتے ہیں اور اگر ۱۰ تفریق کریں تو باقی مجموعہ ہندسوں کے مربعوں کے ہوتا ہے اوس عدد کو دریافت کرو
(۳) حاصل ضرب دو عددوں کا ۱۲۸ ہے اور ان کے مربعوں کا حاصل تفریق ۱۹۲ ہے اور ان اعداد کو دریافت کرو

(۴) ایک عدد دو ہندسوں کا ہے اور ان ہندسوں کے مجموعہ کے چند کے برابر ہے اگر اوس کو ۳ میں ضرب دیں تو حاصل ضرب برابر ان ہندسوں کے مربعات کے مجموعہ کے ہوتا ہے اور اوس عدد کو دریافت کرو

(۵) وہ کونسا عدد ہے جس کے ہندسوں کا مجموعہ ۱۱ ہے اور اگر ان کے حاصل ضرب پر ۳۱ زیادہ کریں تو ہندسے معکوس ہو جاتے ہیں

(۶) دو عددوں کا حاصل ضرب ان کے مجموعہ سے چھ گنا ہے اور ان کے مربعوں کا مجموعہ ۳۲۵ ہے اور ان اعداد کو دریافت کرو

(۷) مجموعہ دو اعداد کا ۶ ہے اور ان کا حاصل تفریق ۵۶ ہے اور ان اعداد کو دریافت کرو

(۸) دو اعداد ایسے ہیں کہ بڑے عدد کا مجذور چھوٹے عدد کے دو چند مجذور سے بقدر ۱۱۰ کے کم ہے اور نصف حاصل ضرب ان کا مع مجذور چھوٹے عدد کے برابر ۴ کے ہے اور ان اعداد کو دریافت کرو

(۹) دو آدمی مومن اور سو مومن کی سے چلے اور ایک ہی سمت میں ایک ہی رفتار سے چلے
مومن دو گنہ گشتہ سو مومن سے چلا اور سو مومن بیس میل چلکر سو مومن مل گیا اگر ہر ایک ۱۰ میل
بہ نسبت سابق کے زیادہ ہر ایک گنہ گشتہ میں چلتا تو سو مومن بیس میل چلکر مومن ملتا تو فاصلہ
ہر ایک کتنے میل چلتا ہے

(۱۰) ایک سو اگر ۶۰ میل اور ۸۰ بہترین ۱۰۰۰ روپیہ کی بچین اور ۹۰ روپیہ کو جتنے میل
اور ۲۵۰ روپیہ کو جتنی بہترین بچین ان کی تعداد میں ۲۳ بہترین کی زیادتی ہے ہر ایک قیمت یافتہ

نسبت

(۱۱) جب دو مقادیر ایک جیس کی ہوں تو ان میں جو ربط بلحاظ قدر کے ہو اس کا نام نسبت ہی
ہم کہا کرتے ہیں کہ ان دو اعداد میں یہ نسبت ہو ان دو زانوں میں یہ نسبت ہو غرض جو مقدار میں مناسب
طور پر یا ہم مقابلہ ہو سکتی ہیں ان کی نسبت کو ہم بیان کیا کرتے ہیں یہ نظر ہے کہ جب تک مقدار ایک
جنس کی ہوں تو ان میں ربط نہیں پیدا ہو سکتا ایک میل کا مقابلہ ایک سے اور ایک گز کا مقابلہ
ایک گنہ گشتہ سے نہیں ہو سکتا لیکن ایک میل کا ایک گز سے اور ایک ن کا ایک گنہ گشتہ سے
۲ میلون کے مقابلہ ہو سکتا ہے ایک دن کا ایک گنہ گشتہ سے بلحاظ قدر کے مقابلہ ہو سکتا ہے
اور ۵ دن کا مقابلہ ۱۰ دن کے ہو سکتا ہے غرض نسبت کے واسطے ضرور ہے کہ طول کا مقابلہ طول

سے اور وقت کا وقت سے اور رقبہ کا رقبہ سے اور علیٰ ہذا القیاس کیا جائے
دو مقدار میں یہ مقابلہ کر نیکی دو یہ طریقے ہیں اول یہ دیکھیں کہ ایک مقدار دوسری مقدار سے
زیادہ ہے اس طرح کا ربط جو مقدار میں دیکھتے ہیں اس کو نسبت حسابیہ کہتے ہیں دوسرے طریقہ
یہ ہے کہ ایک مقدار کو دیکھیں کہ وہ کتنی دفعہ دوسری مقدار میں شامل ہے اس ربط کو نسبت
بنیادیہ کہتے ہیں

لشرفاظ نسبت سے معنی دو مفہوم ہوں اور اس لئے ہم اس کا ذکر دفعات ذیل میں کریں گے
مقادیر کے مقابلہ کرنے کے لئے یہ ضروری اور لازم ہے کہ ہم ان کو ایک درجہ کا بنالیں

مثلاً اگر وہ روپیہ اور ۱۳ روپہ کا مقابلہ کرنا منظور ہو تو ہم پہلے ۵ روپیہ اور ۱۳ روپہ کو ایک حصہ کا بنالینہ بنا
 آئے تو دو مقادیر ۱۳ آئے اور ۸۰ آئے کا اب ہم کو مقابلہ کرنا پڑیگا اور اس بات پر خیال کرنا چاہیے
 کہ اگر اکائی دو صورتوں میں ہے اول میں اکائی کا ۸۰ گنا اور دوسری صورت میں ۸۰ گنا لیا جائے
 اس واسطے پہلی مقدار ۱۳ کی جو ربط دوسری مقدار ۸۰ سے رکھتی ہے وہی عدد مجرد ۱۳ ربط عدد
 ۸۰ سے رکھتا ہے اور اس کی جانچ اس طرح خیال کرنے سے ہو سکتی ہے کہ ۱۳ کو ۸۰ حصہ
 یا کوئی حصہ ۸۰ آنے کے ہیں اور وہ آؤں کہ کسے تغیر ہو سکتا ہے جسے وہ حصہ یا حصے مضمون
 ہوں اور علیٰ ہذا القیاس ۶ روپیہ یعنی ۹۶ آنے کو ۱۱۹ آنے سے جو نسبت ہو اس کی جانچ اس طرح
 ہو سکتی ہے کہ ہم ۹۶ آنے میں دیکھیں کہ ۱۱۹ آنے کے دفعہ شامل ہیں اور وہ کس عدد سے کس سے
 تغیر ہوتی ہیں جسے یہ معلوم ہو کہ ایک دوسری میں کتنی دفعہ شامل ہے
 (۱۱۷) حل اس واسطے ہم نسبت کی یہ تعریف کیا کرتے ہیں کہ ایک شخص کے دو مقداروں میں
 بلحاظ قدر کے ربط ہوتا ہے اس کا نام نسبت ہو اور اس ربط کو اس طرح مقابلہ کرنے سے دیکھیں کہ
 کہ ایک مقدار کو نسا حصہ یا کوئی حصہ یا کوئی اضعاف دوسری مقدار کا ہے
 اگر ۱ اور ۲ دو مقادیر ہوں تو ایک کی نسبت کو دوسری کے ساتھ اس طرح لکھا کرتے ہیں ۱ : ۲
 اور نسبت کی قیمت کو اس کسر کے سے تغیر کرتے ہیں کیونکہ کسر کے سے یہ تغیر ہو سکتا ہے
 کہ ۱ کو نسا اضعاف یا کوئی حصہ یا کوئی حصہ ب کے ہیں
 جو کچھ اوپر بیان ہوا اس سے صاف ظاہر ہے کہ کسر کے میں ۱ اور ۲ کو اعداد مجرد خیالی کر سکتے
 اس واسطے کہ ایک عدد مجرد کا دوسرے عدد مجرد کے ساتھ بلحاظ قدر کے مقابلہ ہو سکتا ہے
 اگر ۱ = ۲ تو ۱ : ۲ کو نسبت مساوات کہتے ہیں
 اگر ۱ < ۲ تو ۱ : ۲ کو نسبت کبریٰ غیر مساوی کہتے ہیں
 اگر ۱ > ۲ تو ۱ : ۲ کو نسبت صغریٰ غیر مساوی کہتے ہیں
 نسبت ۱ اور ۲ کی جو اس طرح ۱ : ۲ کی طرح لکھی جاتی ہے اس میں اول مقدار ۱ کو مقدم اور

مضارب کو تالی کہتے ہیں

مقابلہ نسبتوں کا

(۱۱۸) دو نسبتیں ۱:ب اور ج:د کا مقابلہ ان کے سورج اور ج کے مقابلہ کرنے سے ہوتا ہے
اسوے کے یہ سور اولیٰ نسبتوں کو تعبیر کرتے ہیں:

مثلاً نسبت ۱:۵ کا مقابلہ نسبت ۲:۴ سے سور ۱/۵ اور ۲/۴ کے باہم مقابلہ سے ہوتا ہے
اور یہ سورین برابر ہیں اور ۳/۵ کی ہیں اور ۳/۴ برابر ہیں سے ہے
تو نسبت ۱:۵ بڑی نسبت ۲:۴ سے ہوئی

(۱۱۹) دو انوار قائم نسبت کبریٰ پر ایک مقدار زیادہ کیجائی تو نسبت کبریٰ گھٹ جاتی ہے
اور قائم نسبت صغریٰ پر ایک مقدار زیادہ کیجائی تو وہ بڑھ جاتی ہے

فرض کرو کہ ۱:ب ایک نسبت ہو
لاکو ہر رقم نسبت پر زیادہ کرو تو نسبت ہو جائیگی
۱+۱:ب+۱

۱:ب کے یا ۱+۱:ب+۱

جیسا کہ ۱:ب کے یا ۱+۱:ب+۱ سے ہے

جیسا کہ ۱:ب کے یا ۱+۱:ب+۱ سے ہے

جیسا کہ ۱:ب کے یا ۱+۱:ب+۱ سے ہے

جیسا کہ ۱:ب کے یا ۱+۱:ب+۱ سے ہے

جیسا کہ ۱:ب کے یا ۱+۱:ب+۱ سے ہے

جیسا کہ ۱:ب کے یا ۱+۱:ب+۱ سے ہے

جیسا کہ ۱:ب کے یا ۱+۱:ب+۱ سے ہے

جیسا کہ ۱:ب کے یا ۱+۱:ب+۱ سے ہے

(۱۲۰) اگر نسبت کبریٰ کی ہر ایک رقم میں سے ایک مقدار کو کم کریں تو وہ بڑھ جاتی ہے اور
اگر نسبت صغریٰ کی ہر ایک رقم میں سے ایک مقدار کو کم کریں وہ گھٹ جاتی ہے

فرض کرو کہ وہ ایک نسبت ہو
لاکھ ہر رقم نسبت میں سے تفریق کرو تو یہ نسبت پیدا ہوگی

جیساکہ $\frac{1}{2}$ کے ہیریا $> \frac{1}{3} = \frac{2}{6}$

جیسا کہ $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c}$ کے ہی یا جب $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c}$

جیسا کہ اب - والد کے سی یا ح اب - ب - ب لہ

جیسا کہ اب-والد+والد+اب تک کے ہر یاد اب-ب+ب+والد+ب+ب

جیسا کہ بیلے ہی یا خوراک

جیسا کہ بے پی یا > ۱

اسے دعویٰ ثابت ہے

تشبیہ دفعہ ۸۲ سے یہ بات ظاہر ہے کہ اگر نسبت کی دونوں قیمن ایک ہی مقدار میں

ضرب دیجائین یا ایک ہی مقدار تقسیم کجا میں تو نسبت میں فرق نہیں ہوتا

تالیف

(۱۲۱) اگر نسبتوں کی سب مقداروں کو آپس میں ضرب دیکر یا مقدم بنائیں اور سب ناقصوں

ضرب دیگر نئی تالی بنائیں جو نسبت اس جدید مقدم اور تالی سے پیدا ہوگی اور سکو نسبت

اول بیوقوفی کہتے ہیں

شکل نسبت ۱: ب اور ج: د کی تالیف کجای تو ج: ب نسبت مؤلف پیدا ہوگی

اگر نسبتیں ایک ہی ہوں جیسی کہ ۱: ۲ اور ۱: ۳ تو ۱: ۲ نسبت مؤلفہ ہوگی اسکا

۴ نسبت شناسی بالکرم: ب بھی ہے

۳۳ : علی بن اقیاس : بگو نسبت مثلثہ کہتے ہیں

۱۰ : سب کو نسبت بالتصنیف : ۱ : پستی

کونستانتینولہ

۱۲۲) اگر نسبت $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ را با نسبت $\frac{a+b}{c+d}$ مقایسه کنیم

(۱۲۲) ارسطی نسبت کی تالیف کسی نسبت تراوی سے کیجایاں لو وہ نسبت تراوی

نسبت صغریٰ کے ساتھ تالیف ہو تو قیمت اوسکی گھٹ جاگی

فرض کرو کہ ۱ : ب نسبت ہو

اور وہ نسبت ج : د کے ساتھ تالیف ہو تو نسبت ج : ب د پیدا ہوگی

۱ : ب کے بے = یا > ج : ب د

جیسا کہ $\frac{1}{ب} > \frac{ج}{ب د}$ کے بے = یا > $\frac{ج}{ب د}$

جیسا کہ $\frac{ج}{ب د} > \frac{د}{ب د}$ کے بے = یا > $\frac{د}{ب د}$

جیسا کہ $\frac{د}{ب د} > \frac{د}{د}$ کے بے = یا > ج

جیسا کہ د کے بے = یا > ج

آئے دعویٰ ثابت ہے

نسب تقریبی

(۱۲۳) فرض کرو کہ ۱ : لا : ا ایک نسبت ہو جس میں بمقابلہ لا کے ا بڑا ہو

تو (۱ : لا) : ا = ۱ : لا + لا + لا : لا

= $\frac{۱}{لا} : \frac{۱ + لا + لا + لا}{لا}$

= $\frac{۱}{لا} : ۱ + لا + لا + لا : لا$

اب $\frac{۱}{لا}$ ایک کسر ہے جس کا شمار کنندہ بمقابلہ نسب ملاک بہت چھوٹا ہو اور اس واسطے

اوسکی قیمت بمقابلہ لا کے یا لا کے بہت چھوٹی ہے اس واسطے ہم اوسکو خارج کر سکتی

اور اس خارج کرنے سے نسبت اوسکی قلت مقدار کے نسبت ۱ : لا + لا + لا : لا

میں ہی کچھ فرق نہیں پڑیگا

نسب (۱ : لا) : ا = ۱ : لا + لا + لا : لا تقریباً

اور علیٰ التقریباً (۱ : لا) : ا = ۱ : لا + لا + لا : لا

” (۱ : لا) : ا = $\frac{۱}{لا} : ۱ + لا + لا + لا : لا$

” (۱ : لا) : ا = $\frac{۱}{لا} : ۱ + لا + لا + لا : لا$

مثال اگر ۱ = ۵۰۰ اور لا = ۱

(۵۰۱) : (۵۰۰) = ۱ : ۵۰۰ تقریباً

$$\text{تقریباً } 500 : 50.2 =$$

$$\text{تقریباً } 500 : 50.3 = (500) : (50.1)$$

$$\text{تقریباً } 500 : 50.4 = (500) : (50.1)$$

$$\text{تقریباً } 1000 : 100.1 = \frac{1}{100} : \frac{1}{100}$$

$$\text{تقریباً } 500 : 50.1 = (500) : (50.1)$$

$$\text{تقریباً } 1500 : 150.1 =$$

امثلہ نمبری ۵۶ حل کی ہوئی ہے

مثال نسبت ۱۵ : ۱۴ اور ۱۷ : ۱۶ میں کون سی نسبت ہے

ان نسبتوں کی قیمتوں کو تعبیر کرنے والی کسرین $\frac{15}{14}$ و $\frac{17}{16}$ میں

ان کسروں کے مقابلہ کرنے سے پہلے کسرین کی نسبت نامتجانہ ہیں اور انکی برابر حاصل ہوتی ہیں

$$\frac{255}{210} \text{ اور } \frac{227}{210} \text{ اور چونکہ } 255 > 227$$

اسے پہنچے نکلتا ہے نسبت ۱۷ : ۱۶ کی بڑی نسبت ۱۵ : ۱۴ سے ہے

مثال نسبت $2 + \frac{1}{2} : 2 + \frac{1}{3}$ اور $2 + \frac{1}{4} : 2 + \frac{1}{5}$ میں کون سی نسبت بڑی ہے

$$2 + \frac{1}{2} : 2 + \frac{1}{3} \text{ ہے یا } 2 + \frac{1}{4} : 2 + \frac{1}{5}$$

$$\text{جیسا کہ } \frac{2 + \frac{1}{2}}{2 + \frac{1}{3}} \text{ ہے یا } \frac{2 + \frac{1}{4}}{2 + \frac{1}{5}}$$

$$\text{جیسا کہ } \frac{2 + \frac{1}{4}}{1 + \frac{1}{4}} \text{ ہے یا } \frac{2 + \frac{1}{5}}{1 + \frac{1}{5}}$$

$$\text{جیسا کہ } 12 + \frac{1}{20} : 20 + \frac{1}{20} \text{ ہے یا } 12 + \frac{1}{12} : 32 + \frac{1}{12}$$

$$\text{جیسا کہ } 20 : 32 \text{ ہے یا } 32 : 20$$

$$\text{لیکن } 32 > 20$$

$$\therefore 2 + \frac{1}{2} : 2 + \frac{1}{3} > 2 + \frac{1}{4} : 2 + \frac{1}{5} \text{ ہی } 2 + \frac{1}{4} : 2 + \frac{1}{5} \text{ صلی ہو}$$

مثال نسب ۱۵ : ۱۲ : ۹ و ۷ : ۶ کو تالیف کرو اور جو نسبت مؤلفہ حاصل ہو

اوسکو بغایت مختصر کرو ان نسبتوں کی قیمتیں ان کسور $\frac{15}{12}$ و $\frac{7}{6}$ سے

$$\text{تعبیر ہوتی ہیں اور حاصل ضرب ان کا بغایت مختصر } = \frac{135}{54}$$

نسبت مطلوب ۱۳۵ : ۵۶ ہے

مثال نسبت بالتصیف لا : لا کی اور نسبت شناة لا : لا کی پسمین تالیف کرو

نسبت بالتصیف لا : لا کی لا : لا کی

نسبت شناة لا : لا کی لا : لا کی

اس واسطے نسبت مؤلفہ لا : لا کی

مثال ۱۵۲ : ۱۵۱۸ کی تقریباً قیمت نکالو
(۱۵۲) : (۱۵۱۸) = ۱ : ۱۵۱۸

تقریباً ۱۵۱۸ : ۱۵۱۹ =

اشکله نمبری ۵۶ مشق کے واسطے

(۱) تباؤ اولیٰ نسبتوں ۷ : ۹ اور ۱۰ : ۳ میں سے کون سی بڑی : بڑی (۷) : ۱۸ : ۱۳

اور ۱۶ : ۱۱ میں کون سی بڑی ہے (۳) ۱ + ۲ : ۱ + ۳ : ۱ + ۴ : ۱ + ۵

میں سے کون سی نسبت بڑی ہے

(۲) نسبت ۹ : ۱۶ کی ہر رقم میں سے کم کرین تو تباؤ نسبت بڑھ جائیگی یا گھٹ جائیگی

اور اگر اوسکی ہر رقم کو ۲ میں ضرب دو تو نسبت پر اوستی کیا تاثیر ہوگی

(۳) ثابت کرو کہ نسبت لا : لا : لا کی نسبت لا : لا : لا کے بڑی ہے

بشرطیکہ لا = ۱ کے ہنو

(۴) اگر نسبت لا : لا : لا کی ہر رقم پر زیادہ کرین تو تباؤ کیا اثر نسبت پر ہوگا

(۵) نسبت مؤلفہ ۱۴ : ۱۰ : ۶ : ۵ : ۴ کی اور نسبت مؤلفہ لا : لا : لا اور

لا : لا : ح اور ح : لا کی اور ۱۴ : ۵ اور نسبت شلثہ ۵ : ۴ اور نسبت شناة

بالتصیف ۹ : ۴ کی نسبت مؤلفہ تباؤ

(۶) (۷) اگر نسب لا : لا : لا اور لا : لا : لا اور لا : لا : لا کی تالیف

کیجائیں تو نسبت مؤلفہ جو پیدا ہوگی اوسکو نسبت مساوی ثابت کرو

(۷) اگر نسبتیں ۳ : ۱ + ۲ : ۱ اور ۳ : ۱ + ۲ اور ۳ : ۱ + ۲ کی تالیف کیجائیں

تو نسبت مؤلفہ جو پیدا ہوگی وہ نسبت کبریٰ غیر مساوی ہوگی یا نسبت صغیر غیر مساوی

(۷) تقریبی قیمتیں (۱) نسبت (۲۸) : (۲۷) (۲) (۱۰۰۰) : (۱۰۰۰) کی طرف
(۸) دو طرف اور ب میں ہر ایک میں شراب اور پانی ملا ہوگا شراب اور پانی کی نسبت
طرف اور ب میں ۳ : ۲ کی ہے اور طرف ب میں نسبت ۷ : ۳ کی ہے تو بتاؤ ہر ایک طرف میں
کتنی کتنی مقدار میں مرکب شراب اور آب کی لیں کہ ایک تیرا مرکب ایسا بنجای کہ او میں
۵ گیلن پانی اور ۱۱ گیلن شراب ہو

تناسب

(۱۳۲) حد جب دو نسبتوں میں ربط مساوات ہو تو اس کا نام تناسب ہے مثلاً اگر نسبت
ا : ب اور ح : د برابر ہوں تو اس کے یہ معنی ہوں گے کہ اگر ربط ا ب لحاظ قدر کے ب سے
رکتا ہے وہی ربط ح د لحاظ قدر کے د سے رکتا ہے اس نسبتوں کی مساوات کا نام
تناسب ہے اور ہم اس کو بیان اس طرح کیا کرتے ہیں کہ ا کو ب سے وہ نسبت ہمیں جو ح کو
نسبت ہے د سے اور اس کو لکھا اس طرح کرتے ہیں کہ ا : ب :: ح : د اور بعض
اوقات اس طرح کہ ا : ب = ح : د اور چاروں مقادیر اور ب و ح و د کو مثلاً کہتے ہیں
ارقام اور ب کو اطراف اور ارقام ب اور ح کو ارقام اوسطا کہتے ہیں

(۱۲۵) اگر ا : ب :: ح : د تو ا د = ب ح

چونکہ ا : ب :: ح : د

∴ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

∴ $\frac{a}{b} \times d = \frac{c}{d} \times b$

یعنی ا د = ب ح

یعنی حاصل ضرب اطراف = حاصل ضرب اوسطا کے

تنبیہ اگر طالب علم کو اس بات کا یاد رکھنا مشکل معلوم ہو کہ ہر رقم کو ب و د میں ضرب دے تو وہ
اس بات کو خیال میں رکھنے سے اس کو آسانی سے یاد رکھ سکتا ہے کہ جے پر وہ اس طرح جو
کہ اس کو جے کا د بنا نا ہے اسلئے چاہئے کہ وہ نسب نما میں سے ب کو دور کرے

اور یہ بات اسکو اسطرح حاصل ہو سکتی ہے کہ شمار کنندہ کو ب میں ضرب دے اور وہ شمار کنندہ
میں دیکھ کر فی چاہتا ہو اسکو چاہئے کہ شمار کنندہ کو د میں ضرب دے اور علیٰ ہذا القیاس
اگر اس ترکیب کو طالب علم ذہن میں لے کر تو تناسب کی سب مثالوں میں وہ بکار آئے ہوں اسکو
صرف یہ بات سمجھنی چاہئے کہ کسور معلوم پر کیا عمل کرنا چاہئے کہ کسور مطلوب حاصل ہوں

(۱۲۶) اگر $d = b : c$ تو $a : b :: c : d$

ہمکو معلوم ہے کہ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ اور مطلوب یہ ہے کہ $\frac{c}{d} = \frac{b}{a}$ یعنی ہم یہ چاہتے ہیں کہ شمار
سے دو کو علیحدہ کریں اور نسبت نامین ب پیدا کریں اسواط $\frac{b}{a}$ تقسیم کرنا چاہئے

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

یعنی $a : c :: b : d$

(۱۲۷) اگر $a : b :: c : d$ تو $b : c :: d : a$ اور ہمکو مطلوب ہے کہ $\frac{b}{c} = \frac{d}{a}$ ہے اب چونکہ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

یعنی $a : c :: b : d$

یعنی $b : c :: d : a$

(۱۲۸) اگر $a : b :: c : d$ تو $a : c :: b : d$ یعنی ہم کو نسبت نامین ب سے دو کریں اور
ہمکو معلوم ہے کہ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ اور مطلوب یہ ہے کہ $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ ہے اب چونکہ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ اور
اسکی حکم پر a پیدا کریں اسواط $\frac{a}{c}$ میں ضرب دیں

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

یعنی $a : c :: b : d$

(۱۲۹) اگر $a : b :: c : d$ تو $a + b : c + d :: a : c$ اور $a + b : c + d :: b : d$ یعنی a پر b اور c پر d شمار کنندہ زیادہ
ہمکو معلوم ہے کہ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ اور مطلوب یہ ہے کہ $\frac{a+b}{c+d} = \frac{a}{c}$ ہے اب چونکہ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ اور
اور یہ بات یعنی اسے زیادہ کرنے سے اس کسور پر ہو سکتا ہے

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+b}{c+d} = \frac{a}{c}$$

یعنی $a + b : c + d :: a : c$

(۱۳۰) اگر $a : b :: c : d$ تو $a - b : c - d :: a : c$ اور $a - b : c - d :: b : d$ یعنی a کو b سے کم کرنا شمار کنندہ میں
اب ہمکو معلوم ہے کہ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ اور مطلوب یہ ہے کہ $\frac{a-b}{c-d} = \frac{a}{c}$ ہے اب چونکہ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ اور
تفریق کرنا ہے اور یہ بات یعنی اسے تفریق کرنے سے حاصل ہو سکتا ہے

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a-b}{c-d} = \frac{a}{c}$$

یعنی $a - b : c - d :: a : c$

یعنی ۱ - ب : ب :: ح - د : د

(۱۳۱) اگر ۱ : ب :: ح : د تو ۱ + ب : ۱ - ب :: ح + د : ح - د

اگر $\frac{1}{2} = \frac{1}{3}$ تو بموجب دفعہ ۱۲۹ کے $\frac{1}{2} = \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

اور بموجب دفعہ ۱۳۰ کے $\frac{1}{2} = \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

∴ $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ اور $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

یعنی $\frac{1}{2} = \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

یعنی ۱ + ب : ۱ - ب :: ح + د : ح - د

(۱۳۲) اگر ۱ : ب :: ح : د اور ح : د :: ر : س تو ۱ : ب :: ر : س

اس واسطے کہ $\frac{1}{2} = \frac{1}{3}$ اور $\frac{1}{2} = \frac{1}{3}$

∴ $\frac{1}{2} = \frac{1}{3}$

یعنی ۱ : ب :: ر : س

(۱۳۳) اگر ۱ : ب :: ح : د اور ب : ر :: د : س تو ۱ : ر :: ح : س

اس واسطے کہ $\frac{1}{2} = \frac{1}{3}$ اور $\frac{1}{2} = \frac{1}{3}$

∴ $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

یعنی $\frac{1}{2} = \frac{1}{3}$

یعنی ۱ : ر :: ح : س

(۱۳۴) اگر ۱ : ب :: ح : د اور ب : ر :: د : س تو ۱ : ر :: ح : س

اس واسطے کہ $\frac{1}{2} = \frac{1}{3}$

اور $\frac{1}{2} = \frac{1}{3}$

∴ $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

یعنی $\frac{1}{2} = \frac{1}{3}$

∴ $\frac{1}{2} = \frac{1}{3}$

یعنی ۱ : ب :: د : س

(۱۳۵) اگر ۱ : ب :: ح : د اور ر : س :: گ : ہ تو ۱ : ب :: گ : ہ

اس واسطے کہ $\frac{1}{2} = \frac{1}{3}$ اور $\frac{1}{2} = \frac{1}{3}$

∴ $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

یعنی $\frac{1}{2} = \frac{1}{3}$

∴ ۱ : ب :: گ : ہ

- (۱۳۶) اگر $ا : ب :: ح : د :: ر : س$ وغیرہا
 تو $ا : ب :: ا + ح + ر + وغیرہا : ب + د + س + وغیرہا$
 اس واسطے کہ $\frac{ا}{ب} = \frac{ا + ح + ر + وغیرہا}{ب + د + س + وغیرہا}$
 $ا : ب = ب : ا$ اور $ا : د = ب : ح$ اور $ا : س = ب : ر$ وغیرہا
 نیز $ا : ب + د + ا + س + وغیرہا = ب : ا + ح + ر + وغیرہا$
 تو $(ا : ب + د + س + وغیرہا) = ب : (ا + ح + ر + وغیرہا)$
 $\frac{ا}{ب + د + س + وغیرہا} = \frac{ب}{ا + ح + ر + وغیرہا}$
 نیز $ا : ب :: ب : ا + ح + ر + وغیرہا$ نیز $ا : د + س + وغیرہا$ ثابت
 (۱۳۷) اگر چار تقادیر متناسب ہوں تو ان میں سے نسبت بڑی اور چھوٹی مقداروں کا مجموعہ برابر ثابت
 باقی دو مقادیر کے ہوگا
 فرض کرو کہ $ا$ اور $ب$ اور $ج$ اور $د$ چار تقادیر متناسب ہوں اور $ا$ سب سے بڑی مقدار اور $د$ سب سے
 چھوٹی مقدار ہو
 چونکہ $ا : ب :: ح : د$
 نیز $ا - ب : ب :: ح - د : د$ بموجب دفعہ ۱۳۵ کے
 اور چونکہ $ب$ بڑا ہے
 نیز $ا - ب$ بڑا ہے $ح - د$ سے
 نیز $ا - ب + ب + د$ بڑا ہے نسبت $ح - د + د$ کی ہے
 یعنی $ا + د$ بڑا ہے نسبت $ب + ح$ کی ہے
 (۱۳۸) دو مقادیر کے درمیان وسط فی النسبت دریافت کرو
 فرض کرو کہ $ا$ اور $ب$ وہ مقادیر ہوں اور $ل$ وسط فی النسبت ہو تو
 $ا : ل :: ل : ب$
 $ل = \frac{ا \times ب}{ا + ب}$
 (۱۳۹) تین متناسب معلوم ہوں اور تین چوتھا متناسب میں داخل کرو
 فرض کرو کہ $ا$ اور $ب$ اور $ج$ مقادیر ہوں اور $د$ چوتھا متناسب ہو
 تو $ا : ب :: ج : د$
 یعنی $ل = ب : ح$
 نیز $ل = \frac{ب \times ح}{ا}$
 (۱۴۰) نسبت کی تعریف یہ ہے کہ اگر ایک مقدار کا اور دوسری کی دوسری
 ساتھ جو رابطہ لجاؤ قدر کے ہوتا ہے اس کا نام نسبت ہے اور ان مقداروں کا یہ نسبتی اہلہ

اس طرح کیا کرتے ہیں کہ اونہیں اس بات کو تلاش کرتے ہیں کہ ایک مقدار دوسری مقدار کا
 کونسا جزو یا اجزا یا اضعاف ہے اور اس سب سے اس کی قیمت اور سہارے قسمت سے تعبیر ہوتی ہے
 جو ایک مقدار کو دوسری مقدار پر تقسیم کرنے سے پیدا ہوتا ہے دفعہ ۱۱ میں یہی طور قیمت نسبت
 کے تعبیر کر رہا ہے جس کے سب سے نسبت پر اعمال جبریہ کا عمل دخل سکتا ہے بعد ازاں ہم نے
 تناسب کی بہت تعریف کی کہ دو نسبتوں کی درمیان جو ربط مساوات ہو اس کا نام تناسب ہے اور
 دو نسبتوں کی قیمتوں کو جبر متقابلہ کے طریقہ سے تعبیر کر کے آسانی و نسبتوں کے برابر ہونے کا معنی سمجھ
 سکتے ہیں دفعہ ۲۴ دیکھو کہ علم ہندسہ میں یہ طریقہ ذکر نسبت کے تعبیر کر رہا ہے ہم نہیں اختیار کر سکتے اس لئے
 کہ علم ہندسہ میں کوئی طریقہ خارج قسمت تعبیر کر رہا نہیں بیان ہوا اس لئے علم ہندسہ میں تعریف
 تناسب کی ایسی کی گئی کہ اس میں چاروں مقادیر ایک وقت میں موجود ہوتی ہیں

(۱۲۱) علم ہندسہ کی تعریف تناسب کی اقلیدس ۵ م ص ۵۶

جب چار مقادیر ایسی ہوں کہ اونہیں سے جس قدر اضعاف اول مقدار کی لئے جائیں اس قدر
 تیسری مقدار کے اضعاف لی جائیں اور جس قدر دوسری مقدار کے اضعاف لی جائیں اس قدر
 چوتھی مقدار کے اضعاف لئے جائیں اب اگر پہلے کی اضعاف چھوٹے دوسرے کے اضعاف سے
 ہوں تو تیسری مقدار کی بھی اضعاف چھوٹی چوتھی مقدار کے اضعاف سے ہوں اور اگر پہلی
 مقدار کے اضعاف برابر دوسری مقدار کے اضعاف کے ہوں تو تیسری مقدار کے اضعاف بھی
 برابر چوتھی مقدار کے اضعاف کے ہوں اور اگر پہلی مقدار کے اضعاف بڑی دوسری مقدار کے
 اضعاف سے ہوں تو تیسری مقدار کی بھی اضعاف بڑی چوتھی مقدار کے اضعاف سے ہوں تو ہم
 کیا کرتے کہ پہلی مقدار دوسری مقدار سے وہ نسبت رکھتی ہے جو تیسری مقدار چوتھی
 مقدار سے رکھتی ہے ۵ ص ۵۶ جو مقادیر میں ایک سی ہی نسبت رکھتی ہیں اونہیں متناسب کہتے ہیں (۱۲۲)
 جو مقادیر موافق حدود جبر متقابلہ کے متناسب ہوں وہ تحریر کی حدود کے موافق ہی
 متناسب ہونگی اگر ارب اور ج اور د موافق تعریف جبر متقابلہ کے متناسب ہو تو

ب : ح :: د : ۱
 یعنی $\frac{ب}{ح} = \frac{د}{۱}$
 (برطرف کو مچ میں ضرب دینے سے)

اگر م = ۱ = ب تو م ح کے ہوں د

اگر م = ۱ = ب تو م ح = ۱ = د

اگر م = ۱ = ب تو م ح ح = ۱ = د

اب چونکہ چار تقادیر اور ب و د میں اور د اور ح پہلی اور تیسرے مقدار میں جتنے ضما
 متساویہ م و اور م ح لئے گئے ہیں اور ب اور د دوسری اور چوتھی مقدار میں اور اوکڑا ضما
 متساویہ ب و اور ب دس کی گئی ہیں اب اگر اول کے اضعاف م د دوسرے کے اضعاف ب و
 بڑے ہوں تو تیسرے کے اضعاف م ح جوتے کے اضعاف ب و سے بڑے ہیں اور اگر برابر تو
 برابر اور اگر چھوٹی تو چھوٹی اس واسطے کہ اور ب اور د وفاق حدود علم ہندسہ کے متساوی ہوں

امثلہ نمبری ۷۷ حل کی ہوئی

مثال ۱۰۰ اور ۱۰۱ اور ۱۰۲ میں جو تہا تناسب میں داخل کرو
 فرض کرو کہ لہ چوتھی تناسب کو تعبیر کرتا ہے

تو ۱۰۰ : ۱۰۱ :: ۱۷ : ۲۰
 یعنی لا ۱۰۰ : ۱۰۱ :: ۱۷ : ۲۰

لا ۱۰۰ : ۱۰۱ :: ۱۷ : ۲۰

مثال ۱ اور ۲ کے درمیان وسط فی النسبت دریافت کرو
 فرض کرو کہ لا وسط فی النسبت کو تعبیر کرتا ہے تو

۱ : لا :: لا : ۲
 یعنی لا ۱ : لا :: لا : ۲

لا ۱ : لا :: لا : ۲

انتہا ۲۸ عدد متوازن ہے یعنی اب عدد ۲۸ کے ساتھ کوئی وقت مشترک اکثری کے متسا
 ایسا نہیں ہے کہ اسکو بیان کر سکے اس مطلب کو یوں بھی بیان کر سکتے ہیں کہ وہ نہ کسی
 عدد صحیح سے نہ کسی کسر سے تعبیر ہو سکتا ہے

مثال ۳ اگر ۱ : ب :: ح : د

تو (۱+م+ب): (ح+م+د) :: د: ب: ح: د-

ہم کو معلوم ہے کہ $\frac{د}{م+ب} = 1 + \frac{د}{م+ب} = 1 + \frac{د}{م+د}$

$$\frac{د}{م+ب} = \frac{د}{م+د} \text{ یعنی } \frac{د}{م+د} = \frac{د}{م+ب} \text{ یعنی } \frac{د}{م+د} = \frac{د}{م+ب}$$

اور نیز $\frac{د}{ب} = 1 - \frac{د}{ب} = 1 - \frac{د}{ب}$

$$\frac{د}{ب} = \frac{د}{ب} \text{ یعنی } \frac{د}{ب} = \frac{د}{ب} \text{ یعنی } \frac{د}{ب} = \frac{د}{ب}$$

$$\frac{د}{ب} = \frac{د}{ب} \text{ یعنی } \frac{د}{ب} = \frac{د}{ب}$$

یعنی (۱+م+ب): (ح+م+د) :: د: ب: ح: د-

مثال اگر ا: ب: ح: د اور ح: ر: ر: د تو ا: ب: ح: د:

اس واسطے کہ $\frac{ا}{ب} = \frac{ح}{د}$ اور $\frac{ب}{د} = \frac{ح}{ر}$ (۲)

$$\frac{ا}{ب} = \frac{ح}{د}$$

$$\frac{ب}{د} = \frac{ح}{ر}$$

$$\frac{ا}{ب} = \frac{ح}{د}$$

یعنی ا: ب: ح: د:

مثال اگر ا: ب: ح: د: ر: ر: س

تو ا: ب: ح: د: ر: ر: س

اس واسطے کہ $\frac{ا}{ب} = \frac{ح}{د}$ اور $\frac{ب}{د} = \frac{ح}{ر}$

$$\frac{ا}{ب} = \frac{ح}{د} \text{ اور } \frac{ب}{د} = \frac{ح}{ر}$$

یعنی (۱+م+ب): (ح+م+د) :: د: ب: ح: د-

$$\frac{د}{م+ب} = \frac{د}{م+د}$$

یعنی ا: ب: ح: د: ر: ر: س

مثال اگر ا: ب: ح: د: ر: ر: س

تو ا: ب: ح: د: ر: ر: س

(۱) سے (۲) کو تفریق کر لے: ا: ب: ح: د: ر: ر: س

لا: لا: لا: لا: لا: لا: لا

لا: لا: لا: لا: لا: لا: لا

$$\frac{1}{1-1\alpha} = 0 \therefore$$

مثال ۹

مساوات لکھو :
لا : ۸ :: ۴ : ؟
یہ دو تین لا اور کی دریافت کرو
(لا : ۳ :: ۶ : ؟)

ساوات اول سے
 $41 - 3 = 38$ (د-ج)

یعنی $لأ + لد + د = ۲۱$ (لأ = ۲، لد = ۳، د = ۶) (۱) طریقہ کو لا - تقسیم کرنے
 مساوات (۲) سے $لأ = ۳۲۰$ (۲)

اسلئے حل کرنے سے لا = ۶۰ سوہن
 سوہن ۲۰ روپیہ زمین کے محصول کے ادا کرتا ہے اور سوہن ۳۰ روپیہ ۵ روپے

مثال ۱۲ ایک زمیندار کے دوکان سوہن اور سوہن بن سوہن زمیندار کو ۱۰۰ روپیہ دیتا اور سوار اسکے افد چندہ کتب کا اور چندہ ہر کارہ اور شرک کا دیتا ہے اور سوہن کا لگان اور سوہن دو نو چندہ ملکر ۲۰۲ روپیہ آتا ہے اور سوہن کا چندہ مدرسہ کا ۱۲ روپیہ ۱۲ روپیہ اور سوہن اور سوہن دونوں کا چندہ ہر کارہ شرک کا ۱۱ روپیہ ہے تو بتاؤ سوہن کا خالص زر لگان کیا ہے

فرض کرو لا = سوہن کے خالص زر لگان کی
 تو ۱۰۰ : لا :: ۱۱ : سوہن کے چندہ مدرسہ
 سوہن کا چندہ مدرسہ = $\frac{11 \times 100}{11}$ روپیہ
 اور سوہن کا چندہ ہر کارہ سوہن ہر کارہ :: لا : ۸۰
 اور سوہن کے چندہ ہر کارہ کل چندہ :: لا : ۸۰ + لا
 سوہن کا چندہ ہر کارہ = $\frac{80 \times (80 + لا)}{80 + لا} = ۵۰$ روپیہ
 بموجب سوال کے لا + $\frac{11 \times 100}{11} + ۵۰ = ۲۰۲$
 اسے لا = ۵۰ کے حاصل ہوتا ہے

امثلہ نمبر ۱۱ء ہ مشق کے واسطے

(۱) $\frac{۱}{۲}$ اور $\frac{۳}{۴}$ اور $\frac{۵}{۶}$ میں جو تہا نسبت میں داخل کرو اور ۱۰۱ اور ۱۵۳ میں اوسط فی النسبت لکھو

(۲) کوئی اعداد ۱۰۰ سے وہ نسبت رکھتا ہے جو ۹ رکھتا ہے ۲۰ سے کیا یہ صحیح ہے کہ کوئی ۲۰ سے وہ نسبت ہے جو ۶ کو ۲۰ سے اور اب بیج : : او : ح

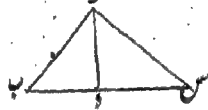
اور ۱۰۰ : ۱ جو ۲۰ : ۵۰ سے اور ان چار اعداد ۲۲ و ۱۰ و ۳ و ۱۶ پر اقلیدس کا حدود تناسب صادق آتا ہے

- (۳) اگر ا : ب :: ب : ج تو ثابت کرو کہ
 (۱) ا د = ج (۲) ا : ج :: ج : د
 (۳) ا - ب :: ب - ج : ج
 (۴) ا + ب :: ب + ج : ج
 (۵) ا + ۲ ب + ج :: ا : ج
 (۶) اگر ا : ب :: ج : د تو ثابت کرو کہ

س کوئی مقدار معین اور مستقل ہوگی یعنی کوئی ایسی مقدار ہوگی جو کبھی بدلتی کی نہیں
 دلیل چونکہ لاجس نسبت سے بدلتا ہے اسی نسبت سے دوسری بدلتا ہے تو نسبت د: ل
 اور اسلئے $\frac{د}{ل}$ جو یہاں نسبت ہی ہمیشہ ایک ہی قیمت مستقل رہے گا اور سین کچھ تغیر نہیں واقع ہوگا
 اب اس قیمت مستقل کو س سے تعبیر کرو تو

$$\frac{د}{ل} = س$$

مثال اگر ارتفاع مثلث کا نہ ہونے پر قیاس = ایک مقدار معینہ مستقل \times قاعدہ اسکو اگر
 ارتفاع معینہ پر قیاس = قاعدہ \times س = ۱۸۳ کے
 یہ بات اقلیدس کے مقالہ اول کی اکتالیسویں شکل سے بھی ظاہر ہے اسلئے کہ یہ دو شکل
 اگر اب س میں مثلث ہو اور د
 عمود س پر ہو تو



رقبہ Δ اب س = $\frac{1}{2}$ متوازی الاضلاع کے جو قاعدہ بس پر ایک ہی
 خطوط متوازیہ کے درمیان واقع ہو

$$= \frac{1}{2} بس \times د$$

اسے معلوم ہوا کہ اگر ارتفاع مثلث مقدار معین ہو جسکو = س کے فرض کرو تو

$$رقبہ \Delta اب س = س \times بس$$

$$یعنی رقبہ \Delta کا = س \times قاعدہ$$

اور علیٰ ہذا القیاس اگر قاعدہ مقدار معین ہو اور اسکو = س کے فرض کرو تو

$$رقبہ \Delta اب س = س \times د$$

$$یعنی رقبہ \Delta = س \times ارتفاع$$

(۱۸۵) جب د لاؤ تو بموجب آخر دفعہ کے ثبات ہو سکتا ہے کہ $د = س$ لہٰذا سین

مقدار معینہ مستقل ہو اگر کوئی خاص قیمت د کی ہو تو کسی خاص قیمت ل کی ہو تو معلوم ہو تو

مقدار معین س کی قیمت معلوم ہو سکتی ہے

مثلاً فرض کرو کہ جب ل = ۱ تو د = ب کے ہو تو

ب = س
یعنی س = س

پہلی قیمت س کی ہے اور مساوات جسمیں لا اور مربوط ہو یہ ہوگی

س = لا

مثال ایک جسم سطح پر حرکت ہوتا ہے کہ مسافت طے شدہ موافق مجذور وقت کی ہوتی

اور اس سے ۳ منٹ میں ۲۴ فٹ طے کرے تو وہ مساوات دریافت کر جسمین مسافت اور وقت

دونوں مربوط ہوں

فرض کرو کہ مسافت طے شدہ کو لا وقت میں تعبیر کرتا، یعنی اون سیلون کی تعداد کو تعبیر

کرتا ہے جو لا منٹ میں وہ طے کرے

تو س = لا

لیکن جب لا = ۳ تو س = ۲۴

۳ = س

۲۴ = س

۳ = س

۲۴ = س

۳ = س

۲۴ = س

۳ = س

۲۴ = س

۳ = س

۲۴ = س

۳ = س

۲۴ = س

۳ = س

۲۴ = س

۳ = س

۲۴ = س

۳ = س

۲۴ = س

۳ = س

۲۴ = س

۳ = س

۲۴ = س

۳ = س

۲۴ = س

۳ = س

۲۴ = س

۳ = س

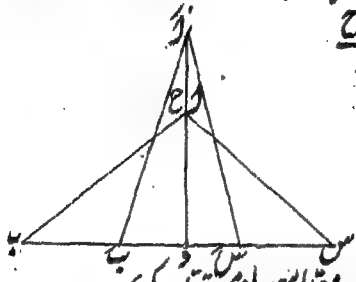
۲۴ = س

۳ = س

بڑی ہونے پر موقوف ہوا

مثال اگر رقبہ مثلث کا معین ہو اور مثلث متساوی الساقین ہو تو قاعدہ بالعکس اس رقبہ کے تبدیل ہوگا

اور رقبہ مثلث کا عین اور متقل فرض کیا گیا ہے اور قیاس کے دو خند کو = س کے فرض کر دو
تو ب س = $\frac{س}{د}$



∴ $\frac{\text{س}}{\frac{1}{31}} = \text{س (ایک مقدار معین اور مستقل کے)}$

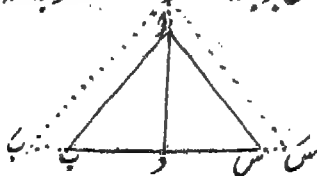
اسوے اور جیسا بدلتا ہے پس ہی اوسی نسبت سے بدلتا ہے اور میں تو مساوات لا
کی سب قیمتوں کے واسطے قائم نہیں رہ سکتی اسلئے بس $\frac{1}{2}$ اور یہی شکل میں
مشترون اب بس اور اب اس دیکھنے سے صاف معلوم ہوتا ہے

(۱۴۸) اگر بالکس لا کے تبدیل ہو یعنی اگر $x = 1$ تو موجب دفعہ ۴۴ کے یہ مستند
 کہ $x = \frac{1}{2}$ جس میں سے بعض معین مقدار ہے

بالعکس ہے اگر $r = 1$ تو دفعہ ۱۴۶ کے موافق ثابت ہو سکتا ہے کہ $r = 1$ یعنی r بالعکس لا کے تبدیل ہوتا ہے

۱۷۹) اگر گلاور ء اور می مقدار میں متغیر ہوں اور آپس میں اس طرح مربوط ہوں کہ گلاور کے حاصل ضرب میں جو تغیر ہو اس سے نسبت کسی کی قیمت میں بھی تبدل ہو تو کہہ سکتے ہیں

یہ دفعہ ۱۳۴۴ میں جو جملہ شلت کے روپ کے واسطے بیان ہوا ہے



رقبہ Δ اب س = $\frac{1}{4}$ و Δ ب س

∴ رقبہ Δ اب س = $\frac{1}{4}$ (یہ ایک مقدار معین ہے)

اسی طرح حاصل ضرب و Δ ب س کا جب بدلنا ہے تو اسی نسبت سے رقبہ بدل جاتا ہے
یعنی رقبہ ایسا بدلتا ہے جیسا کہ قاعدہ اور ارتطاع بالاشتراك بدلتا ہے

اور یہاں مشکل گذشتہ میں مثلثات اب س اور اب س کے مشابہت سے ہی ثابت ہوتا ہے
(۱۵۰) اگر ی Δ لاء تو موافق دفعہ ۱۴۴ کے ثابت ہوتا ہے کہ ی = س لاء

اگر ی = س لاء تو موافق دفعہ ۱۴۶ کے ثابت ہوتا ہے کہ ی Δ لاء

(۱۵۱) اگر لا اور وادی تین مقادیر متغیر ہوں اور اس طرح آپس میں مربوط ہوں کہ حاصل ضرب

لا اور وادی میں جو تبدیلی واقع ہو اسی نسبت سے ی کی قیمت میں تبدیلی واقع ہو تو ہم کہا کرتے

کہ ی ایسا بدلتا ہے جیسا کہ لا بالاشتقاق اور بالعکس اور اس ربط کو یوں تعبیر کیا کرتے ہیں
کہ ی Δ لاء اور اس حالت میں ی ایسا ہی بدلتا ہے جیسا کہ لا اور وادی بالاشتراك بدلتے ہیں

(۱۵۲) ایک مقدمہ یہاں ثابت کرتے ہیں جو سنہ تناسب کے قاعدہ کے بیان کے مابین کام آئے گا

اگر لا اور وادی تین مقادیر متغیر ہوں اور جب و کو معین متقل فرض کریں تو ی Δ لاء اور

جب لا کو معین متقل فرض کریں تو ی Δ و تو لا اور و دونوں بدلیں تو ی Δ لاء

فرض کرو کہ ی = و لاء واپس و ایک ایسی مقدار ہے بالفعل خواہ کچھ ہی ہم کو معلوم ہو

اوسمیں لا یا و یا دونوں شامل ہو سکتی ہیں

جب لا معین اور متقل ہی تو ی ایسا بدلتا ہے جیسا کہ و اس فرض کے بموجب و لا معین اور متقل ہے

اس لئے و بھی معین اور متقل ہے اور و اوسمیں شامل نہیں ہو سکتا

اور جب و معین اور متقل ہے تو و ایسا بدلتا ہے جیسا کہ لا تو اس فرض کے بموجب و

معین اور متقل ہے اور و اس لئے و متقل اور معین ہے پس و میں لا نہیں شامل ہو سکتا

∴ و معین اور متقل = س کے فرض کرو

تثنیہ اور علیٰ ہذا القیاس جب $\frac{ص}{س}$ معین اور مستقل ہو تو $\frac{ص}{س}$ لا اور جب لا معین اور مستقل ہو تو $\frac{ص}{س}$ لا اور جب لا اور $\frac{ص}{س}$ دونوں متغیر ہوگی تو $\frac{ص}{س}$ لا
تثنیہ اگر تعداد مقادیر کی زیادہ ہوں تو یہی ایسا ہی نتیجہ نکلیگا
(۱۵۳) بعض مسائل تبادل

(۱) اگر $\frac{ط}{ص}$ اور $\frac{ص}{س}$ تو $\frac{ط}{س}$ اسو
اسو $\frac{ط}{س}$ کہ فرض کرو $\frac{ط}{ص} = \frac{م}{ن}$ (۱) اس میں $\frac{م}{ن}$ معین اور مستقل ہے
 $\frac{ط}{ص} = \frac{ن}{س}$ (۲)
 $\frac{ط}{ص} = \frac{م}{ن}$ (۳) اور چونکہ $\frac{م}{ن}$ معین اور مستقل ہے اس لیے $\frac{م}{ن}$ معین اور مستقل ہے
 $\frac{ط}{ص} = \frac{م}{ن}$ (۴) اور $\frac{ط}{ص}$ معین اور مستقل ہے
دوم اگر $\frac{ط}{ص}$ اور $\frac{ص}{س}$ تو $\frac{ط}{س}$ اسو
اسو $\frac{ط}{س}$ کہ فرض کرو $\frac{ط}{ص} = \frac{م}{ن}$ اور $\frac{ص}{س} = \frac{ن}{س}$ اس میں $\frac{م}{ن}$ اور $\frac{ن}{س}$ معین اور مستقل ہے
تو $\frac{ط}{س} = \frac{م}{ن}$ اور $\frac{م}{ن}$ معین اور مستقل ہے
 $\frac{ط}{ص} = \frac{م}{ن}$

سوم اگر $\frac{ط}{ص}$ اور $\frac{ص}{س}$ تو $\frac{ط}{س} = \frac{م}{ن}$ اسو
اسو $\frac{ط}{س}$ کہ فرض کرو $\frac{ط}{ص} = \frac{م}{ن}$ اور $\frac{ص}{س} = \frac{ن}{س}$ اس میں $\frac{م}{ن}$ اور $\frac{ن}{س}$ معین اور مستقل ہے
 $\frac{ط}{ص} = \frac{م}{ن}$ (۱) اور $\frac{ص}{س} = \frac{ن}{س}$ (۲) اس میں $\frac{م}{ن}$ اور $\frac{ن}{س}$ معین اور مستقل ہے
چہارم اگر $\frac{ط}{ص}$ اور $\frac{ص}{س}$ تو $\frac{ط}{س} = \frac{م}{ن}$ اسو
اسو $\frac{ط}{س}$ کہ فرض کرو $\frac{ط}{ص} = \frac{م}{ن}$ اور $\frac{ص}{س} = \frac{ن}{س}$ اس میں $\frac{م}{ن}$ اور $\frac{ن}{س}$ معین اور مستقل ہے
 $\frac{ط}{ص} = \frac{م}{ن}$ (۱) اور $\frac{ص}{س} = \frac{ن}{س}$ (۲) اس میں $\frac{م}{ن}$ اور $\frac{ن}{س}$ معین اور مستقل ہے
 $\frac{ط}{ص} = \frac{م}{ن}$ (۳) اور $\frac{ص}{س} = \frac{ن}{س}$ (۴) اس میں $\frac{م}{ن}$ اور $\frac{ن}{س}$ معین اور مستقل ہے
 $\frac{ط}{ص} = \frac{م}{ن}$ (۵) اور $\frac{ص}{س} = \frac{ن}{س}$ (۶) اس میں $\frac{م}{ن}$ اور $\frac{ن}{س}$ معین اور مستقل ہے

پنجم اگر $\frac{ط}{ص}$ اور $\frac{ص}{س}$ تو $\frac{ط}{س} = \frac{م}{ن}$ اسو
اسو $\frac{ط}{س}$ کہ فرض کرو $\frac{ط}{ص} = \frac{م}{ن}$ اور $\frac{ص}{س} = \frac{ن}{س}$ اس میں $\frac{م}{ن}$ اور $\frac{ن}{س}$ معین اور مستقل ہے
تو $\frac{ط}{س} = \frac{م}{ن}$ اور $\frac{م}{ن}$ معین اور مستقل ہے

ط س د ص د
اور علیٰ تہ القیاس $\frac{ط}{ص} = \frac{د}{ص}$
ششم اگر ط د ص س تو ص د ط س اور س د ط
اسوئے کہ فرض کرو $ط = م ص س$

$$\text{تو ص} = \frac{ط}{م} \text{ س اور س} = \frac{ط}{م} \cdot \frac{ط}{ص}$$

$$\therefore \text{ص} = \frac{ط}{م} \text{ س اور س} = \frac{ط}{م} \text{ س}$$

امثلہ نمبری ۵۸ حل کی ہوئی

مثال اگر دھند اور جب لا = ۳۴ تو د = ۱۸ مساوات لا اور د کے درمیان
فرض کرو کہ د = م لا اسمین م معین اور مستقل ہے
تو بموجب شرط سوال کے $۱۸ = م \times ۳۴$

$$\therefore م = \frac{۱۸}{۳۴} = ۶$$

مثال اگر دھند لا اور جب لا = ۱۸ - ب تو د = ب مساوات لا اور

د کے درمیان دریافت کرو
فرض کرو کہ د = م (لا - ب) اسمین م مستقل اور معین ہے

تو بموجب شرط سوال کے $م = \frac{د}{لا - ب}$

$$\therefore م = \frac{۱۸}{۱۸ - ب}$$

$$\therefore د = \frac{۱۸}{۱۸ - ب} (لا - ب) \text{ مساوات مطلوب ہے}$$

مثال اگر سرمایہ بے جیسا کہ مجموعہ دو مقداروں کا بدلتا ہے اور ان دو مقداروں میں ایک
مقدار ایسی بدلتی ہے کہ لا اور دوسری مقدار ایسی بدلتی ہے جیسی کہ $\frac{لا}{د}$ اور جب لا = ۱
ہو تو د = ۶ اور جب لا = ۲ تو د = ۵ کو لا کی قیمتوں میں بیان کرو

فرض کرو کہ د = م لا + $\frac{۱}{لا}$ جب م اور ن مقادیر معین اور مستقل ہیں

$$\text{تو بموجب شرط سوال کے } ۶ = م + \frac{۱}{ن} \quad (۱)$$

$$(۲) \quad ۵ = م + \frac{۱}{ن}$$

اسے معلوم ہوتا ہے کہ $m = ۲$ اور $n = ۴$
 $\therefore ۲ = ۲ + ۲ + \frac{۴}{۲}$

اگر $۱ + ۲ + ۳ + ۴ - ۱ - ۲ + ۳ + ۴ = ۱۰$

فرض کرو کہ $۱ + ۲ = m$ (۱-۲)

$$\therefore m = \left(\frac{۱+۲}{۱-۲} \right)$$

$$\text{یعنی } \frac{۱+۲+۳+۴}{۱-۲+۳-۴} = \frac{۱۰}{۱-۲+۳-۴}$$

$$\therefore ۱+۲+۳+۴ : ۱-۲+۳-۴ :: m : ۱$$

$$۱۰ : ۱ :: m : ۱ \quad \therefore m = ۱۰$$

$$\text{یعنی } ۱+۲ = m = ۱۰$$

$$\therefore ۱+۲+۳+۴ = ۱۰$$

مثال اگر $۱+۲+۳+۴ = ۱۰$ اور $۱-۲+۳-۴ = ۱$ اور $۱+۲+۳+۴ = ۱۰$ لیکن جب

$۱-۲+۳-۴ = ۱$ اور $۱+۲+۳+۴ = ۱۰$ قیمت m کی دریافت کرو

فرض کرو کہ $m = ۱۰$ اور $n = ۴$ اس میں سے ایک مقدار معین اور مستقل ہے

$$(۱) \quad m = ۱۰ \quad (۲) \quad n = ۴$$

$$(۱) \quad m = ۱۰ \quad (۲) \quad n = ۴$$

$$\therefore \frac{۱+۲+۳+۴}{۱-۲+۳-۴} = \frac{۱۰}{۱-۲+۳-۴}$$

$$\text{یعنی } ۱+۲+۳+۴ = ۱۰$$

مثال فرض کرو کہ رقبہ مثلث کا ایک بڑا ہر جیہ کہ ارتفاع اور قاعدہ بالاشتراك اور جب

ارتفاع ۴ فیٹ ۱ انچ اور قاعدہ ۲ فیٹ ۱ انچ ہے رقبہ ۶ فیٹ ۱ انچ ہی پس بناؤ اور مثلث

کا رقبہ کیا ہوگا جس کا قاعدہ ۶ فیٹ ۱ انچ اور ارتفاع ۵ فیٹ ۲ انچ ہے

فرض کرو کہ رقبہ $=$ س \times ارتفاع \times قاعدہ $\div ۲$ ایک مقدار معین اور مستقل ہے

$$\text{بوجب سوال کے } ۶ = س \times \frac{۱}{۲} \times ۲$$

$$\therefore ۶ = س \times \frac{۱}{۲} \times ۲$$

$$\therefore ۶ = س \times \frac{۱}{۲} \times ۲$$

$$\therefore ۶ = س \times \frac{۱}{۲} \times ۲$$

بقیہ مطلوب = $(\frac{1}{4} \times 5 \times \frac{1}{8} \times 4 \times \frac{5}{9})$ م فٹ

= $\frac{125}{72}$ م فٹ

مثال فرض کرو کہ لنگر کے چھوٹے کا وقت ایسا بدلتا جیسا کہ اوپر کے طول کا جذبہ اگر ایک لنگر ۳۹ انچ کا ایک سکند میں حرکت کریں تو اس لنگر کا طول دریافت کرو جو ۵ دفعہ ایک فیٹ میں حرکت کرے

اس صورت میں وقت چھوٹے کا = س × لنگر کے طول سین میں ایک مقدار مستقل ہے

بحسب سوال کے ۱ = س × $\frac{39 \times 2}{39 \times 2}$

س = $\frac{1}{39 \times 2}$

∴ وقت چھوٹے کا = $\frac{1}{39 \times 2} \times$ طول لنگر کے

یعنی $\frac{1}{54} = \frac{1}{39 \times 2} \times$ طول لنگر

∴ $(\frac{15}{13}) = \frac{1}{39 \times 2} \times$ طول لنگر

∴ لنگر کا طول = $\frac{(15) \times 39 \times 2}{(13)}$ انچ

= ۴۵ انچ

مثال فرض کرو کہ مزدوری ایسی بدلتی ہے جیسی کہ تعداد مزدوروں اور گھنٹوں کی جنہیں وہ کام کرتے ہیں بالاشتراك بدلتی ہے اگر ۱۳ آدمی ۷ روپیہ ۵ دن میں آٹھ گھنٹہ روز کام کرنے سے پائین تو بتاؤ ۲۵ آدمیوں کی مزدوری ۱۲ دن میں ۹ گھنٹہ روز کام کرنے سے کیا ہوگی

اس صورت میں

مزدوری = س × م × کام کے گھنٹوں کی مقدار معین مستقل

ازروی سوال کے ۷ = س × ۱۳ × ۵ × ۸

س = $\frac{7}{8 \times 13 \times 5}$

اسی واسطی مزدوری مطلوب = $(\frac{7}{8 \times 13 \times 5} \times 25 \times 12 \times 9 \times 2)$ روپیہ

مثالین تیسری تا ۵۷ مشق کے واسطے

- (۱) معلوم ہے کہ ایسا بدلتا ہے جیسا کہ لا اور جب لا = تو د = ۲ ایس تباؤ کہ جب لا = ۲ کے توا کی کیا قیمت ہوگی
- (۲) معلوم ہے کہ ایسا بدلتا ہے جیسا کہ لا اور د بالاشتراك بدلتے ہیں اور جب لا = اور د = تو ای = اس قیمت کی اور صورت میں دریافت کرو کہ لا = ۲ اور د = ۲ کی ہو
- (۳) اگر ط اور ض میں تبادل معلوم ہو اور جب ط = ۲ تو ض = ۱۰ تو تباؤ جب ط = ۸ کی ہو تو ض کی کیا قیمت ہوگی
- (۴) اگر ط ۷ ص میں اور تین موافق قیمتیں ط اور ص اور س کی ۶ و ۹ و ۱۰ ہیں تو قیمت ط کی دریافت کرو جب ص = ۵ اور س = ۳ کی ہو
- (۵) اگر ط ۷ ص تو ثابت کرو کہ ط ۷ ص اور ط ۷ ص جمیعین دفعہ میں ہے
- (۶) اگر ط ۷ ص تو ثابت کرو کہ ط ۷ ص
- (۷) ثابت کرو کہ ہر طرح متوازی الاضلاع کے قاعدوں اور ارتفاعوں میں تبادل
- (۸) س روپیہ سیکڑہ کے حساب سے جو روپیہ کا سود ہوگا وہ روپیہ کا دلکش شرح فیصدی کے موافق ہوگا
- (۹) اگر جیننگ مہر کی سلون کی جسامت یکساں ہو تو ثابت کرو کہ اونکی سطح اور دونوں میں تبادل معلوم ہے
- (۱۰) اگر لا = د = ب اور جب لا = م اور د = ن تو اس مقدار معین کو دیا جو لا = د اور د = ب کو مربوط کرتی ہے
- (۱۱) ی = د لا + د اور د لا اور جب لا = ا اور د = ۲ تو ی = سہجائی اور لا کے ربط کو دریافت کرو
- (۱۲) اگر د لا اور ی د لا تو ثابت کرو کہ لا + د د ہائی
- (۱۳) اگر ی د م لا + د اور جب لا = ا اور د = ۲ تو ی = ۳ لیکن جب لا = ۲ اور د = ۳ تو ی = ۵ قیمت م کی دریافت کرو
- (۱۴) مان لو کہ مثلث کا قبا یہ بدلتا ہے جیسا کہ ارتفاع اور قاعدہ بالاشتراك بدلتے ہیں اور جب ارتفاع افٹ ۶ انچ ہے اور قاعدہ افٹ ۴ انچ ہے تو قریبہ مربع فٹ ہے تو اس مثلث کا قریبہ دریافت کرو جس کا قاعدہ ۳ فٹ ۵ انچ اور ارتفاع ۲ فٹ ۵ انچ ہے

(۱۵) اگر جہات کسی مخروط کی ۱۲ انچ اور قاعدہ ۳۰ انچ ہو اور جہات ۱۲۰ مکعب انچ ہو تو ارتفاع ایک دوسرے مخروط کا دریافت کرو جس کا ارتفاع ۲۰ انچ اور قاعدہ افقی ہو اور جہات مخروط کی ایسی بدلتی ہے جیسی کہ اس کا ارتفاع اور قاعدہ بالاشتراك (۱۶) ایک دہوئین کا انجن بغیر ٹرین کے ۲۴ میل ایک گھنٹہ میں جاتا ہے جتنی گاڑیاں اس کے پیچھے لگائیں جائیں ان کی تعداد کی جڑ کے موافق رفتار اس کی کہتی ہے جب ہم گاڑیاں اس کے پیچھے لگاتے ہیں تو ۲۰ میل کی رفتار فی گھنٹہ سے وہ آگے چلاؤ تا وہ اتنی گاڑیاں زیادہ سے زیادہ وہ چلا سکتا ہے

امثلہ نمبر ۵۹

مساوات اور نسبت اور تناسب اور تبادل کے مختلف سوالات اور مسائل

(۱) مساوات کی تعریف بیان کرو اور مساوات متطابقہ کی اس طرح تعریف بیان کرو کہ اوسمیں اور مساوات میں تمیز ہو جس کے اور حل مساوات سے کیا مراد ہوتی ہے

(۲) ان مساواتوں کو حل کرو

$$\frac{x}{3} = \frac{1 + x}{11 - 2x} - \frac{14 + x}{21} \quad (1)$$

$$2 = \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{xy}}{\sqrt{x} + \sqrt{y} - \sqrt{xy}} \quad (2)$$

$$\frac{5}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{z} \quad (3)$$

$$35 = 25 - 3x$$

$$(4) \quad \frac{5 + x}{5} : \frac{5 - x}{5} :: 5 : 3$$

(۳) تین فقیر زید بکر عمر ہیں مگر اول پائیس کچھ روپیہ اور جو کچھ زید اور عمر کے پاس ہے او ایک روپیہ زیادہ بکر پاس ہے اگر سب کو علیحدہ علیحدہ تین تین پائیاں دیدی جائیں تو زید پاس روپیہ دو چند ہو جاتا ہے اور جو کچھ زید اور عمر پاس ہو جائیگا اس سے دو چند بکر پاس ہو جائیگا تو بتاؤ اول ہر ایک پاس کیا تھا

(۲) نسبت اور تناسب اور نسبت مساوی اور نسبت کبریٰ غیر مساوی اور نسبت

صغریٰ غیر مساوی اور تناسب متواتر کی تعریف بیان کرو
 اگر نسبت کبریٰ کی ہر ایک رقم سے ایک ہی مقدار تفریق کی جائے تو بناو اور نسبت بکرا اثر ہوگا

(۵) (سہ) اگر ۱: ۲ :: ۳: ۴ د تو ثابت کرو کہ (۱) ۱: ۲ :: ۳: ۴

(۲) ۱: ۲ :: ۳: ۴ د تو ۱: ۲ :: ۳: ۴ د

(۳) اگر ۱: ۲ :: ۳: ۴ د اور نیز ۱: ۲ :: ۳: ۴ د تو ۱: ۲ :: ۳: ۴ د

(۴) کب ایک مقدار کو کہتے ہیں کہ وہ اس طرح بدلتی جس طرح دوسری مقدار بالاستقامت

بدلتی ہے اور ایک مقدار بالعکس بدلتی ہے

اور دو مقدار میں بالاستشرک بدلتی ہیں اور دوسری مقدار بالاستقامت تیسری مقدار بالاعکس بدلتی ہے

اگر لہذا د تو ثابت کرو کہ لا = س و جسمیں میں بعض حدین اور مستقل مقدار ہے

معلوم ہے کہ ایسا بدلتا ہے جیسا کہ مجموعہ دو مقدار کا اس طرح بدلتا ہے کہ ایک ان میں سے

جیسا لا بالاستقامت اور دوسرے جیسا لا بالاعکس اور جب لا = ا تو د = م اور جب

لا = ۲ تو د = ۵ تولد اور د کا باہمی ربط دریافت کرو

ب

(۱) مساوات کی قیمت کی تعریف کرو ہر دو مساواتوں کی تعریف کرو مساوات درجہ دوم

اور مخلوط کی درمیان فرق بتلاؤ

ہر مساوات درجہ دوم میں ثابت کرو کہ مجموعہ قیمتوں کا = لہ کے امثال کے جبکہ علامت بدلتی ہوگی

اور حاصل ضرب قیمتوں کا = تیسری رقم مساوات کے

(۲) ان مساواتوں کو حل کرو

$$(۱) \sqrt{x+3} - \sqrt{x-1} = 2$$

$$(۲) \frac{\sqrt{x-1}}{3} - \frac{\sqrt{x+3}}{2} = 10$$

$$10 = \frac{\sqrt{x-1}}{3} - \frac{\sqrt{x+3}}{2}$$

(۷) اگر مسافت جو کسی وقت میں طے کیا جائے > ۵ مسافت اگر ۴ فیٹ کی مسافت میں طے ہو تو ۴۰۰ فیٹ کی مسافت کتنی وقت میں طے ہوگی
(۱) وہ مساواتیں تباؤ جکی قیمتیں ۴ اور $\frac{۵}{۴}$ ہوں اور ۲ اور ۱ اور ۱ اور ۱
ان مساواتوں کو حل کرو

$$(۱) ۴ = \sqrt{۵n} - \sqrt{۵n}$$

$$(۲) ۴ = \sqrt{۵n} + \sqrt{۵n}$$

$$(۳) ۱ - \frac{۹}{۳} = \frac{۵}{۳} + \frac{۴}{۳}$$

$$\left[\frac{۳}{۳} + \frac{۴}{۳} = \frac{۴}{۳} + \frac{۵}{۳} \right]$$

$$(۴) \frac{۴}{۳} = \frac{\sqrt{۵n} + \sqrt{۵n}}{\sqrt{۵n} - \sqrt{۵n}}$$

(۲) تالیف نسبتوں کی کس طرح ہوتی ہے نسبت صغریٰ کے ساتھ جو کوئی نسبت تالیف کیا
تو اس کا اثر نسبت پر کیا ہوگا

(۳) خاص آدمیوں کے ایک کام کو خاص وقت میں بنایا اگر آدمی زیادہ ہوتے
یا کم آدمی کم ہوتے تو بقدر ایک دن کے وقت میں تبدیل ہوتا تو تباؤ او کی کیا تعداد

(۷) ایک اور دو بجے کے درمیان وقت ہے اسے ۶ منٹ بعد منٹ کی سوئی ٹھیک مقابلہ
میں اوس مقام کے ہوگی جہاں ۷ منٹ پیشتر گھنٹہ کی سوئی تھی تو تباؤ وقت کیا ہے

(۴) گیند بٹے کے پالے میں اگر ہر ایک طرف سے سات آدمی مڑھاتے
تو طرفین کے آدمیوں میں نسبت ۴ : ۳ کی ہو جاتی اور اگر تین آدمی جی آتے

تو اوئیں نسبت :: ۱۳ : ۱۰ کی ہو جاتی تو تباؤ جیتنے والے گروہ میں
کتنے آدمی ہیں

(۵) تناسب کی تعریف اقلیدس نے جو لکھی ہے اوسے بیان کرو اور ثابت کرو کہ جو متبادل
موافق تعریف جوہر مقابلہ کے تناسب ہو گئیں وہ موافق علم ہندسہ کی تعریف کی بھی تناسب

ہو گئیں کسوا طے تعریف تناسب کی جوہر مقابلہ میں بیان ہوئی ہے علم ہندسہ میں نہیں
اختیار کیجاتی اسی حدود کے موافق بناؤ کہ اعداد ۲ و ۳ و ۴ وہ تناسب ہیں یا نہیں

ب کے درمیان وسط فی النسبت دریافت کرو

(س) اگر ۱ : ب :: ح : د تو ثابت کرو کہ

$$(۱) ۱ \pm ب : ۱ :: ح \pm د : ح$$

$$(۲) ۱ + ۱ : ۱ - ۱ :: ب + ۱ : ۱ - ۱ :: ح + ۱ : ح - ۱$$

(ص) اگر ۱ : ۲ :: ۲ : ۳ :: ۳ : ۴ :: ۴ : ۵ :: ۵ : ۶ :: ۶ : ۷ :: ۷ : ۸ :: ۸ : ۹ :: ۹ : ۱۰

اور ب اور ح اور د مناسب ہونگے

(۵) اگر ۱ : ب :: د : ح تو ثابت کرو کہ ۱ = س لاء اور س ایک مقدار مستقل اور معین ہے

اگر ۱ : ب :: د : ح تو ثابت کرو کہ ۱ = س لاء اور س

مثلاً میں رقبہ = $\frac{1}{2}$ قاعدہ \times ارتفاع عمودی فرض کرو کہ رقبہ بندے اور قاعدہ اور

ارتفاع بدلیں تو بتاؤ قاعدہ بلحاظ ارتفاع عمودی کے کس طرح بدلتا ہے

(۶) اگر زید اور بکر جس وقت کہیلے بیٹھے زید پاس سے چند روپیہ کر کے روپیہ سے

اول گنٹہ میں زید ۵ روپیہ مارا اور اسکا روپیہ اسی بدلتا ہے جسکی کہ وقت شروع

بالعکس بدلتا ہے اور بعد ۳ کے گنٹہ زید کے روپیہ کو بکر کے روپیہ سے ۱۳ اور ۹ کی نسبت

تو بتاؤ ہر ایک پاس کتنا روپیہ تھا

سلسلہ جمع تفریق یا متوالیہ حسابیہ

(۱۵۴) حد جبر متقابلین جب متسلسل ایسی مقدار میں ہوں کہ وہ باہم ایک دوسرے پر

موقوف بعض قانون کے بموجب ہوں تو ایسی مقدار کو سلسلہ کہتے ہیں

حد اگر کوئی سلسلہ مقادیر کا بالترتیب ایسا ہو کہ زیادہ یا کم

کی جمع یا تفریق کرنے سے پورا ہو تو اسے سلسلہ جمع یا تفریق یا متوالیہ حسابیہ کہتے ہیں

اور جو ایک ہی مقدار جمع یا تفریق ہوتی ہے اسکو فرق عام یا فرق مشترک کہتے ہیں

مثلاً سلسلہ ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ وغیرہ جو ایک کے زیادہ کرنے سے ہر رقم پیدا ہوتا ہے

۲۶۹
اور جبکہ ہر رقم اپنی ماقبل کے رقم سے بقدر ایک کے زیادہ ہے سلسلہ جمع تفریق یا متوالیجیہ
اب یہ سلسلہ اعداد ۱۶ و ۱۷ و ۱۸ و ۱۹ و ۲۰ و ۲۱ و ۲۲ کے تفریق
کرنے سے پیدا ہوتا ہے یعنی جس میں ہر رقم اپنی ماقبل کے رقم سے بقدر ۲ کے کم ہے
سلسلہ جمع تفریق ہے یا متوالیجیہ ہے

اور علیٰ ہذا القیاس ان سلسلوں میں سے ہر ایک سلسلہ -۴ و -۳ و -۲ و -۱ و ۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و غیر ہما
اور ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷ و ۸ و ۹ و ۱۰ و غیر ہما اور ۱۱ و ۱۲ و غیر ہما میں سے

سلسلہ جمع تفریق یا متوالیجیہ ہے اور ان سلسلوں کا فرق عام +۳ اور -۴ اور
+۳ لا میں سلسلہ جمع تفریق کی صورت عام یہ ہے

۱ و ۱ + ب و ۲ + ب و ۳ + ب و ۴ + ب و غیر ہما

یا ۱ و ۱ - ب و ۲ - ب و ۳ - ب و ۴ - ب و غیر ہما
اول سلسلہ میں مقدارین بقدر یک برتری جاتی ہیں اور دوسرے سلسلہ میں بقدر یک کمتری
ب فرق عام ہے

(۱۵۵) سلسلہ ۱ و ۱ + ب و ۲ + ب و ۳ + ب و غیر ہما

اول رقم ۱ ہی جو = ۱ + ۰ × ب = ۱ + (۱ - ۱) ب

دوسری رقم ۱ + ب ہی جو = ۱ + ۱ × ب = ۱ + (۱ - ۲) ب

تیسری رقم ۱ + ۲ ب ہی جو = ۱ + ۲ × ب = ۱ + (۱ - ۳) ب

اسے معلوم ہوتا ہے کہ ہر رقم میں سب کا سلسلہ کے تعداد ارقام سے جو اس رقم تک بقدر ایک

∴ (ن - ۱) وین رقم = ۱ + [(ن - ۲) - ۱] ب = ۱ + (ن - ۳) ب

(ن - ۱) وین رقم = ۱ + [(ن - ۱) - ۱] ب = ۱ + (ن - ۲) ب

ن وین رقم = ۱ + (ن - ۱) ب

اور نیز سلسلہ ۱ و ۱ - ب و ۲ - ب و ۳ - ب و غیر ہما میں

اول رقم وہی جو $1 + x - b = 1 - x \cdot 0 - b = 1 - (1 - 1) - b$
 دوسری رقم وہی جو $1 + x(1 - 2) - b = 1 - (1 - 2) - b$
 تیسری رقم وہی جو $1 + x(1 - 3) - b = 1 - (1 - 3) - b$
 اور علیٰ ہذا القیاس n ویں رقم $1 + x(1 - n) - b = 1 - (1 - n) - b$
 اور یہ وہی رقم ہے جو پہلے سلسلہ کی n ویں رقم تھی صرف b کی جگہ b رکھا گیا ہے
 (۱۵۶) سلسلہ جمع تفریق کی اول رقم اور فرق عام معلوم ہے کوئی سی رقم اس کی دریافت کرو
 فرض کرو کہ $1 =$ اول رقم کی $b =$ فرق عام کے
 بموجب دفعہ آخر کے n ویں رقم $= 1 + (n - 1) - b$

امثلہ نمبر ۴۰ حل کی ہوئی

مثال ۲۵ ویں رقم سلسلہ ۲، ۵، ۸، ۱۱ وغیرہ کی دریافت کرو

اب اوپر کے قانون جریہ میں $1 = 2$ اور $b = 3$ اور $n = 25$
 $\therefore 25$ ویں رقم $= 2 + 3(1 - 25)$

مثال ۲ سلسلہ ۵، ۱۱، ۱۷، ۲۳ وغیرہ کی دسویں رقم دریافت کرو

قانون جریہ مذکور میں $1 = 5$ اور $b = 6$ اور $n = 10$
 \therefore دسویں رقم $= 5 + 6(1 - 10)$

مثال ۳ ۷ ویں رقم سلسلہ $\frac{1}{2}$ ، 1 ، $\frac{3}{2}$ ، 2 وغیرہ کی دریافت کرو

یہاں $1 = \frac{1}{2}$ اور $b = \frac{1}{2}$ اور $n = 7$
 $\therefore 7$ ویں رقم $= \frac{1}{2} + \frac{1}{2}(1 - 7)$

مثال ۴ آٹھویں اور ۱۲ ویں رقم اس سلسلہ کے

$[n - 1 - b] + [1 - (n - 1) - b] + [2 - (n - 2) - b] + \dots$
 چونکہ $(1 - 1) - 1 = (2 - 2) - 1 = \dots = (n - 1) - 1 = b - 1$

$$\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{1}{n(n-1)} \quad \text{اور نیز} \quad \frac{1}{n} - \frac{1}{n-2} = \frac{2}{n(n-2)}$$

$$\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{1}{n(n-1)} \quad \text{یہاں } 1 = \frac{n-1}{n-1}$$

$$\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{1}{n(n-1)} \quad \text{ب} = \frac{1}{n-1}$$

$$\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{1}{n(n-1)} \quad \text{ن} = \frac{1}{n}$$

$$\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{1}{n(n-1)} \quad \text{ص} = \frac{1}{n(n-1)}$$

$$\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{1}{n(n-1)} \quad \text{ب} = \frac{1}{n-1}$$

$$\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{1}{n(n-1)} \quad \text{ن} = \frac{1}{n}$$

امثلہ نمبر ۶۱ ۱ مشق کے واسطے

ان سلسلوں میں سے ہر ایک سلسلے کے رقموں کا حاصل جمع دریافت کرو

- (۱) ۲ + ۵ + ۸ + وغیرہما کی ۱۰ رقموں اور ۱۵ رقموں کا
- (۲) ۲ + ۴ + ۶ + وغیرہما کی ۱۵ رقموں اور ۲۰ رقموں کا
- (۳) ۳ + ۶ + ۹ + ۱۱ + وغیرہما کی ۱۲ رقموں اور ۲۵ رقموں کا
- (۴) ۱ + ۳ + ۵ + وغیرہما کی ۱۰۰ رقموں اور ۱۱ رقموں کا
- (۵) ۳ + ۹ + ۱۵ + وغیرہما کی ۱۱ رقموں اور ۳۰ رقموں تک
- (۶) ۲ + ۴ + ۱۲ + وغیرہما کی ۱۰ رقموں اور ۱۰۱ رقموں تک
- (۷) ۲ + ۴ + ۱۲ + وغیرہما کی ۴ رقموں اور ۲۰ رقموں تک
- (۸) ۸ + ۸ + ۸ + ۸ + وغیرہما کی ۲۵ رقموں اور ۲۰ رقموں تک
- (۹) ۱ + ۱ + ۱ + ۱ + وغیرہما کی ۱۰ رقموں اور ۱۰ رقموں تک
- (۱۰) ۱ + ۲ + ۳ + ۴ + ۵ + وغیرہما کی ۲۰ رقموں اور ۳۵ رقموں تک
- (۱۱) ۱ + ۲ + ۳ + ۴ + ۵ + وغیرہما کی ۱۰ رقموں اور ۲۰ رقموں تک
- (۱۲) ۴ + ۵ + ۳ + ۲ + ۱ + وغیرہما کی ۱۵ رقموں اور ۳۶ رقموں تک
- (۱۳) ۱ - ۳ - ۵ - ۱ - وغیرہما کی ۸ رقموں اور ۱۰ رقموں تک
- (۱۴) ۱۰۰ + ۱۰۸ + ۱۱۶ + ۱۰۰ + وغیرہما کی ۱۰ رقموں اور ۱۰ رقموں تک
- (۱۵) ۱ + ۱ + ۱ + ۱ + ۱ + وغیرہما کی ۴ رقموں اور ۱۰ رقموں تک
- (۱۶) ۴ - ۳ - ۱۰ - ۱ - وغیرہما کی ۱۰ رقموں اور ۱۰ رقموں تک
- (۱۷) ۶ + ۴ + ۵ + ۵ + ۵ + وغیرہما کی ۲۵ رقموں اور ۵۰ رقموں تک
- (۱۸) ۵ - ۱۵ - ۱۵ - ۱۵ - ۱۵ - وغیرہما کی ۱۰ رقموں اور ۱۰ رقموں تک
- (۱۹) ۱۰ + ۱۰ + ۱۰ + ۱۰ + ۱۰ + وغیرہما کی ۱۹ رقموں اور (۱+ن) رقموں تک
- (۲۰) ۱ + (۱+ل) + (۱+ل) + (۱+ل) + (۱+ل) + وغیرہما کی ۵ رقموں اور ۱۰ رقموں تک
- (۲۱) ۱ + ۱ + ۱ + ۱ + ۱ + وغیرہما کی ۵ رقموں اور ۱۰ رقموں تک

یہ مساوات درجہ دوم کی ہے اور اس سے n کی دو قیمتیں معلوم ہوں گی۔ اگر ایک مثبت ہو اور
دوسری منفی تو فقط قیمت مثبت کام کی ہے اور اگر دو قیمتیں n کی مثبت ہوں تو اس سے
یہ معلوم ہو گا کہ دو مجموعہ متعادل کے ایسے ہیں کہ شریط سوال کو پورا کرتے ہیں
مثال ایک سلسلہ جمع تفریق کا حاصل جمع ۱۲۴۰ ہے اور فرق عام ۴۰ اور تعداد

ارقام ۱۰ اول رقم دریافت کرو

$$\begin{aligned} \text{یہاں } ص = ۱۲۴۰ \quad [ب + (۱-n) \times ۴۰] &= ۱۲۴۰ \\ ۱۰ [۴۰ - ۴۰(۱-n) + ۴۰] &= ۱۲۴۰ \quad \therefore ۴۰ - ۴۰(۱-n) + ۴۰ = ۱۲۴ \\ ۴۰ - ۴۰ + ۴۰n + ۴۰ &= ۱۲۴ \\ ۴۰n &= ۱۲۴ - ۴۰ = ۸۴ \\ n &= ۲.۱ \end{aligned}$$

مثال سلسلہ حسابیہ کی کا حاصل جمع ۱۳۵۵ ہے اور رقم اول ۵ ہے اور تعداد ارقام بہ تو
فرق عام دریافت کرو

$$\begin{aligned} \text{یہاں } ص = ۱۳۵۵ \text{ اور } ص &= [ب + (۱-n) \times ۴] \\ ۵ = ۱۳۵۵ &= [ب + (۱-۳) \times ۴] \\ ۱۳۵۵ &= [ب + ۱۰] \\ ۱۳۵۵ - ۱۰ &= ب \\ ۱۳۴۵ &= ب \\ ۱۳۴۵ &= ب \\ ۳ &= ب \end{aligned}$$

مثال سلسلہ حسابیہ کا حاصل جمع ۵۶۷ اور اول رقم ۷ اور فرق عام ۲ تعداد ارقام
۱۰

$$\begin{aligned} \text{ص} &= [ب + (۱-n) \times ۲] \\ ۵۶۷ &= [ب + (۱-۱۲) \times ۲] \\ ۵۶۷ &= [ب - ۲۲] \\ ۵۸۹ &= ب \\ ۵۸۹ &= ب \\ ۵۸۹ &= ب \\ ۵۸۹ &= ب \\ ۵۸۹ &= ب \\ ۵۸۹ &= ب \\ ۵۸۹ &= ب \\ ۵۸۹ &= ب \\ ۵۸۹ &= ب \end{aligned}$$

مثال سلسلہ حسابیہ کی جمع ۱۴۵ ہے اول رقم ۱۴ اور فرق عام ۲ تعداد ارقام دریافت کرو

تو دو اطراف کی رقوم کے صحیح میں جو رقیق ہوں اوکو اوسط حسابیہ کہتے ہیں
(۱۵۹) اوسط حسابیہ دو رقوم کے صحیح میں دریافت کرو

فرض کرو کہ a اور b مقدار معلوم ہوں
تو a اور b کے درمیان سلسلہ حسابیہ میں ہوں

$$\begin{aligned} \therefore a - b &= 2d \\ \text{یعنی } a + b &= 2l \\ \therefore l &= \frac{a+b}{2} \end{aligned}$$

اوسط حسابیہ دو مقدار کے درمیان نصف مجموعہ اور مقدار کا ہوتا ہے

مثال $\frac{1}{2}$ اور $\frac{1}{3}$ کے درمیان اوسط حسابیہ دریافت کرو
موجب قاعدہ کے جو اوپر بیان ہوا $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$
یا اس طرح کہ فرض l اوسط مطلوب ہے

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1}{2} - l &= l - \frac{1}{3} \\ \therefore \frac{1}{2} + \frac{1}{3} &= 2l \\ \therefore l &= \frac{5}{6} \end{aligned}$$

(۱۶۰) دو مقدار معلوم کے درمیان متعدد اوسط حسابیہ مندرجہ کرو

فرض کرو کہ a اور b دو مقدار معلوم ہوں
م تعدد ارقام اوسط کی

\therefore تعدد ارقام \therefore سلسلہ میں $m + 1$ دو ارقام اطراف کی یعنی $m + 2$ کی

$$\begin{aligned} \therefore \text{اگر } l \text{ فریق عام ہو} \\ b - a &= 2d \\ \therefore b - a &= 2d \\ \therefore b - a &= 2d \\ \therefore b - a &= 2d \end{aligned}$$

اسے معلوم ہوگا سلسلہ میں ہوگا

$$\begin{aligned} \therefore a + b &= 2l \\ \therefore a + b &= 2l \\ \therefore a + b &= 2l \\ \therefore a + b &= 2l \end{aligned}$$

مثلاً نمبر ۶۲ حل کی ہوئی

مثال ۱۱ اور ۴ کے درمیان میں اوسط حسابیہ دریافت کرو

یہاں تعداد ارقام $۲ + ۳ =$

$\therefore ۲۷۷ = ۱۱۷ + (۱ + ۳) \text{ لا اگر لافرق عام ہو}$
یعنی $۳۹ = ۱۷$

$\therefore \text{لا} = ۹$

\therefore اوسط $۱۱۷ + ۹$ اور $۱۱۷ + ۲ \times ۴$ اور $۱۱۷ + ۳ \times ۹$

یعنی ۱۲۶ و ۲۴۷ و ۳۸۷

مثال ۲ - ۲ اور ۳ کے درمیان دو اوسط حسابیہ مندرجہ کرو
فرض کرو کہ لافرق عام ہے

تو تعداد ارقام $۴ = ۲ + ۲$

$\therefore ۳ - ۳ = ۳$

$\therefore \text{لا} = ۴$

$\therefore \text{لا} = ۲$

\therefore اوسط $۲ + ۳$ اور $۲ \times ۲ + ۳$

یعنی ۱ اور ۱۰

مثال ۳ - ۱ اور $\frac{۱}{۲}$ کے درمیان ۷ اوسط حسابیہ مندرجہ کرو

فرض کرو کہ لافرق عام ہے

تعداد ارقام $۹ = ۲ + ۷$

$\therefore \frac{۱}{۲} - ۱ = \frac{۱}{۲}$

$\therefore \frac{۱}{۲} - \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۲}$

$\therefore \text{لا} = \frac{۱}{۲}$

\therefore اوسط ۱ - $\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۱}{۲}$

یعنی $\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۱}{۲}$

امثلہ نمبری ۶۲ مشق کے واسطے

(۱) ۱ اور ۵ کے درمیان - ۵ اور ۳ کے درمیان اور ۱ اور $\frac{۱}{۲}$ کے درمیان

اور $\frac{۱}{۲}$ اور $\frac{۱}{۲}$ کے درمیان $\frac{۱}{۲}$ اور $\frac{۱}{۲}$ کے درمیان (۱ + لا) اور

(۱ - لا) کے درمیان رقم اوسط دریافت کرو

(۲) نمبر ۱۹ اور ۳۴ کے درمیان ۴ اوسط حسابیہ مندرجہ کرو اور ۵ کے درمیان

۷ اوسط حسابیہ اور ۲ و - ۱۸ کے درمیان ۴ اوسط حسابیہ مندرجہ کرو

(۳) ۱۱ اور ۱ کے درمیان ۳ اوسط حسابیہ اور ۱ اور ۹ کے درمیان ۹ اوسط حسابیہ مندرجہ کرو

تو بتاؤ ۴۰ برس کے آخر میں کتنا پیسہ جمع ہوگا

اولیٰ ۲۰ برس کے اندر مقدار نفع کے دریافت کریں

$$1 = 100 = ص = [12 + (1 - ن) ب] \frac{ن}{۳}$$

$$ب = 100 = [100 \times 19 + 200] =$$

$$ن = 20 = 21000 = ۲۱۰۰۰ روپیہ$$

∴ اس کا اولیٰ ۲۰ برس میں فائدہ ۲۱۰۰۰ روپیہ کا ہے

۲۱ علیٰ ہذا القیاس دوسرے ۲۰ برس میں ۲۱۰۰۰ روپیہ کا ہے

∴ ۴۰ برس کے انجام میں ۱۰۰۰ روپیہ + ۲۱۰۰۰ روپیہ + ۲۱۰۰۰ روپیہ = ۴۳۰۰۰ روپیہ

مثال ۴۱ ایک عدد تین ہندسوں کا ہے اور اس کے ہندسے سلسلہ حسابیہ میں ہیں اور اگر

اوس عدد کو اس کے ہندسوں کے مجموعہ پر تقسیم کریں تو ۲۶ حاصل ہوتی ہیں اور اگر اوس پر

۱۹۸ زیادہ کریں تو ہندسے معکوس ہو جاتے ہیں اوس عدد کو دریافت کرو

فرض کرو کہ لہ - ۵ اور لا اور لا + ۵ ہندسے ہوں

$$ل = ۱۰۰ = (ل - ۵) + ۱۰ + لا + لا + ۵$$

$$(۱) \quad ۱۱۱ - لا = ۵۹۹ - لا = ۲۶ = ۳$$

$$(۲) \quad ۱۱۱ - لا - ۵۹۹ + لا = ۱۹۸ = ۱۰۰ = (لا + ۵) + ۱۰ + لا + لا - ۵$$

اسے معلوم ہوتا ہے کہ لا = ۳ اور ۵ = ۱

اس کا ہندسے ۲۰۳۴۵ اور عدد مطلوب ۲۳۴۵ ہے

مثال ۴۲ ایک سیدہ من ۲۰۰ پتھر دو دفٹ کے فاصلہ پر رکھ دی ہوئی ہیں اور ایک لڑکا

۲۰۰ کے فاصلہ پر اول پتھر سے رکھا ہے تو بتاؤ اگر ایک شخص ایک ایک پتھر اٹھا کر

اوس ٹوکے میں رکھے تو کتنی مسافت طے کریگا

جتنی مسافت طے کریگا وہ دو چند مجموعہ اوس سلسلہ حسابیہ ہوگا جسکی اول رقم

$$= ۶۰ فیٹ فرق عام = ۲ اور تعداد ارقام = ۲۰۰$$

اسے معلوم ہوا کہ ان قیمتوں کے رکھنے سے

$$ص = [12 + (1 - ن) ب] \frac{ن}{۳}$$

(۹) سلسلہ حسابیہ میں چار اعداد ہیں مجموعہ اطراف کا ۸ ہے اور حاصل ضرب اوسط کا ۱۵ اور اعداد کو دریافت کرو

(۱۰) چار اعداد سلسلہ حسابیہ میں ایسے ہیں کہ اول کے دو اوسط کے مجذورون کا مجموعہ ۱۸ ہے اور دو اول کے مجذورون کا مجموعہ ۱۸ ہے اور اعداد کو دریافت کرو

(۱۱) سلسلہ حسابیہ میں ایک خاص تعداد متعاقب کی ہے جس کا فرق عام ہے اور جس کا مجموعہ برابر اول مجموعہ کے ہر گنتی کے ہے اگر ۳ کو دوسری رقم پر زیادہ کریں اور اس حاصل جمع کو مجموعہ ارقام پر تقسیم کریں تو خارج قسمت اول رقم کے برابر ہوتا ہے اور اعداد کو دریافت کرو

(۱۲) زید یکساں رفتار سے ۶ میل ایک گنٹہ میں چلتا ہے اور ۳ گنٹہ ۲۰ منٹ چل چکا کہ اس کی بچھے بکروانہ ہوا اور بکر اس حال سے چلا کہ اول گنٹہ میں ۵ میل اور ۱۵ میل دوسرے گنٹہ میں اور تیسرے گنٹہ میں اور علیٰ ہذا القیاس تو بتاؤ کتنے گنٹوں میں بکر زید کو ملے گا (۱۳) سلسلہ حسابیہ میں ایک خاص تعداد متعاقب کی ہے جسکی اول رقم ۲ ہے اور جس کا مجموعہ ۱۸ ہے گنا تعداد ارقام ہے ہر اگر تیسری رقم پر زیادہ کریں اور حاصل جمع کو تعداد ارقام تقسیم کریں تو خارج قسمت فرق عام ہوگا اور اعداد کو دریافت کرو

(۱۴) م وین اور ن وین رتین سلسلہ حسابیہ کی معلوم ہیں م وین رقم دریا کرو

(۱۵) ایک سلسلہ کی پانچویں اور نویں رتین ۱۱ اور ۹ ہیں دوسری اور ساتویں رقم دریافت کرو

(۱۶) ثابت کرو کہ کسی سلسلہ حسابیہ کی ۲۱ رقموں میں سے آخر نصف رقموں کا مجموعہ برابر ہوتا ہے اوسے سلسلہ کے ۳۱ رقموں کا مجموعہ کے ایک تہائی کے

(۱۷) اگر ص اور ص ۳۰ تین حسابیہ سلسلوں کی ۱۱ رقموں کا مجموعہ ہو جسکی اول رقم ۱۰ اور فرق عام جدا جدا ۱۰ اور ۳ ہیں تو ثابت کرو کہ ص اور ص ۳۰ اور ص ۳۰ سلسلہ حسابیہ ہیں

(۱۸) م سلسلہ حسابیہ میں اور ہر یکا سے شروع ہوتا ہے اور اول کے فرق عام ۲ اور ۳ وغیرہ

م میں تو ثابت کرو کہ مجموعہ اولیٰ ۱۱ رقموں کا $\frac{1}{2} = [(ن-۱)م + (ن+۱)م]$

(۱۹) دو شہر وین ۱۹۸ میل کا فاصلہ ہے و مان سے موہن اور سوہن بارادہ علاقہ قلات موہن
 اول دن ۱۸ میل اور دوسرے دن ۵ میل اور ۷ میل تیس دن اور علی ہذا القیاس چلتا ہے اور سوہن
 اول دن ۱۸ میل اور دوسرے دن ۶ میل اور تیس دن ۸ میل چلتا ہے تو بتاؤ کتنے دنوں چلے گا
 وہ آبسین ملے گا

(۲۰) اول جنوری ۱۹۹۹ء کو ایک فقیر نے اتنی گروٹ زید سے پائین جتنی برسوں کا زید تھا اور سات
 برس تک ہریتہ یکم خوری کو زید اس طرح گروٹ دیتا رہا اور پھر زید مر گیا اور ان سب گروٹ کی
 قیمت ۱۰ پونڈہ اشلنگ بنیں تھی تو بتاؤ زید کس عمر میں مرا

سلسلہ ضرب تقسیم یا سلسلہ ہندسیہ

(۱۶۱) اگر ایک سلسلہ تقادیر کا بالترتیب ہوا تو ایک مشترک جزئی کے گھٹا رہتا ہو یعنی اگر ہر ایک
 بعد اول رقم کے اس طرح پیدا ہوتی ہو کہ ماقبل کی رقم کو کسی ایک ہی مقدار میں ضرب دین
 تو اس جزئی کو نسبت مشترک اور اس سلسلہ کو سلسلہ ہندسیہ کہتے ہیں یا سلسلہ ضرب تقسیم
 مثلاً سلسلہ اعداد ۲، ۴، ۸، ۱۶، ۳۲ وغیرہ یا سلسلہ ضرب تقسیم یا سلسلہ ہندسیہ
 جس میں بعد اول رقم کے ہر ایک رقم اس طرح پیدا ہوتی ہے کہ ماقبل کی رقم کو ایک عدد میں یعنی
 نسبت مشترک ۲ میں ضرب دی ہے اور علی ہذا القیاس ان سلسلوں میں ہر ایک سلسلہ اول رقم ۱۰ دیا گیا وغیرہ
 ۱ اور ۱ اور ۱ اور ۱ اور ۱ اور ۱ وغیرہ

سلسلہ ہندسیہ اور نسبت مشترک اول سلسلہ میں ۱۰ اور دوسرے میں ۲ کے
 تنبیہ نسبت مشترک نہایت آسانی سے اس طرح دریافت ہوتی ہے کہ کسی رقم کو اس کی ماقبل کی
 رقم پر تقسیم کرو صورت عام سلسلہ ہندسیہ کی یہ ہے

۱ اور ۱ اور ۱ اور ۱ اور ۱ اور ۱ وغیرہ
 اگر کہہ غیرو واجب تو یہ سلسلہ ہندسیہ ہے اور اگر کہہ واجب ہے تو یہ سلسلہ گھٹتا ہے
 اس سلسلہ ۱ اور ۱ اور ۱ اور ۱ اور ۱ اور ۱ وغیرہ میں
 اول رقم ۱ جو = ۱ - ۱ = ۱ - ۱

دوسری رقم اور جو = ۱ × ۱ = ۱

تیسری رقم اور جو = ۱ × ۱ = ۱

اسے معلوم ہوتا ہے کہ کسی رقم میں قوت نما کا ہمیشہ اوس تعداد سے بقدر ایک کم ہوتا ہے جو اوس رقم کا مقام سلسلہ میں بتلاتی ہے

∴ (۱-۲) وین رقم ہوگی = ۱ (۲-۱) = ۱ اور ۳-۲

(۱-۱) وین رقم ہوگی = ۱ (۱-۱) = ۱ اور ۲-۱

۱ وین رقم = ۱ (۱-۱)

(۱۶۱) سلسلہ ہندسہ کی اول رقم اور نسبت مشترک معلوم ہے اوکی کوئی سی رقم دریا کر فرض کر دے کہ اول رقم اور = نسبت مشترک تو بموجب آخر دفعہ کے

مثالین نمبر ۱۴ کا حل کی ہوئی

نویں رقم سلسلہ ۱۴ و ۱۹ وغیرہ کی دریافت کرو

اوپر کی صورت جبریہ میں ۱ = ۱ اور ۲ = ۲ اور ۳ = ۳

∴ نویں رقم = ۱ × ۱ = ۱

۱۰ = ۱۰ اور ۱۱ = ۱۱

مثال ۱۲ + ۱۳ + ۱۴ + ۱۵ + ۱۶ + ۱۷ + ۱۸ + ۱۹ وغیرہ کی آئندہ وین رقم دریافت کرو

۱۲ ÷ ۱ = ۱۲ اور ۱۳ ÷ ۱ = ۱۳ اور ۱۴ ÷ ۱ = ۱۴ اور ۱۵ ÷ ۱ = ۱۵ اور ۱۶ ÷ ۱ = ۱۶ اور ۱۷ ÷ ۱ = ۱۷ اور ۱۸ ÷ ۱ = ۱۸ اور ۱۹ ÷ ۱ = ۱۹

∴ ۸ وین رقم = ۳ × ۳ = ۹

۱۰ = ۱۰ اور ۱۱ = ۱۱

مثال پانچویں اور چھٹی رقمیں سلسلہ ۱-۳-۴-۵-۶-۷-۸-۹-۱۰-۱۱ کی دریافت کرو

∴ اول = ۱ اور ۲ = ۲ اور ۳ = ۳ اور ۴ = ۴ اور ۵ = ۵ اور ۶ = ۶ اور ۷ = ۷ اور ۸ = ۸ اور ۹ = ۹ اور ۱۰ = ۱۰ اور ۱۱ = ۱۱

∴ پانچویں رقم = ۱ × ۱ = ۱

۱۰ = ۱۰ اور ۱۱ = ۱۱

دوم = ۱ اور ۲ = ۲ اور ۳ = ۳ اور ۴ = ۴ اور ۵ = ۵ اور ۶ = ۶ اور ۷ = ۷ اور ۸ = ۸ اور ۹ = ۹ اور ۱۰ = ۱۰ اور ۱۱ = ۱۱

∴ چھٹی رقم = ۱ × ۱ = ۱

۱۰ = ۱۰ اور ۱۱ = ۱۱

مثال سلسلہ ۱-۲-۳-۴-۵-۶-۷-۸-۹-۱۰-۱۱-۱۲-۱۳-۱۴-۱۵-۱۶-۱۷-۱۸-۱۹-۲۰ کی دریافت کرو

∴ اول = ۱ اور ۲ = ۲ اور ۳ = ۳ اور ۴ = ۴ اور ۵ = ۵ اور ۶ = ۶ اور ۷ = ۷ اور ۸ = ۸ اور ۹ = ۹ اور ۱۰ = ۱۰ اور ۱۱ = ۱۱ اور ۱۲ = ۱۲ اور ۱۳ = ۱۳ اور ۱۴ = ۱۴ اور ۱۵ = ۱۵ اور ۱۶ = ۱۶ اور ۱۷ = ۱۷ اور ۱۸ = ۱۸ اور ۱۹ = ۱۹ اور ۲۰ = ۲۰

پانچویں قسم = $2 = \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{8}\right)$

$$\frac{1}{120} = \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{3} =$$

دوم $2 = \frac{1}{2}$ اور $2 = -\frac{1}{8}$ اور $2 = 0$

تین ویں رقم $\frac{1}{2} - \left(\frac{1}{8}\right) = \frac{1}{4}$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8} \text{ اگر ناطاق ہو تو علامت + کی اور نہج ہو تو - کی علامت}$$

مشق نمبر ۴۴ کے واسطے

(۱) پہلی قسم سلسلہ $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots$ وغیرہ دریافت کرو

(۲) سلسلہ $100 + 14 + 14 + \dots$ وغیرہ کی نوین اور $\frac{1}{2}$ وین رقم دریافت کرو

(۳) $9 - 4 + 4 - 9 + \dots$ وغیرہ کی چوتھی اور 0 وین رقم دریافت کرو

(۴) سلسلہ $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots$ وغیرہ کی پانچویں اور $(1 - 0)$ وین رقم دریافت کرو

(۱۶۳) متبادر سلسلہ ہندسیہ میں ہن اونکا حاصل جمع دریافت کرو

فرض کرو کہ $1 = \text{اول رقم}$ = نسبت مشترک $0 = \text{تعداد ارقام کی اور ص} = \text{مجموعہ سلسلہ کے دفعہ ۱۶۱ سے ظاہر ہوتا ہے کہ}$

$$(۱) \text{ ص} = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + \dots + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + \dots + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + \dots$$

$$(۲) \text{ رص} = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + \dots + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + \dots + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + \dots$$

(۱) کو ۲ سے تفریق کرو چونکہ (۱) کی دوسری رقم سلسلہ (۲) کی اول رقم سے اور (۱) کی

تیسری رقم (۲) کی دوسری رقم سے اور علیٰ ہذا القیاس 0 وین رقم سلسلہ (۱) کی $(1 - 0)$

وین رقم (۲) سے تفریق ہو کر فنا ہو جاتی ہن اور یہ نتیجہ حاصل ہوتا ہے کہ

$$\text{رص} - \text{ص} = 1 - 1 = 0$$

$$\text{یعنی (ر - ص)} = 1 - 1 = 0$$

$$\text{ص} = \frac{1}{1 - 1} = \frac{1}{0}$$

نتیجہ اول اگر ن بہت بڑا ہو تو جمع کرنا سلسلہ کا نہایت مشقت کا کام ہو جائیگا و نان لو کام

کی اعانت لیننی چاہئے

نتیجہ دوم اگر کسر واجب ہو تو اور اسکی قواء نسبت اکے کم ہونگی ہوا سطرے حساب کی آسانی

۲۸۷
کئے مساوات اور ۱۲-۱ کی شمار کنندہ اور نسب نامہ - امین ضرب دیکھو یہ تیناں ۱-۱-۱

اشکال نمبری ۶۵ حل کی ہوئی
مثال سلسلہ ۱+۳+۹+۲۷+۸۱+۲۴۳+۷۲۹+۲۱۸۷+۶۵۶۱+۱۹۶۸۳+۵۹۰۴۹+۱۷۷۱۴۷+۵۳۱۴۳۱
یہاں ۱ = ۱
۳ = ر
۱۲ = ن

مثال سلسلہ ۱+۳+۹+۲۷+۸۱+۲۴۳+۷۲۹+۲۱۸۷+۶۵۶۱+۱۹۶۸۳+۵۹۰۴۹+۱۷۷۱۴۷+۵۳۱۴۳۱
یہاں ۱ = ۱ اور ۱۱ = ۱
۳ = ر
۸ = ن

مثال سلسلہ ۱+۳+۹+۲۷+۸۱+۲۴۳+۷۲۹+۲۱۸۷+۶۵۶۱+۱۹۶۸۳+۵۹۰۴۹+۱۷۷۱۴۷+۵۳۱۴۳۱
یہاں ۱ = ۱
۳ = ر
۱۰ = ن

مثال سلسلہ ۱+۳+۹+۲۷+۸۱+۲۴۳+۷۲۹+۲۱۸۷+۶۵۶۱+۱۹۶۸۳+۵۹۰۴۹+۱۷۷۱۴۷+۵۳۱۴۳۱
یہاں ۱ = ۱
۳ = ر
۱۰ = ن

مثال سلسلہ ۱+۳+۹+۲۷+۸۱+۲۴۳+۷۲۹+۲۱۸۷+۶۵۶۱+۱۹۶۸۳+۵۹۰۴۹+۱۷۷۱۴۷+۵۳۱۴۳۱
یہاں ۱ = ۱
۳ = ر
۱۰ = ن

$$\begin{aligned}
 (۱۴) \quad & \frac{1}{4} - \frac{1}{9} + \frac{1}{16} - \frac{1}{25} + \dots \text{ وغیرہ } \\
 (۱۵) \quad & \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \frac{1}{25} + \dots \text{ وغیرہ } \\
 (۱۶) \quad & 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \dots \text{ وغیرہ } \\
 (۱۷) \quad & 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{9} - \frac{1}{16} + \dots \text{ وغیرہ } \\
 (۱۸) \quad & 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{9} - \frac{1}{16} + \dots \text{ وغیرہ } \\
 (۱۹) \quad & \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \frac{1}{25} + \dots \text{ وغیرہ } \\
 (۲۰) \quad & \frac{1}{4} - \frac{1}{9} + \frac{1}{16} - \frac{1}{25} + \dots \text{ وغیرہ } \\
 (۱۹۴) \quad & \text{دفعہ آخر میں ص} = \frac{1-1}{1-1}
 \end{aligned}$$

$$\frac{1-1}{1-1} =$$

اگر $l = n$ دین رقم سلسلہ کے

$$\text{ص} = \frac{1-1}{1-1} \text{ یعنی } \frac{1-1}{1-1}$$

اس مساوات سے جب چار تقادیر اور ول و ص میں سے تین معلوم ہوں تو چوتھی رقم ہی معلوم
 (۱۹۵) سلسلہ ہندسہ لانهت رقموں کا حاصل جمع دریافت کرو جس میں نسبت مشترک ہو
 دفعہ ۱۹۲ کی تہیہ میں اول رقم ہی r (الیکٹر واجب) نسبت مشترک اور n تعداد
 ارقام اور حاصل جمع S ہے اولین ہم نے ثابت کیا ہے کہ

$$\text{ص} = \frac{1-1}{1-1}$$

را ایک سر واجب ہوں جتنا بڑا ہو جائیگا قیمت r کی اور اس میں n کی گنتی جاگی اور اگر
 n لانهت زیادہ ہو جائیگا تو n لانهت کم ہوگا اور اس واسطے n کے مقابلہ میں نسبت
 ہر ایک مقدار کے جو مقرر ہو سکتی ہے جو بڑا ہوگا اس واسطے n کو ساقط کر سکتی ہیں
 اور اگر n ایسی لانهت سلسلہ کی قیمت کو تعبیر کرے تو یہ حاصل ہوگا کہ

جملہ $\frac{1}{r}$ کو حد کہتے ہو کسی قریب قریب ہمیشہ جمع سلسلہ کی ایسی آتی جاتی ہے کہ ان قدر
 تفاوت ہر مقدار سے جو مقرر ہو سکتی ہے کم ہو سکتا ہے اگرچہ یہ حاصل جمع لانهت
 مساوات حقیقی $\frac{1}{r}$ کے ساتھ نہیں پیدا کرتا لیکن مساوات تقریبی ایسی پیدا کرتا ہے
 کہ ان کا حاصل تقریبی ہر مقدار سے چھوٹا ہو سکتا ہے اور اس لئے وہ اس لانهت سلسلہ

(۱۰) $\frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000} + \dots$ وغیرہ کا نہایت

تناسب قانون جبرہ مح = $\frac{1}{10}$ سے کسور مدور کی قیمت دریافت کرنی نہایت اچھی ترکیب معلوم ہوتی ہے کسور مدور سلسلہ ہندسہ میں ہوتی ہیں جنکی نسبت مشترک $\frac{1}{10}$ وغیرہ میں یعنی دور کر میں جتنے ہندسے ہوں اوسکے موافق ان نسبت مشترکہ میں سے نسبت

مثال قیمت وغیرہ $\frac{333}{1000}$ کی قیمت دریافت کرو

یہ کہ اعشاریہ اس سلسلہ ہندسہ سے تعبیر ہوتی ہے

$\frac{333}{1000} = \frac{3}{10} + \frac{33}{100} + \frac{333}{1000}$ وغیرہ
 $\frac{333}{1000} = \frac{3}{10} = \frac{33}{100} = \frac{333}{1000}$ \therefore مح = $\frac{1}{10}$ \therefore

مثال وغیرہ $\frac{8137}{10000}$ کی قیمت دریافت کرو

$\frac{8137}{10000} = \frac{8}{10} + \frac{137}{1000} = \frac{81}{100} + \frac{37}{1000}$ (سلسلہ ہندسہ) \therefore مح = $\frac{1}{10}$
 $\frac{8137}{10000} = \frac{81}{100} = \frac{37}{1000}$ \therefore

قیمت کے اعشاریہ $\frac{8137}{10000} = \frac{81}{100} + \frac{37}{1000}$

(۱۶۶) حد اگر تین مقادیر $\frac{1}{10}$ اور $\frac{1}{100}$ سلسلہ ہندسہ میں ہوں تو لاکھ اوسط ہندسہ

اور ب کے درمیان کہتے ہیں

اگر سلسلہ مقادیر $\frac{1}{10}$ اور $\frac{1}{100}$ اور $\frac{1}{1000}$ وغیرہ سلسلہ ہندسہ ہو تو دو اطراف کے

بیچ میں جتنی تقوین ہوں اوتھو اوسط ہندسہ اونی اطراف کا کہتے ہیں

(۱۶۷) دو مقادروں کے درمیان اوسط ہندسہ دریافت کرو

فرض کرو کہ $\frac{1}{10}$ اور ب مقادیر ہوں

لا اوسط ہندسہ

تو $\frac{1}{10}$ اور لا اور ب سلسلہ ہندسہ میں ہیں

$\frac{1}{10} = \frac{1}{10}$ \therefore

$\frac{1}{10} = \frac{1}{10}$ \therefore

$\frac{1}{10} = \frac{1}{10}$ \therefore

یعنی دو مقادیر کے درمیان اوسط ہندسیہ جذراؤں کے حاصل ضرب کا ہوتا ہے
مثال $\frac{1}{8}$ اور $\frac{1}{4}$ کے درمیان اوسط ہندسیہ دریافت کرو
موجب قاعدہ مذکور کے اوسط ہندسیہ $= \sqrt{\frac{1}{8} \times \frac{1}{4}} = \frac{1}{\sqrt{32}}$ یا اس طرح کہ

$$\text{فرض کرو کہ اوسط ہندسیہ ہے } \frac{1}{\sqrt{32}} = \frac{1}{\sqrt{32}}$$

$$\frac{1}{16} = \frac{1}{32}$$

$$\frac{1}{16} = \frac{1}{32}$$

(۱۶۸) دو مقدار معلوم میں متعدد اوساط ہندسیہ کو مندرج کرو

فرض کرو کہ ۱ اور ۲ دو مقدار ہوں

م تعداد اوسط رقوم کی ہو

تو تعداد ارقام سلسلہ کی $m + 2$

اگر ر نسبت مشترک ہو

$$b = a \cdot r^{(m+2)-1}$$

$$1 + 2 = 3$$

$$\therefore \frac{1}{2} = \frac{1}{1} \cdot r^{(3)-1}$$

$$\therefore \frac{1}{2} = r^2$$

اسے معلوم ہوا کہ سلسلہ یہ ہو گا کہ ۱ اور $\frac{1}{2}$ اور $\frac{1}{4}$ وغیرہ اور $\frac{1}{8}$ اور ۱

مشکل نمبری ۶۷ حل کی ہوگی

مثال ۲ اور ۳ کے درمیان تین اوساط ہندسیہ مندرج کرو

$$\text{تعداد ارقام} = 2 + 3 = 5$$

اگر نسبت مشترک ہو

$$3 = 2 \cdot r^{(5)-1}$$

$$\therefore 3 = 16r^4$$

$$\therefore r = \sqrt[4]{\frac{3}{16}}$$

اوساط ۲ $\times \sqrt[4]{\frac{3}{16}}$ اور ۲ $\times \sqrt[4]{\frac{3}{16}}$ یعنی $2 \pm \sqrt[4]{\frac{3}{16}}$ اور $2 \pm \sqrt[4]{\frac{3}{16}}$ ہیں

مثال $\frac{1}{4}$ اور $\frac{1}{8}$ کے درمیان ۴ اوساط ہندسیہ مندرج کرو
اگر نسبت مشترک ہو

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{f} + \frac{1}{v} \quad \frac{1}{q} = \frac{1}{12}$$

∴ اوسط $\frac{1}{4} \times 30 + \frac{1}{4} \times 30 + \frac{1}{4} \times 30 + \frac{1}{4} \times 30$ یعنی $\frac{1}{4} \times 120$ داد 30 و 30

۱۔ مثلہ نمبری، ۲۔ مستقیم کے واسطے

(۱) ۲ اور ۸ کے درمیان اور $\frac{1}{2}$ اور $\frac{1}{8}$ کے درمیان اور اللہ و اللہ اور

۱- ب اور $\frac{3}{4}$ کے درمیان اوسط ہندسہ مندرج کرو

(۲) ۱۷ اور ۳۵۶ کے درمیان اور ۲ اور $\frac{17}{17}$ کے درمیان اور ۱۷ اور $\frac{17}{17}$ کے درمیان

اور ۱ اور ۲ کے درمیان دو اوسط ہندسہ مندرج کرو

(۳) $\frac{1}{2}$ اور ۱۲۸ کے درمیان اور ۵ کم ۱ اور ۲۰ کے درمیان تین اوسط ہندسے

۴۸ امثلہ نمبری

سلسلہ ہندسہ کے متفرق سوالات حل کئے ہوئے

مثال سلسلہ ہندسیہ میں ۴ اعداد ہیں جنہوں سے اول اور دوم کا مجموعہ = ۱۵ اور مجموعہ

سوم اور چہارم = ۶۰ اوں اعداد کو دریافت کرو

فرصت کرو کہ لا اور لاء اور لدا اور لڈا اعداد ہوں

$$(1) \quad 10 = 5u + 4v$$

(P) $y = 5u + 5u$

مساوات (۲) سے ۲ (۱۱ + ۵) = ۶۰

$$70 = 510 \div 7$$

$$r = 1$$

$$0 = 10 \div 10 = 10r + 0 \therefore$$

۱۰ و ۲۰ و ۳۰ و ۴۰ و ۵۰ و ۶۰ و ۷۰ و ۸۰ و ۹۰ و ۱۰۰

مثال: سید میں چار اعداد ایسے ہیں کہ ان کا مجموعہ = ۳۰ اور آخر رقم اوائل کے

مجموعہ پر تقسیم کی گئی = $\frac{1}{2}$ اولیٰ اعداد کو دریافت کرو
فرض کرو کہ لا اور لاری اور لاری اور لاری اعداد ہوں

(1) $\mu = \mu_1 + \mu_2 + \mu_3$

$$(r) \quad \frac{r}{\mu} = \frac{\mu N}{5N + 5N}$$

$$(۲) \text{ سے } \frac{x}{y} = \frac{2}{x+1}$$

اسے معلوم ہوا کہ $x=2$

∴ (۱) میں رکھنے سے $15 = 30 = 60 = 120$

∴ اعداد ۲ و ۴ و ۸ و ۱۶ ہیں

مثال ۱۱ سلسلہ ہندسیہ میں تین ایسے اعداد ہیں کہ حاصل ضرب اونکا = ۶۴ اور انکے مجموعہ

= ۵۸۴ اون اعداد کو دریافت کرو فرض کرو کہ اول اور لاۓ اعداد مطلوب ہیں

$$\text{تو } x = 64 \quad (۱)$$

$$x + x^2 + x^3 = 584 \quad (۲)$$

ساوات (۱) سے $x = 64$ اور $x^2 = 4096$

∴ (۲) قیمت رکھنے سے ہم کو یہ حال ہوتا ہے کہ

$$x^3 - x^2 = 584 - 4096$$

اسے معلوم ہوتا ہے کہ $x^2 = 64$ ∴ $x = 8$ ∴ $x^3 = 512$

∴ اعداد ۲ اور ۸ ہیں

مثال ۱۲ جس سلسلہ ہندسیہ کی رقموں کی تعداد خفت ہو اس میں ثابت کرو کہ طاق رقموں کا مجموعہ خفت رقموں کے مجموعہ سے وہ نسبت رکھتا ہے جو ارکبتا ہے اسے اور نسبت مشترک ہے

فرض کرو کہ $1 =$ اول رقم کی اور $2 =$ تعداد ارقام

تو مجموعہ طاق رقموں کا = $1 + 1^2 + 1^3 + \dots + 1^{2-1}$ وغیرہ ان رقموں تک = $\frac{1-1^{2-1}}{1-1}$

مجموعہ خفت رقموں کا = $1 + 1^2 + 1^3 + \dots + 1^{2-1}$ وغیرہ ان رقموں تک = $\frac{1-1^{2-1}}{1-1}$

∴ مجموعہ طاق ارقام : مجموعہ خفت ارقام :: $1 : 1$

مثال ۱۳ لا اور ۵ کے درمیان اوسط ہندسیہ : لا اور ۵ کے اوسط حسابیہ :: $1 : 1$

تو ثابت کرو کہ لا : لا :: $1 : 1$

ازروی سوال لا : لا :: $1 : 1$

$$\frac{b}{a} = \frac{b}{a} \quad \therefore$$

$$\frac{c}{b} = \frac{c}{b} \quad \therefore$$

$$\frac{d}{c} = \frac{d}{c} \quad \therefore$$

$$\frac{e}{d} = \frac{e}{d} \quad \therefore$$

$$\frac{f}{e} = \frac{f}{e} \quad \therefore$$

یعنی

$$\frac{b}{a} = \frac{c}{b} = \frac{d}{c} = \frac{e}{d} = \frac{f}{e}$$

$$\frac{5-11}{5+11} = \frac{5-11}{5+11}$$

$$\frac{1}{2-5} = \frac{1}{-3} = -\frac{1}{3}$$
 یعنی

$$\sqrt{1-\frac{4}{5}} + \frac{4}{5} \cdot \sqrt{1-\frac{4}{5}} = 1 - \frac{4}{5} = 1 \therefore$$

$$\frac{1}{c-1} + 1 = \frac{1}{c-1} (c-1 + 1) \therefore$$

$$\frac{r-2n+1}{r-1} = \frac{4}{5} \therefore$$

نی لہذا: $\frac{F_1 - F_2}{F_1 + F_2} = \dots$

مثال ۶ یعنی لا: ی: + ۱ = لا - ی: - ۱ : ی: - ۱
اگر ص = (لا - ی) + (ی - لا) + وغیرہما کون رقموں کا جمع کر دو
اور اگر مح = اس سلسلہ کی لاناہایت رقموں کے مجموعہ کے ہوتو ثابت کر دو کہ

ص: مح: لا ان - س: ان: لا ان
 $\frac{1}{n} = \frac{n-1}{n} = \frac{n-1}{n} - \frac{1}{n}$

$$\frac{\frac{5}{10}}{\left(1 - \frac{5}{10}\right)} = 1$$

$$\frac{1}{1 - \frac{5}{10}} = \dots$$

$$\frac{s-1}{s-1} = 1$$

$$\frac{r_2 - r_1}{r_1} = \frac{(r_2 - r_1) \times 100}{r_1} = \text{٪ ص}$$

۱- ص : ح :: لا ان - ع : لا ان

اشناد نبیری ۶۸ مشق کے واسطے

(۱) سلسلہ ہندسیہ میں تین اعداد ایسی ہیں کہ مجموعہ اول اور آخر رقم ۵۲۶ ہے اور اس کا مجذور ۱۰۰ ہے اور ان اعداد کو دریافت کرو۔

(۲) ایک پہلے مانسنے ۲۱۰ روپیہ تین آدمیوں میں تقسیم کیے اور ان کے چھ سلیہ بند
میں تیراوا کو ۹۰ روپیہ زادہ بہ نسبت تیرے کے ہاتھ لگے تو تاویہ مک کو کھانا

(۳) سلسلہ ہندوستان میں تین اعداد میں جنکا مجموعہ = ۳۱ اور مجموعہ اوٹکے بخیر و برکت

(۴) تین اعداد سلسلہ ہندسہ میں ہیں اور ان کا مجموعہ ۳۶ ہے اور مجموعہ اول اور آخر کا ۲۶
اول اعداد کو دریافت کرو

(۵) حاصل تقی دو اعداد کے درمیان ۴۸ ہے اور ان کا اوسط حسابیہ ہندسیہ کے بقدر ۸ کے زیادہ ہے اور ان اعداد کو دریافت کرو۔

(۶) سلسلہ ہند میں تین اعداد ہیں جن کا مجموعہ = ۱۱۳ اور مجموعہ اول اور دوم کا تقسیم کیا گیا
دوم اور سوم مجموعہ پر = ۱۱۳ اول اعداد کو دریافت کرو

(۷) اگر تعداد پرستاره ہندسیہ میں بہن تو او کی حاصل تفریق ہی سلسلہ ہندسیہ ہوگی

(۸) اگر اوروپ کا اوسط حسابیہ اون کے اوسط ہندسہ سے دو چند ہو تو ثابت کرو

$$Ph-r: Ph+r::p:1$$

(۹) اگر سلسلہ ہندسیہ کی اول دور قیمن و اورب ہوں تو اس سلسلہ کی لگہ نہایت قریب کا حاصل جمع دریافت کرو

(۱۰) اگر ص ۱۵۵ و غیرہ ص ۱۵۶ حاصل جمع ۱۰ ہندسیہ سلسلون کا ہو جبکی اول قسمن
۱ اور ۲ اور ۳ اور ۴ و غیرہ ۱۰ ہوں اور ان تعداد اقام ہوں اور نسبت مشترک ہر یک
میں ہو تو ثبات کرو

$$ص_1 + ص_2 + \dots + ص_n + \text{وغیرہما} = \frac{n(n+1)}{2} \cdot \left(\frac{1-k}{1-r}\right)$$

(۱۱) ایک لاناہیت سلسلہ ہندوئیسکی اول رقم ای اور ہر ایک رقم برابر ہر باقی ارقام
مجموعہ اوس کے اور دریافت کرو

(۱۲) ہر ایک سلسلہ ہندسیہ میں جس کے تعداد ارقام طاق ہوں مجموعہ ارقام کی منجھ ورون کا برابر حاصل ضرب مجموعہ کل ارقام اور تفاوت ارقام خفیت اور طاق کے

(۱۳) اگر کدوب و ح و د سلسلہ ہندسیہ میں ہوں تو ثنات کرو کہ

$$(a+b)^2 + (a+b) + (b+1) = (a+b+1)$$

(۱۳۷) اگر ص، و، ص، و غیر ہما ص، حاصل جمع ن لہ نہایت ہندسیہ سلسلہ کی ہوں اور ہر یک سلسلہ کی اول رقم اے اور نسبت مشترک $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{4}$ و غیر ہما $\frac{1}{5}$ ہیں تو ثابت کرو کہ $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots$ وغیر ہما $\frac{1}{2} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots$

سلسلہ موسیقی

(۱۳۹) حد اگر ایک سلسلہ مقادیر میں ہر یک متصل کی تین رقموں میں بہ ربط ہو کہ اول کو تیسرے کے ساتھ وہ نسبت ہو جو اول اور دوم کے چار تفریق کو دوم اور سوم کے چار تفریق کے ساتھ نسبت ہو تو اسے سلسلہ موسیقی کہتے ہیں جیسے اوب و ح و د وغیر ہما ایک سلسلہ ہے۔

$$ا : ح :: ا - ب : ب - ح$$

اور علیٰ ہذا القیاس تو سلسلہ اوب و ح و د وغیر ہما سلسلہ موسیقی کہلاتا ہے ہم اس سلسلہ کا حاصل جمع نہیں دریافت کر سکتے مگر وہ مسئلہ ثابت کرتے ہیں جو سوالات (۱۴۰) مقادیر سلسلہ موسیقی کے متکافی سلسلہ حسابیہ میں ہوتے ہیں فرض کرو کہ اوب و ح و د وغیر ہما سلسلہ موسیقی کے مقادیر متصل ہوں تو

$$\begin{aligned} ا : ح :: ا - ب : ب - ح \\ ا - ب - ح = ا - ح = ا - ح - ب \\ ا - ح - ب = ا - ح - ب = ا - ح - ب \\ ا - ح - ب = ا - ح - ب = ا - ح - ب \end{aligned}$$

اور نیز ب : د :: ب - ح : ح - د

$$\begin{aligned} ا - ح - د = ا - ح - د = ا - ح - د \\ ا - ح - د = ا - ح - د = ا - ح - د \\ ا - ح - د = ا - ح - د = ا - ح - د \end{aligned}$$

(۱۴۱) سلسلہ موسیقی کی اول دور قین معلوم ہیں ن دین رقم دریافت کرو فرض کرو کہ ا اور ب سلسلہ موسیقی کے اول دور قین ہیں کہ

اوس سلسلہ حسابیہ کی جسکی اول دور قین $\frac{1}{2}$ اور $\frac{1}{3}$ ہوں ن دین رقم بہ ہوگی کہ

$$= \frac{1}{2} + (1 - \frac{1}{2}) (\frac{1}{2} - \frac{1}{4})$$

$$= \frac{1}{2} + (1 - \frac{1}{2}) (\frac{1}{2} - \frac{1}{4})$$

$$= \frac{1}{2} + (1 - \frac{1}{2}) (\frac{1}{2} - \frac{1}{4})$$

۱۰ دین قسم سلسلہ موسیقی کی

$$= \frac{1}{2} + (1 - \frac{1}{2}) (\frac{1}{2} - \frac{1}{4}) = \frac{1}{2} + (1 - \frac{1}{2}) (\frac{1}{2} - \frac{1}{4})$$

امثلہ نمبری ۶۹ حل کی ہوئی

(۱) سلسلہ ۲ و ۳ و ۴ کے اول اور آخر دور تین لکھو

$\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{8}$ سلسلہ حبابیہ میں ہیں

∴ فرق عام = $\frac{1}{4}$

∴ سلسلہ حبابیہ یہ ہے

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128} + \frac{1}{256} + \frac{1}{512} + \frac{1}{1024} + \frac{1}{2048} + \frac{1}{4096} + \frac{1}{8192} + \frac{1}{16384} + \frac{1}{32768} + \frac{1}{65536} + \frac{1}{131072} + \frac{1}{262144} + \frac{1}{524288} + \frac{1}{1048576} + \frac{1}{2097152} + \frac{1}{4194304} + \frac{1}{8388608} + \frac{1}{16777216} + \frac{1}{33554432} + \frac{1}{67108864} + \frac{1}{134217728} + \frac{1}{268435456} + \frac{1}{536870912} + \frac{1}{1073741824} + \frac{1}{2147483648} + \frac{1}{4294967296} + \frac{1}{8589934592} + \frac{1}{17179869184} + \frac{1}{34359738368} + \frac{1}{68719476736} + \frac{1}{137438953472} + \frac{1}{274877906944} + \frac{1}{549755813888} + \frac{1}{1099511627776} + \frac{1}{2199023255552} + \frac{1}{4398046511104} + \frac{1}{8796093022208} + \frac{1}{17592186044416} + \frac{1}{35184372088832} + \frac{1}{70368744177664} + \frac{1}{140737488355328} + \frac{1}{281474976710656} + \frac{1}{562949953421312} + \frac{1}{1125899906842624} + \frac{1}{2251799813685248} + \frac{1}{4503599627370496} + \frac{1}{9007199254740992} + \frac{1}{18014398509481984} + \frac{1}{36028797018963968} + \frac{1}{72057594037927936} + \frac{1}{144115188075855872} + \frac{1}{288230376151711744} + \frac{1}{576460752303423488} + \frac{1}{1152921504606846976} + \frac{1}{2305843009213693952} + \frac{1}{4611686018427387904} + \frac{1}{9223372036854775808} + \frac{1}{18446744073709551616} + \frac{1}{36893488147419103232} + \frac{1}{73786976294838206464} + \frac{1}{147573952589676412928} + \frac{1}{295147905179352825856} + \frac{1}{590295810358705651712} + \frac{1}{1180591620717411303424} + \frac{1}{2361183241434822606848} + \frac{1}{4722366482869645213696} + \frac{1}{9444732965739290427392} + \frac{1}{18889465931478580854784} + \frac{1}{37778931862957161709568} + \frac{1}{75557863725914323419136} + \frac{1}{151115727451828646838272} + \frac{1}{302231454903657293676544} + \frac{1}{604462909807314587353088} + \frac{1}{1208925819614629174706176} + \frac{1}{2417851639229258349412352} + \frac{1}{4835703278458516698824704} + \frac{1}{9671406556917033397649408} + \frac{1}{19342813113834066795298816} + \frac{1}{38685626227668133590597632} + \frac{1}{77371252455336267181195264} + \frac{1}{154742504910672534362390528} + \frac{1}{309485009821345068724781056} + \frac{1}{618970019642690137449562112} + \frac{1}{1237940039285380274899124224} + \frac{1}{2475880078570760549798248448} + \frac{1}{4951760157141521099596496896} + \frac{1}{9903520314283042199192993792} + \frac{1}{19807040628566084398385987584} + \frac{1}{39614081257132168796771975168} + \frac{1}{79228162514264337593543950336} + \frac{1}{158456325028528675187087900672} + \frac{1}{316912650057057350374175801344} + \frac{1}{633825300114114700748351602688} + \frac{1}{1267650600228229401496703205376} + \frac{1}{2535301200456458802993406410752} + \frac{1}{5070602400912917605986812821504} + \frac{1}{10141204801825835211973625643008} + \frac{1}{20282409603651670423947251286016} + \frac{1}{40564819207303340847894502572032} + \frac{1}{81129638414606681695789005144064} + \frac{1}{162259276829213363391578010288128} + \frac{1}{324518553658426726783156020576256} + \frac{1}{649037107316853453566312041152512} + \frac{1}{1298074214633706907132624082305024} + \frac{1}{2596148429267413814265248164610048} + \frac{1}{5192296858534827628530496329220096} + \frac{1}{10384593717069655257060992658440192} + \frac{1}{20769187434139310514121985316880384} + \frac{1}{41538374868278621028243970633760768} + \frac{1}{83076749736557242056487941267521536} + \frac{1}{166153499473114484112975882535043072} + \frac{1}{332306998946228968225951765070086144} + \frac{1}{664613997892457936451903530140172288} + \frac{1}{1329227995784915872903807060280344576} + \frac{1}{2658455991569831745807614120560689152} + \frac{1}{5316911983139663491615228241121378304} + \frac{1}{10633823966279326983230456482242756608} + \frac{1}{21267647932558653966460912964485513216} + \frac{1}{42535295865117307932921825928971026432} + \frac{1}{85070591730234615865843651857942052864} + \frac{1}{170141183460469231731687303715884105728} + \frac{1}{340282366920938463463374607431768211456} + \frac{1}{680564733841876926926749214863536422912} + \frac{1}{1361129467683753853853498429727072845824} + \frac{1}{2722258935367507707706996859454145691648} + \frac{1}{5444517870735015415413993718908291383296} + \frac{1}{10889035741470030830827987437816582766592} + \frac{1}{21778071482940061661655974875633165533184} + \frac{1}{43556142965880123323311949751266331066368} + \frac{1}{87112285931760246646623899502532662132736} + \frac{1}{174224571863520493293247799005065324265472} + \frac{1}{348449143727040986586495598010130648530944} + \frac{1}{696898287454081973172991196020261297061888} + \frac{1}{1393796574908163946345982392040522594123776} + \frac{1}{2787593149816327892691964784081045188247552} + \frac{1}{5575186299632655785383929568162090376495104} + \frac{1}{11150372599265311570767859136324180752990208} + \frac{1}{22300745198530623141535718272648361505980416} + \frac{1}{44601490397061246283071436545296723011960832} + \frac{1}{89202980794122492566142873090593446023921664} + \frac{1}{178405961588244985132285746181186892047843328} + \frac{1}{356811923176489970264571492362373784095686656} + \frac{1}{713623846352979940529142984724747568191373312} + \frac{1}{1427247692705959881058285969449495136382746624} + \frac{1}{2854495385411919762116571938898990272765493248} + \frac{1}{5708990770823839524233143877797980545530986496} + \frac{1}{11417981541647679048466287755595961091061972992} + \frac{1}{22835963083295358096932575511191922182123945984} + \frac{1}{45671926166590716193865151022383844364247891968} + \frac{1}{91343852333181432387730302044767688728495783936} + \frac{1}{182687704666362864775460604089535377456991567872} + \frac{1}{365375409332725729550921208179070754913983135744} + \frac{1}{730750818665451459101842416358141509827966271488} + \frac{1}{1461501637330902918203684832716283019655932542976} + \frac{1}{2923003274661805836407369665432566039311865085952} + \frac{1}{5846006549323611672814739330865132078623730171904} + \frac{1}{11692013098647223345629478661730264157247460343808} + \frac{1}{23384026197294446691258957323460528314494920687616} + \frac{1}{46768052394588893382517914646921056628989841375232} + \frac{1}{93536104789177786765035829293842113257979682750464} + \frac{1}{187072209578355573530071658587684226515959365500928} + \frac{1}{374144419156711147060143317175368453031918731001856} + \frac{1}{748288838313422294120286634350736906063837462003712} + \frac{1}{1496577676626844588240573268701473812127674924007424} + \frac{1}{2993155353253689176481146537402947624255349848014848} + \frac{1}{5986310706507378352962293074805895248510699696029696} + \frac{1}{11972621413014756705924586149611790497021399392059392} + \frac{1}{23945242826029513411849172299223580994042798784118784} + \frac{1}{47890485652059026823698344598447161988085597568237568} + \frac{1}{95780971304118053647396689196894323976171195136475136} + \frac{1}{191561942608236107294793378393788647952342390272950272} + \frac{1}{383123885216472214589586756787577295904684780545900544} + \frac{1}{766247770432944429179173513575154591809369561091801088} + \frac{1}{1532495540865888858358347027150309183618739122183602176} + \frac{1}{3064991081731777716716694054300618367237478244367204352} + \frac{1}{6129982163463555433433388108601236734474956488734408704} + \frac{1}{12259964326927110866866776217202473468949912977468817408} + \frac{1}{24519928653854221733733552434404946937899825954937634816} + \frac{1}{49039857307708443467467104868809893875799651909875269632} + \frac{1}{98079714615416886934934209737619787751599303819750539264} + \frac{1}{196159429230833773869868419475239575503198607639501078528} + \frac{1}{392318858461667547739736838950479151006397215279002157056} + \frac{1}{784637716923335095479473677900958302012794430558004314112} + \frac{1}{1569275433846670190958947355801916604025588861116008628224} + \frac{1}{3138550867693340381917894711603833208051177722232017256448} + \frac{1}{6277101735386680763835789423207666416102355444464034512896} + \frac{1}{12554203470773361527671578846415332832204710888928069025792} + \frac{1}{25108406941546723055343157692830665664409421777856138051584} + \frac{1}{50216813883093446110686315385661331328818843555712276103168} + \frac{1}{100433627766186892221372630771322662657637687111424552206336} + \frac{1}{200867255532373784442745261542645325315275374222849104412672} + \frac{1}{401734511064747568885490523085290650630550748445698208825344} + \frac{1}{803469022129495137770981046170581301261101496891396417650688} + \frac{1}{1606938044258990275541962092341162602522202993782792835301376} + \frac{1}{3213876088517980551083924184682325205044405987565585670602752} + \frac{1}{6427752177035961102167848369364650410088811975131171341205504} + \frac{1}{12855504354071922204335696738729300820177623950262342682411008} + \frac{1}{25711008708143844408671393477458601640355247900524685364822016} + \frac{1}{51422017416287688817342786954917203280710495801049370729644032} + \frac{1}{102844034832575377634685573909834406561420991602098741459288064} + \frac{1}{205688069665150755269371147819668813122841983204197482918576128} + \frac{1}{411376139330301510538742295639337626245683966408394965837152256} + \frac{1}{822752278660603021077484591278675252491367932816789931674304512} + \frac{1}{1645504557321206042154969182557350504982735865633579863348609024} + \frac{1}{3291009114642412084309938365114701009965471731267159726697218048} + \frac{1}{6582018229284824168619876730229402019930943462534319453394436096} + \frac{1}{13164036458569648337239753460458804039861886925068638906788872192} + \frac{1}{26328072917139296674479506920917608079723773850137277813577744384} + \frac{1}{52656145834278593348959013841835216159447547700274555627155488768} + \frac{1}{105312291668557186697918027683670432318895095400549111254310977536} + \frac{1}{210624583337114373395836055367340864637790190801098222508621955072} + \frac{1}{421249166674228746791672110734681729275580381602196445017243910144} + \frac{1}{842498333348457493583344221469363458551160763204392890034487820288} + \frac{1}{1684996666696914987166688442938726917102321526408785780068975640576} + \frac{1}{3369993333393829974333376885877453834204643052817571560137951281152} + \frac{1}{6739986666787659948666753771754907668409286105635143120275902562304} + \frac{1}{13479973333575319897333507543509815336818572211270286240551805124608} + \frac{1}{26959946667150639794667015087019630673637144422540572481103610249216} + \frac{1}{53919893334301279589334030174039261347274288845081144962207220498432} + \frac{1}{107839786668602559178668060348078522694548577690162289924414440996864} + \frac{1}{215679573337205118357336120696157045389097155380324579848828881993728} + \frac{1}{431359146674410236714672241392314090778194310760649159697657763987456} + \frac{1}{862718293348820473429344482784628181556388621521298319395315527974912} + \frac{1}{1725436586697640946858688965569256363112777243042596638790631055949824} + \frac{1}{3450873173395281893717377931138512726225554486085193277581262111899648} + \frac{1}{6901746346790563787434755862277025452451108972170386555162524223799296} + \frac{1}{13803492693581127574869511724554050904902217944340773110325048447598592} + \frac{1}{27606985387162255149739023449108101809804435888681546220650096895197184} + \frac{1}{55213970774324510299478046898216203619608871777363092441300193790394368} + \frac{1}{110427941548649020598956093796432407239217743554726184882600387580788736} + \frac{1}{220855883097298041197912187592864814478435487109452369765200775161577472} + \frac{1}{441711766194596082395824375185729628956870974218904739530401550323154944} + \frac{1}{883423532389192164791648750371459257913741948437809479060803100646309888} + \frac{1}{1766847064778384329583297500742918515827483896875618958121606201292619776} + \frac{1}{3533694129556768659166595001485837031654967793751237916243212402585239552} + \frac{1}{7067388259113537318333190002971674063309935587502475832486424805170479104} + \frac{1}{14134776518227074636666380005943348126619871175004951664972849610340958208} + \frac{1}{28269553036454149273332760011886696253239742350009903329945699220681916416} + \frac{1}{56539106072908298546665520023773392506479484700019806659891398441363832832} + \frac{1}{113078212145816597093331040047546785012958969400039613319782796882727665664} + \frac{1}{226156424291633194186662080095093570025917938800079226639565593765455331328} + \frac{1}{452312848583266388373324160190187140051835877600158453279131187530910662656} + \frac{1}{904625697166532776746648320380374280103671755200316906558262375061821325312} + \frac{1}{1809251394333065553493296640760748560207343510400633813116524750123642650624} + \frac{1}{3618502788666131106986593281521497120414687020801267626233049500247285301248} + \frac{1}{7237005577332262213973186563042994240829374041602535252466099000494570602496} + \frac{1}{14474011154664524427946373126085988481658748083205070504932198000989141204992} + \frac{1}{2894802230932904885589274625217197696331$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$$

دو مقداروں کا اوسط موسیقیہ = اولیٰ دو چند حاصل ضرب تقسیم کیا گیا اور ان کے مجموعہ پر
(۷۴) شعده اوسط موسیقیہ دو مقدار معلوم کے درمیان مندرجہ کرو
فرض کرو کہ ۱ اور ۲ دو مقدار معلوم ہوں اور ۳ تعداد اوسط ہو
اولیٰ اوسط حسابیہ $\frac{1}{2}$ اور ۲ کے درمیان مندرجہ کرو

چونکہ تعداد اوسط $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$ ہو
۱ اگر لہ فرق مشترک ہو

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

۱۱ سلسلہ حسابیہ $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{5}$ و $\frac{1}{6}$ و $\frac{1}{7}$ و $\frac{1}{8}$ و $\frac{1}{9}$ و $\frac{1}{10}$ و غیرہ $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{5}$ و $\frac{1}{6}$ و $\frac{1}{7}$ و $\frac{1}{8}$ و $\frac{1}{9}$ و $\frac{1}{10}$ و غیرہ
جس ترتیب کے یہ مقدار لکھی ہوئی ہیں ان کو متغایب کر کے لکھ کر سلسلہ موسیقیہ مطلوب حاصل ہو جائیگا

امثلہ نمبری ۷۰ حل کی ہوئی

(۱) ۱۲ اور ۱۳ کے درمیان ۱۴ اوسط موسیقیہ مندرجہ کرو
اگر لہ = فرق عام سلسلہ حسابیہ کے جو اس سلسلہ موسیقیہ کے موافق بنایا جائے
 $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

۱۱ اوسط حسابیہ یہ ہیں کہ

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \quad \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12} \quad \frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{1}{20} \quad \frac{1}{5} - \frac{1}{6} = \frac{1}{30}$$

۱۱ اوسط موسیقیہ ۱۲ و ۱۳ و ۱۴ و ۱۵ و ۱۶ و ۱۷ و ۱۸ و ۱۹ و ۲۰ و ۲۱ و ۲۲ و ۲۳ و ۲۴ و ۲۵ و ۲۶ و ۲۷ و ۲۸ و ۲۹ و ۳۰ و ۳۱ و ۳۲ و ۳۳ و ۳۴ و ۳۵ و ۳۶ و ۳۷ و ۳۸ و ۳۹ و ۴۰ و ۴۱ و ۴۲ و ۴۳ و ۴۴ و ۴۵ و ۴۶ و ۴۷ و ۴۸ و ۴۹ و ۵۰ و ۵۱ و ۵۲ و ۵۳ و ۵۴ و ۵۵ و ۵۶ و ۵۷ و ۵۸ و ۵۹ و ۶۰ و ۶۱ و ۶۲ و ۶۳ و ۶۴ و ۶۵ و ۶۶ و ۶۷ و ۶۸ و ۶۹ و ۷۰ و ۷۱ و ۷۲ و ۷۳ و ۷۴ و ۷۵ و ۷۶ و ۷۷ و ۷۸ و ۷۹ و ۸۰ و ۸۱ و ۸۲ و ۸۳ و ۸۴ و ۸۵ و ۸۶ و ۸۷ و ۸۸ و ۸۹ و ۹۰ و ۹۱ و ۹۲ و ۹۳ و ۹۴ و ۹۵ و ۹۶ و ۹۷ و ۹۸ و ۹۹ و ۱۰۰

امثلہ نمبری ۷۰ مشق کے واسطے

(۱) ۲ اور ۳ کے درمیان ۲ اوسط موسیقیہ اور ۳ اور ۴ کے درمیان ۲ اوسط

(۲) ۱۱ اور ۱۲ کے درمیان ۱۱ اوسط موسیقیہ اور ۱۲ اور ۱۳ کے درمیان ۱۱ اوسط

(۱۷۵) اول ثابت کرو کہ ایک ہی دو مقداروں کا اوسط حسابیہ اور ان کا اوسط ہندسیہ

دوم اوسط ہندسیہ دو مقداروں کا اونکی اوسط موسیقیہ سے بڑا ہوتا ہے
سوم ایک ہی دو مقداروں کا اوسط ہندسیہ اونکی اوسط حسابیہ اور موسیقیہ کے ثنائی
میں اوسط فی النسبت ہوتا ہے

فرض کرو کہ ہر صورت میں ۱ اور ۲ دو مقدار ہیں

$$\frac{1+2}{2} = \text{قوا اوسط حسابیہ اونکا}$$

$$\sqrt{1 \times 2} = \text{اوسط ہندسیہ}$$

$$\frac{1 \times 2}{1+2} = \text{اوسط موسیقیہ}$$

اب چونکہ (۱-۲) سب حالتوں میں ثابت مقدار ہے
۱-۲ = ۲-۱ = ۱

$$\therefore \frac{1+2}{2} = \frac{2+1}{2} = 1.5$$

اور چونکہ ۱+۲ = ۳

$$\therefore \frac{1+2}{2} = \frac{3}{2} = 1.5$$

$$\therefore \frac{1 \times 2}{1+2} = \frac{2}{3} = 0.666$$

$$\text{چونکہ } \frac{1+2}{2} \times \frac{2}{3} = 1 = \frac{2+1}{2}$$

∴ بموجب دفعہ ۱۲۶ کے $\frac{1+2}{2} : \frac{1 \times 2}{1+2} :: \frac{2+1}{2} : 1$ اسے تیسرا مدعا ثابت ہے

اشکلہ نمبری ۱

سوالات متفرق سلسلہ موسیقیہ کے

(۱) سلسلہ موسیقیہ کی تین رقموں کا حاصل جمع ۱۱ ہو اور اول رقم ۱/۲ ہو اس سلسلہ کو دیا
اور اسکو دو نوظرف پڑاؤ

(۲) ایک سلسلہ موسیقیہ کی اول دو رقمیں ۱ اور ۲ ہیں مطلوب یہ ہے کہ اس سلسلہ کو پڑاؤ

(۳) دو اعداد کا اوسط حسابیہ اونکی اوسط ہندسیہ کے بقدر ۱۳ کے زیادہ ہو اور اوسط

ہندسیہ اوسط موسیقیہ کے بقدر ۱۲ کے زیادہ ہے اور اعداد کو دریافت کرو

(۴) ثابت کرو کہ سلسلہ موسیقیہ میں حاصل ضرب اول دو رقموں کا : دو متحصل کے

رقم کے حاصل ضرب :۔ جو حاصل رقمی اول دور رقموں کا : آخر دور کے حاصل رقمی ہے

(۵) چار اعداد ایسے ہیں کہ اول تین تو سلسلہ حسابیہ میں ہیں اور آخر تین سلسلہ موسیقیہ میں تو

ثبات کرو کہ اول : دوم : سوم : چہارم

(۶) لا اور می کے درمیان واسطہ موسیقہ ہوا اور لا اور بے کے درمیان لا واسطہ حساباً اور

ی اوسط ہندسیہ ہو تو ثابت کرو کہ

$$\frac{(b+1)^2}{\left[\frac{1}{n}\left(\frac{b}{2}\right) + \frac{1}{n}\left(\frac{1}{2}\right)\right]} = 5$$

(۱۷۶) خواہ کتنی ایک مقام پر معلوم ہوں اور میں سے کسی سب یا کسی لکیر اور نگو کہ اس کا مختلف

اسلوب سے کہیں کو جلفی اسلوب ہوگا اور انکو ترتیب معاویہ کہتے ہیں
مثلاً ترتیب وارب اور ج کی جنین سے دو دو آٹھ کئے جائیں اب دلچ و ب و د
ب ج ح و ا و ب ہن اور ترتیب وارب اور ج کی جنین سے تین تین آٹھ کئے

(۱۷۶) ان مخلص ہستیا میں اونہیں سے راستیا کی ترتیب دریافت کرو۔

فرض کرو کہ ان اشیاء کو بوجھ دو دو غیر ہمارے تعبیر کیا لیکن اوہیں ایک ہی شکل
 رکھ کر علیحدہ کر دو تو (ن-۱) اشیاء بوجھ دو دو غیر ہمارے باقی رہی

اب (ن-۱) اشتیاء میں کچھ اجزاء ایک ایک کی ترتیب سے (ن-۱) اب (ن-۱) اشتیاء میں سے ہر ایک کی اول و سرکہا جائے اس طرح کہ اب و

دودو کے والد دودو کو لے کر آیا اور کہا کہ اب تو تیرا بوجھ دور ہو گیا ہے۔
 لیکن تیرے پاس کچھ بھی نہیں ہے۔

سید طرح العرب کو پیچھا کر دین تو ہم ثابت کر سکتے ہیں کہ ان اسامی میں دو دوسری
 زمین ب اول ہو = (ن - ۱) اور علیٰ ہذا القیاس ان حرفوں میں سے ہر ایک کے سطح پہلی صورت ہے
 سے معلوم ہوا کہ (ن - ۱) ترتیبوں کے لئے ان کے ترتیبوں کو اول و دوم وغیرہ اور

کے معلوم ہوا کہ (ن - ا) سریشیوں نے اپنی سریشیں اب و لٹھ و زور و غیرہ اور
اب و براج و سید و غیرہ اور جلا و جلا و غیرہ کی صورت کی ہونگیاں
یعنی تعداد ترشوں کی ان کشا میں سے دودھ کی (ن - ا) اسے معلوم ہوا کہ

۱-۱) اشیاء و جو و دیگر مالمین سے دو دو کی ترتیبیں

پس اگر موافق سابق کے ان ترتیبوں میں سے ہر ایک ترتیب کے اول لکھدین تو (ن-۱) (ن-۲) ترتیبیں ان اشیا اور بوج و دو غیر نمایاں کے تین تین کی ہو گئیں جنہیں اول ہو گا اور اس طرح (ن-۱) (ن-۲) ترتیبیں ان اشیا میں سے تین تین کی ہو گئیں جنہیں ب اول ہو گا اور اس طرح تعداد ترتیبوں کے ان اشیا میں سے تین تین کی = (ن-۱) (ن-۲) اب یہ قانون جو ہم نے ان اشیا میں سے دو دو اور تین تین کی ترتیبوں کے لئے قائم کیا ہے حاوی اوس صورت پر بھی ہے جس میں ان اشیا میں سے (ر-۱) اکٹھی لی جائیں تو

$$ع = ۱ + ۲ + ۳ + \dots + (ن-۱) + ن$$
 اور اس سے تعداد ترتیبوں کی جو ان اشیا میں سے ۲ و ۳ و (ر-۱) و ر دفعہ لی جائیں تعبیر کی ہم یہ حاصل کریں گے

$$ع = ۱ + ۱ = ۲$$

$$ع = ۱ + ۲ = ۳$$

$$ع = ۱ + ۲ + ۳ = ۶$$

$$ع = ۱ + ۲ + ۳ + \dots + (ن-۱) + ن$$
 اگر ان اشیا میں سے ایک جز کو مانتا ہوں تو (ن-۱) اشیا میں سے (ر-۱) جزوں کی ترتیبوں کی تعداد

$$= (۱-۱) [۱-۱] [۲-۱] \dots [(ن-۱)-۱] + (۱-۱) [۲-۱] \dots [(ن-۱)-۱] + (۲-۱) [۳-۱] \dots [(ن-۱)-۱] + \dots + (ن-۱) [۱-۱] \dots [(ن-۱)-۱]$$
 اگر ان میں سے ہر ایک کے اول لکھدیا جائے تو ان اشیا میں سے ر اشیا کی ترتیبیں جنہیں اول ہو

$$= (۱-۱) (۲-۱) (۳-۱) \dots (ن-۱) (۲-۱) (۳-۱) \dots (ن-۱) (۱-۱) (۲-۱) \dots (ن-۱)$$
 اور یہی کیفیت اول صورتوں کی ہے جنہیں ب اور ج اور د وغیرہ اول رکھی جائیں
 اس واسطے ان اشیا میں سے ر اشیا کی ترتیبیں یعنی

$$ع = ۱ (۱-۱) (۲-۱) \dots (ن-۱) (۲-۱) (۳-۱) \dots (ن-۱) (۱-۱) (۲-۱) \dots (ن-۱)$$
 پس اگر یہ قانون تجربہ رکھی ایک قیمت کے واسطے صحیح ہو تو اسے آگے جوڑ کر بری قیمت
 اوس کے لئے بھی قانون مذکور صحیح ہوگا لیکن ثبات کر آئے ہیں کہ قانون صحیح ہر جب $ر = ۲$ یا ۳
 اس واسطے صحیح اوس حالت میں ہی ہوگا جس میں $ر = ۲$ اور اس واسطے وہ قانون صحیح اوس صورت میں
 ہوگا کہ $ر = ۵$ اور علیٰ ہذا القیاس غرض وہ بالعموم صحیح ہے

اگر $n = 1$ تو r کی جگہ n رکھنے سے اوپر کی قانون جبریہ سے تعداد اولی ترتیبوں کی معلوم ہوگی
 جو n اشیاء میں سے n اشیاء کی یعنی سب کی ترتیبیں کجا ہیں اور وہ یہ ہوں گے
 $n = (n-1)(n-2)(n-3) \dots (n-n) = 1$
 $n = (n-1)(n-2) \dots (n-n) = 1 \times 2 \times 3 \dots (n-n)$

مشکل نمبر ۲ حل کی ہوئی

مثال اگر ۹ چیزوں میں چار چار اشیاء کی ترتیبیں لیں تو کتنی ترتیبیں ہوں گیں
 اب اوپر قانون جبریہ میں مثال کے انداز $n = 9$ اور $r = 4$ $\therefore n - r + 1 = 9 - 4 + 1 = 6$
 تعداد ترتیبوں کی $6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$

مثال ۲ گھنٹوں میں گھنٹے کتنی طرح سے چل سکتے ہیں اور کل کے کل گھنٹے کتنی طرح سے چل سکتے ہیں
 $n = 8$ اور $r = 4$ اول صورت میں اور ۸ دوسری صورت میں
 $\therefore n - r + 1 = 8 - 4 + 1 = 5$
 تعداد چنے کی طرزوں کی $5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120$

مثال ایک میز کے گرد پانچ آدمی کتنی دنوں مختلف ترتیبوں کے کھانا کھانے بیٹھ سکتے ہیں
 اب $n = 5$
 $\therefore n - 1 = 5 - 1 = 4$
 تعداد بیٹھنے کی $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

مثال ۳ اشیاء میں سے تین تین کی ترتیبیں پانچ پانچ ترتیبوں سے نسبت ۱ اور ۲ کی کہتے ہیں
 ان کو دریافت کرو

بوجہ شرط سوال کے $n = (n-1)(n-2) \dots (n-n)$
 یعنی $1 : (n-1) : (n-2) : \dots : 1$
 $\therefore n = 12$
 $n - 2 = 12 - 2 = 10$

مشکل نمبر ۲ کے مشق کے واسطے جواب

(۱) ۷ اشیاء میں تین تین کی ترتیبیں کجا ہیں تو کتنی ترتیبیں ہوں گیں اور اگر کل کی ترتیبیں لیں تو کتنی ترتیبیں ہوں گیں

(۲) ۹ آدمی ایک صف میں کتنی مختلف ترتیبوں سے چل سکتے ہیں

(۳) تعداد اشیاء : اشیاء میں سے تین تین کی ترتیبوں \therefore ۱۲ تو سوا کتنی اشیاء

(۴) م اشیا میں سے تین تین کی ترتیبوں کی تعداد: (۲+۴) اشیا میں سے تین تین کی ترتیبوں کی تعداد: ۵:۱:۰ قوم کو دریافت کرو

(۱۰۸) ن اشیا میں سے اگر کل اشیا کی ترتیبیں گائیں تو کتنی ترتیبیں ہوگیں لیکن کل اشیا مختلف بلکہ ایک طرح کی ہیں اور ہر ایک طرح کی اور ہر ایک طرح کی

فرض کرو کہ ۲ = تعداد مطلوب ترتیبوں کی
 اگر ۳ چیزیں جو ایک طرح کی ہیں سب مختلف ہوں تو وہ خود (۲۱ × ۳ × ۰۰۳) ترتیبوں کے
 داخل کرتین اسلی جب وہ سب ایک ہی ہیں تو یہی اتنی ترتیبیں داخل کریں گی جو نتیجہ دفعہ ۱
 (۲۱ × ۳ × ۰۰۳) = ن اشیا کی ترتیبوں کے جنہوں سے کل اشیا کی ترتیبیں لی ہیں اور انہیں
 ق ایک طرح کی اور ایک طرح کی اشیا میں اور باقی مختلف ہوں

اور علیٰ ہذا تصانیس اسی دلیل سے
 (۲۱ × ۳ × ۰۰۳) (ن) = تعداد ن کی اشیا کی ترتیبوں کی
 جنہوں سے کل اشیا کی ترتیبیں بنائیں اور انہیں ایک طرح کی ہوں اور باقی مختلف ہوں

∴ (۲۱ × ۳ × ۰۰۳) (۲۱ × ۳ × ۰۰۳) (ق) = تعداد ن
 اشیا کی ترتیبوں کی جنہوں سے کل اشیا کی ترتیبیں لیجای اور سب مختلف ہوں
 = (ن-۱) (ن-۲) ... ۱ × ۲ × ۳ ... ۱ موجب نتیجہ دفعہ ۱ کے
 ∴ ن = (ن-۱) (ن-۲) ... ۱

(۲۱ × ۳ × ۰۰۳) (۲۱ × ۳ × ۰۰۳) (ق) (۲۱ × ۳ × ۰۰۳) (ر)
 نتیجہ اگر ایک طرح کی اشیا کی مجموعی اور زیادہ ہوں تو ان کی ترتیبوں کی یہی تعداد دریافت کریں گی
 یہی ترتیب ہے

امثلہ نمبر ۳۱ حل کی ہوئی
 (۱) لفظ الجبر کے حروف سے جو ترتیبیں ہو سکتی ہوں ان کی تعداد بتاؤ
 یہاں ن = ۶ اور دو الف ہیں

$$\therefore \text{تعداد ترتیبوں کی} = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 = 720$$

(۲) اگر حاصل ضرب ۲۱۳۶ کو مفصل لکھیں تو اسکی حروف کی ترتیبوں کی تعداد دریافت کریں
 اب یہاں ن = ۹ اور دو الف اور تین ب اور چار ج ہیں
 ∴ تعداد ترتیبوں = ۱ × ۲ × ۳ × ۴ × ۵ × ۶ × ۷ × ۸ × ۹

$$1240 =$$

$$۲۰ = ۱ + ۱۳ - ۵۲ = ۱ + ۱ - ۲۰$$

$$\therefore \text{تعداد یارین} = ۲۰ \times ۲۱ \times ۲۲ \times ۲۳ \times ۲۴ \times ۲۵ \times ۲۶ \times ۲۷ \times ۲۸ \times ۲۹ \times ۳۰ \times ۳۱ \times ۳۲ \times ۳۳ \times ۳۴ \times ۳۵$$

$$۶۳۵۰۱۳۵۵۹۶۰۰ =$$

مثال ان اشیاء کے تین تین چیزوں کی اجتماع: پانچ پانچ کی اجتماع کی تعداد ۱۸:۵:۰
ن کو دریافت کرو گے
موجب شرط سوال کے

$$\frac{(۱-۱)(۲-۱)(۳-۱)(۴-۱)(۵-۱)}{۵ \times ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱} = \frac{۱ \times ۲ \times ۳ \times ۴ \times ۵}{۵ \times ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱} = ۱$$

$$۱۸:۵:۰ = \frac{(۲-۱)(۳-۱)}{۵ \times ۴} = \frac{۱ \times ۲}{۵ \times ۴} = \frac{۲}{۲۰} = \frac{۱}{۱۰}$$

$$۱۸ = \frac{۱۲ + ۱۰}{۱} = ۲۲$$

اس مساوات سے ہم کو ۱۲ یا ۵ کے دریافت ہوتا ہے۔ ۵ کو سوال کے کچھ تعلق نہیں ہو سکتا

مثال ۷ بخون اور ۳ سروں کے چھ تھہ حروف کے کتنے لفظ بن سکتے ہیں اور ہر لفظ میں دو سہ

$$\text{اب ۷ بخون میں چار چار بخون کی اجتماع کی تعداد} = \frac{۲ \times ۵ \times ۶ \times ۷}{۲ \times ۳ \times ۴ \times ۱} = ۳۵$$

$$\text{اور تین سروں میں سے دو سروں کی تعداد} = \frac{۲ \times ۳}{۲ \times ۱} = ۳$$

$$\therefore \text{تعداد مختلف الفاظ کی جو ۷ بخون اور ۲ سروں سے بنی ہیں} = ۳ \times ۳۵ = ۱۰۵$$

$$\text{لیکن کل تعداد ۶ حروف کی ترتیبوں} = ۱ \times ۲ \times ۳ \times ۴ \times ۵ \times ۶ = ۷۲۰$$

$$\text{اس واسطے کل تعداد الفاظ کی} = ۷۲۰ \times ۱۰۵ = ۷۵۶۰۰$$

مشکہ نمبری ۳۴ شق کے واسطے

(۱) اخیروں میں سے چار چار اور چھ چھ اور نو نو چیزوں کی کتنی اجتماع ہوگی

(۲) اگر ایک شخص کے ۲ دوست ہوں تو تباؤ وہ کتنی مختلف طرح سے پندرہ دوستوں کی

کو مختلف دونوں میں یہاں بلا سکتا ہے

(۳) ۱۰ حروف (ا و ب ح و غیرہ) میں پانچ پانچ حروف کے کتنے لفظ بن سکتے ہیں اور کتنے لفظوں میں

واقع ہوگا اور کتنے الفاظ میں ۱ اور ۲ اور ۳ واقع ہوگی

(۴) ن چیزوں میں چار راشیہ کی اجتماع: دو دو کی اجتماع: ۲: ۱۵: تعداد شیا دریاقت کرو
(۵) اگر ن چیزوں میں تین تین راشیہ کی اجتماع کی تعداد = ن راشیہ میں سے چار چار کی اجتماع کی تعداد
تو ن کو دریاقت کرو

(۶) ۵۰ آدمیوں کی ایک کمپنی ہے چار اونٹین سے ہر ایک رات کو پہرہ دین تو بتاؤ کتنی مختلف
تخلف پہرہ بھیجے جاسکتے ہیں اور ایک خاص سپاہی ان پہروں میں کتنے دنوں تک جایگا
(۷) ایک زبان کے الف بے میں ۱۹ سخن اور ہر سر میں تو اس زبان کے کتنے ایسے لفظ ہو
ہیں جنہیں ۳ سخن اور ایک سر ہو

(۸) الف بے کے ۲۶ حروف میں سے چھ چھ حروف کے الفاظ جنہیں سے ہر ایک میں دو دو اور
ہوں کتنے بن سکتے ہیں

(۹) ایک کثیر الاضلاع م ضلاع کی ہے اس کے زاویوں میں خطوط وصل کرنے سے کتنے مختلف
ثلاث بن سکتے ہیں

(۱۸۱) ثابت کرو کہ اگر ن راشیہ میں راشیہ کا اجتماع کیا جائے تو اس کی وہی تعداد ہوگی جو راشیہ
ن - راشیہ کے اجتماع کی تعداد ہے

فرض کرو کہ اس تعداد اجتماعوں کی اول صورتیں اور س - دوسری صورت میں ہو تو جو

دفعہ ۱۸۰ کے

$$س = \frac{ن(ن-۱)(ن-۲) \dots (ن-۱+۱)}{۱ \times ۲ \times ۳ \dots ۱}$$

$$= \frac{ن(ن-۱)(ن-۲) \dots (ن-۱+۱)}{۱ \times ۲ \times ۳ \dots ۱} \times \frac{۱(۱-۱)(۱-۲) \dots (۱-۱+۱)}{۱ \times ۲ \times ۳ \dots ۱}$$

شمار کنندہ ہی تمام اعداد حوا اور ر کے درمیان میں شامل ہیں

$$= س = \frac{ن(ن-۱)(ن-۲) \dots (ن-۱+۱)}{۱ \times ۲ \times ۳ \dots ۱} \times \frac{۱(۱-۱)(۱-۲) \dots (۱-۱+۱)}{۱ \times ۲ \times ۳ \dots ۱}$$

$$= \frac{ن(ن-۱)(ن-۲) \dots (ن-۱+۱)}{۱ \times ۲ \times ۳ \dots ۱} \times \frac{۱(۱-۱)(۱-۲) \dots (۱-۱+۱)}{۱ \times ۲ \times ۳ \dots ۱}$$

$$= \frac{ن(ن-۱)(ن-۲) \dots (ن-۱+۱)}{۱ \times ۲ \times ۳ \dots ۱}$$

س = ۱ - ر
(۱۸۲) ن اشیاء میں سے جتنی اجتماع ہو سکیں اونکی تعداد دریافت کرو
فرض کرو کہ س اور س اور س ... س ن تعداد اجتماعوں کی ہے جو ن اشیاء میں سے
دو دو تین تین چار چار ... ن اشیاء کے لئے جائیں

دفعہ ۱۸۰ سے
س = $\frac{ن(ن-۱)(ن-۲) \dots (ن-ر+۱)}{۱ \times ۲ \times ۳ \dots ر}$

اسے معلوم ہو کر رکی جگہ ۲ اور ۳ ... ن کے رکھنے سے ہر کوئی حاصل ہوتا ہے

س = ۱ اور س = $\frac{ن(ن-۱)}{۱ \times ۲}$ اور س = $\frac{ن(ن-۱)(ن-۲)}{۱ \times ۲ \times ۳}$ وغیرہ

س = ۱ - ر اور س = ۱ = ۱

س + س + س + س + ... + س = ن + $\frac{ن(ن-۱)}{۱ \times ۲}$ + $\frac{ن(ن-۱)(ن-۲)}{۱ \times ۲ \times ۳}$ + وغیرہ + ن + ۱

= ۱ + [ن + $\frac{ن(ن-۱)}{۱ \times ۲}$ + وغیرہ + ن + ۱] =

= ۱ - (۱ + ۱) =

ایک کم ورثین کیا

= ۱ - ۱ =

یہ صابطہ جملہ ثنائی میں ثابت ہوگا

امثلہ نمبری ۵، مشق کے واسطے

مثال ۱ ایک اشرفی ایک روپیہ ایک اٹھنی ایک چوٹی ایک دوانی اور ایک ادنیٰ سے کتنی مختلف

مجموعہ بن سکتی ہیں

مثال ۲ ن اشیاء کی کل اجتماعوں کی تعداد تقسیم کی گئی ن اشیاء کے کل اجتماعوں کی تعداد = ۲^ن
تو ن دریافت کرو

(۱۸۳) ن اشیاء میں سے ر اشیاء کی کس طرح اجتماع لیں کہ تعداد اجتماعوں کی نہایت زیادہ ہو
فرض کرو کہ س اور س تعداد اجتماعوں کی ن اشیاء میں سے ۱ اور ر اشیاء کی ہیں

تو س = $\frac{ن(ن-۱)(ن-۲) \dots (ن-ر+۱)}{۱ \times ۲ \times ۳ \dots ر}$
س = $\frac{ن(ن-۱) \dots (ن-ر+۱)}{۱ \times ۲ \times ۳ \dots ر}$

اب یہ ظاہر ہے کہ اس رٹا پر نسبت سے اس کے اور ہر ایک رقم بڑی اپنی ماقبل کی رقم سے جب تک بڑی رہیگی کہ $n-1$ یا n پر نسبت کے ہو یعنی جب تک کہ $n-1$ یا n سے بڑا اسے ہو اور اسلئے $n-1$ یا n پر نسبت کے ہو یعنی یہ چھوٹا بہ نسبت $n-1$ یا n کے ہو اگر نہ جفت ہو تو اس سبب کہ ہر صورت میں صحیح عدد ہو یا ایسا صحیح عدد ہو جو بعد $n-1$ یا n یعنی n کے ہو اگر نہ طاق ہو تو اس سبب کہ $n-1$ یا n ایک جفت عدد ہے $n-1$ یا n کے ہونی چاہئے یعنی $n-1$ ہے اور چونکہ موجب دفعہ ۱۸ کے n اشیا کے اجتماع میں سے $n-1$ اشیا کا اجتماع n اشیا میں سے $(n-1)$ یعنی $n-1$ اشیا کے اجتماع کے ہوتے یہ مستبعد ہوتا کہ اس صورت میں $n-1$ یا $n-1$

اشک نمبر ۶ حل کی ہوئی ہے
 مثال ۹ چیزوں میں سے کتنی چیزوں کا اجتماع لیں کہ تعداد نہایت زیادہ ہو
 یہاں $n=9$ ایک طاق عدد کے

تعداد مطلوب $= \frac{1+9}{2}$ یا $\frac{1-9}{2} = 5$ یا ۴
 مثال ۲ ایک شخص اپنی ۲۰ دوستوں میں اتنی جماعتیں بولانی چاہتا ہے جتنی ممکن ہیں تو بتاؤ
 کتنی دوستوں کی جماعت ایک وقت میں ملے
 یہاں $n=20$ ایک جفت عدد کے

تعداد مطلوب $= \frac{1+20}{2}$ یا $\frac{1-20}{2}$
 اشک نمبر ۶، مشک کے واسطے
 (۱) ۹ چیزوں میں سے کتنی چیزوں کا اجتماع لیا جائے کہ تعداد اجتماعوں کی نہایت زیادہ ہو
 (۲) ۲۳ چیزوں میں سے کتنی چیزوں کا اجتماع لیں کہ تعداد اجتماع نہایت زیادہ ہو
 ضابطہ حملہ شنائی معروف بضا بیضیوں
 (۱۸۴) ضابطہ حملہ شنائی وہ قانون جبریہ بالعموم ہے کہ جسکی استعانت کی حاجت
 شنائی کا قوت یا نزول قواعد و اصول کے استعانت سے نکلے

$$\begin{aligned} \therefore (1+n) &= \frac{n}{1} + \frac{n(1-n)}{2} + \frac{n(1-n)(1-n)}{3} + \dots + \frac{n(1-n)(1-n)(1-n)}{r} + \dots \\ &= \frac{n}{1} + \frac{n(1-n)}{2} + \frac{n(1-n)(1-n)}{3} + \dots + \frac{n(1-n)(1-n)(1-n)}{r} + \dots \\ &\text{اگر لاکے جگہ ۱ اور ۱ کی لاکے رکھیں تو یہ حاصل ہوگا کہ} \\ (1+n) &= \frac{n}{1} + \frac{n(1-n)}{2} + \frac{n(1-n)(1-n)}{3} + \dots + \frac{n(1-n)(1-n)(1-n)}{r} + \dots + \text{وغیرہ} \end{aligned}$$

نتیجہ اول ہم نے ثابت کیا ہے کہ

$$\begin{aligned} (1+n) &= \frac{n}{1} + \frac{n(1-n)}{2} + \frac{n(1-n)(1-n)}{3} + \dots + \frac{n(1-n)(1-n)(1-n)}{r} + \dots + \text{وغیرہ} \\ &\text{اگر ۱ کی جگہ ۱ اس قانون جبریہ میں رکھیں تو} \\ [1+n] &= \frac{n}{1} + \frac{n(1-n)}{2} + \frac{n(1-n)(1-n)}{3} + \dots + \frac{n(1-n)(1-n)(1-n)}{r} + \dots + \text{وغیرہ} \\ &+ \frac{n(1-n)(1-n)(1-n)}{3} + \dots + \frac{n(1-n)(1-n)(1-n)}{r} + \dots + \text{وغیرہ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{n}{1} + \frac{n(1-n)}{2} + \frac{n(1-n)(1-n)}{3} + \dots + \frac{n(1-n)(1-n)(1-n)}{r} + \dots + \text{وغیرہ} \\ &\text{نتیجہ ۲ دفعہ ۱۸ میں جو قانون جبریہ بیان ہوا اوس میں ۱ کے رکھیں تو یہ حاصل ہوگا کہ} \\ (1+n) &= \frac{n}{1} + \frac{n(1-n)}{2} + \frac{n(1-n)(1-n)}{3} + \dots + \frac{n(1-n)(1-n)(1-n)}{r} + \dots + \text{وغیرہ} \\ &\text{اوپر ۱۸ میں ۱ کے رکھیں تو یہ حاصل ہوگا کہ} \\ \text{نتیجہ ۳ چونکہ } [1+n] &= \frac{n}{1} + \frac{n(1-n)}{2} + \frac{n(1-n)(1-n)}{3} + \dots + \frac{n(1-n)(1-n)(1-n)}{r} + \dots + \text{وغیرہ} \\ &\text{اسے مستنبط ہوتا ہے کہ } (1+n) \text{ کو اس طرح پہلا کئے ہیں کہ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (1+n) &= \left[\frac{n}{1} + \frac{n(1-n)}{2} + \frac{n(1-n)(1-n)}{3} + \dots + \frac{n(1-n)(1-n)(1-n)}{r} + \dots + \text{وغیرہ} \right] \\ &+ \left[\frac{n}{1} + \frac{n(1-n)}{2} + \frac{n(1-n)(1-n)}{3} + \dots + \frac{n(1-n)(1-n)(1-n)}{r} + \dots + \text{وغیرہ} \right] \\ &+ \left[\frac{n}{1} + \frac{n(1-n)}{2} + \frac{n(1-n)(1-n)}{3} + \dots + \frac{n(1-n)(1-n)(1-n)}{r} + \dots + \text{وغیرہ} \right] \\ &+ \left[\frac{n}{1} + \frac{n(1-n)}{2} + \frac{n(1-n)(1-n)}{3} + \dots + \frac{n(1-n)(1-n)(1-n)}{r} + \dots + \text{وغیرہ} \right] \end{aligned}$$

خاص شانوں میں اس سلسلہ کا استعمال نہایت کارآمد اور سودمند ہوتا ہے
امثلہ نمبر ۱ کے حل کی ہوئی

مثال (1+6) کی قیمت دریافت کرو

(نفعہ ۱۵۸) کے قانون جبریمین ۷ = ۴ اور ۱ = ۱ اور ۱ = ۱ ہے

$$u^{r-g} \frac{(r-n)(1-n)n}{n \times r \times x1} + u^{r-g} \frac{(1-n)n}{rx1} + u^{1-n} g n + g = (u+1) \therefore$$

اسکے بعد سب رقموں میں $(n-1)$ یعنی صرف ایک جزو خیر ہی ہوگا۔
 ہر ایک رقم لگے =

مثال (۱۲+۵) کو پہیلیاؤ

$$\begin{aligned} & (s^3)^{1-0} (nr) \frac{(1-0)0}{1 \times 1} + s^3 x^{1-0} (nr) \cdot 0 + {}^0(nr) = (s^3 + nr) \\ (4) \cdot & (s^3)^{2-0} (nr) \frac{(2-0)(2-0)(1-0)0}{1 \times 2 \times 2 \times 1} + (s^3)^{1-0} (nr) \frac{(1-0)(1-0)0}{1 \times 2 \times 1} + \\ & (s^3)^{0-0} (nr) \frac{(2-0)(2-0)(2-0)(1-0)0}{0 \times 1 \times 2 \times 3 \times 2 \times 1} + \\ & + \text{ارقام حسین صفی خرنی} \end{aligned}$$

یا اس طرح او کی صورت مفصل حاصل ہو سکتی ہے کہ

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} \right) \frac{r \times r \times r \times 0}{r \times r \times r \times r} + \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} \right) \frac{r \times r \times 0}{r \times r \times r} + \left[\left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} \right) \frac{r \times 0}{r \times r} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} \times 0 + \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} \right] \psi r = \\ & \left[\left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} \right) \frac{1 \times r \times r \times r \times 0}{0 \times r \times r \times r \times r} + \right. \\ & \left. \left[\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} \times 0 + \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} \times \frac{r}{r} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} \times \frac{r}{r} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} \times \frac{r}{r} + 1 \right] \right] \psi r = \\ & \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} r + \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} \times 1 + \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} \times 1 + \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} \times r + \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} \times r + \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} \times r + \psi r = \end{aligned}$$

شمال (۱۰-۱۱) کو سیلاؤ

$$f''(x) = f'(x) \cdot \frac{f(x)}{f(x)} + f'(x) \cdot \frac{f(x)}{f(x)} + f'(x) \cdot \frac{f(x)}{f(x)} + \dots$$

11

$$\left(\frac{U}{r}\right) \frac{r \times r \times r \times 0}{r \times r \times r \times 1} + \left(\frac{U}{r}\right) \frac{r \times r \times 0}{r \times r \times 1} + \left(\frac{U}{r}\right) \frac{r \times 0}{r \times 1} + \frac{U}{r} \times 0 + 1 = \left(\frac{U}{r} + 1\right)$$

مثال (۱۲-۳۵) کی صورت مفصلہ لکھو

$$\left(\frac{S}{N} - 1\right) \frac{d}{dt} = \left[\frac{S}{N} - 1\right] \left(\frac{d}{dt}\right) = (S - N) \frac{d}{dt}$$

$$= \left(\frac{5!}{2!3!}\right) \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5} + \left(\frac{5!}{1!4!}\right) \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5}{2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 1} - \left(\frac{5!}{1!4!}\right) \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5}{1 \times 2 \times 3 \times 5 \times 4} +$$

$$\left[\frac{1}{N} - \frac{2 \times 2}{N} + \frac{5 \times 2 \times 1}{N} - \frac{5 \times 2 \times 1}{N} + \frac{5 \times 2 \times 1}{N} - \frac{5 \times 2 \times 1}{N} + \frac{5 \times 2 \times 1}{N} - 1 \right] \frac{1}{\pi^2} =$$

متعلق (۱۵-۱۶) کو متلاؤ

$$2) \cdot (7) \frac{4x \cdot x \cdot x \cdot 9x \cdot 1}{8x^2 x^2 x^2 x^2} - 2) \cdot (7) \frac{6x \cdot x \cdot 9x \cdot 1}{4x^2 x^2 x^2 x^2} +$$

$$99. \frac{5}{9} \cdot \frac{r^2 x^2 r^2 x^2 x^2 x^2 x^2}{x^2 x^2 x^2 x^2 x^2 x^2} - 21. \frac{5}{9} \cdot \frac{r^2 x^2 r^2 x^2 x^2 x^2 x^2}{x^2 x^2 x^2 x^2 x^2 x^2} +$$

$$\begin{aligned} & \alpha_0 r - \beta_0' j + \beta_0'' j + \beta_0''' j - \beta_0^{(4)} j + \beta_0^{(5)} j - \dots = \\ & \beta_0' j + \beta_0'' j - \beta_0''' j + \beta_0^{(4)} j - \end{aligned}$$

(۱-۱) کو اس صورت (۱-۱) میں لکھ کر صورت مفصلہ (۱-۱) کی ہر رقم کو زمین ضرب دو جس طرح مثال پنجم کیا تھا تو یہی صورت مفصلہ حاصل ہو جائیگی

مثال

(۱-۱) کو ہر رقم کو (۱-۱) میں لکھ کر صورت مفصلہ (۱-۱) کی ہر رقم کو زمین ضرب دو جس طرح مثال پنجم کیا تھا تو یہی صورت مفصلہ حاصل ہو جائیگی

$$= (1-1) \times 2 = 2$$

$$= (1-1) \times 2 = 2$$

اشک نمبر ۱، ۲، ۳ کے واسطے

- (۱) (۱+۱) اور (۱+۱) اور (۱-۱) اور (۱-۱) کی صورت مفصلہ لکھو
- (۲) (۱+۱) اور (۱+۱) اور (۱-۱) اور (۱-۱) کی صورت مفصلہ لکھو
- (۳) (۱+۱) اور (۱+۱) اور (۱-۱) اور (۱-۱) کی صورت مفصلہ لکھو
- (۴) (۱+۱) اور (۱+۱) اور (۱-۱) اور (۱-۱) کی صورت مفصلہ لکھو
- (۵) (۱+۱) اور (۱+۱) اور (۱-۱) اور (۱-۱) کی صورت مفصلہ لکھو
- (۶) (۱+۱) اور (۱+۱) اور (۱-۱) اور (۱-۱) کی صورت مفصلہ لکھو

(۱۸۶) (۱+۱) کی صورت مفصلہ میں روین رقم یعنی رقم عام دریافت کرو

(۱+۱) = ۲

اب ہم دیکھتے ہیں کہ ارقام کے مثال ان اجزاء ضربی کے وغیرہ کے حاصل ضرب سے

یہی صورت مفصلہ میں رقم کا جو سامر تہی ہو سکی تعداد سے ایک کم تعداد ان اجزاء ضربی

کی ہوتی ہے

$$= \frac{(1-1) \times 2}{(1-1) \times 2} = 1$$

$$= \frac{(1-1) \times 2}{(1-1) \times 2} = 1$$

$$= \frac{(1-1) \times 2}{(1-1) \times 2} = 1$$

تنبیہ: صورت مفصلہ (۱-۱) میں روین رقم یہ ہوگی

$$\frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-(r-1))}{(1-r)} = \dots$$

مثلاً: $\frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-(r-1))}{(1-r)} = \dots$

مثال (۱+۱) کی آٹھویں رقم دریافت کرو

روین رقم (۱+۱) = $\frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-(r-1))}{(1-r)}$

یہاں ۱ = ۱، ۱ = ۱، ۱ = ۱، ۱ = ۱، ۱ = ۱، ۱ = ۱، ۱ = ۱، ۱ = ۱

$$\frac{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \times 11}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \times 11} = 1$$

مثال (۱+۲) کی چوتھی رقم دریافت کرو

۱ = ۱، ۱ = ۱، ۱ = ۱، ۱ = ۱، ۱ = ۱، ۱ = ۱، ۱ = ۱، ۱ = ۱

۱ = ۱، ۱ = ۱، ۱ = ۱، ۱ = ۱، ۱ = ۱، ۱ = ۱، ۱ = ۱، ۱ = ۱

مثال (۱+۳) کی چوتھی رقم دریافت کرو

۱ = ۱، ۱ = ۱، ۱ = ۱، ۱ = ۱، ۱ = ۱، ۱ = ۱، ۱ = ۱، ۱ = ۱

۱ = ۱، ۱ = ۱، ۱ = ۱، ۱ = ۱، ۱ = ۱، ۱ = ۱، ۱ = ۱، ۱ = ۱

۱ = ۱، ۱ = ۱، ۱ = ۱، ۱ = ۱، ۱ = ۱، ۱ = ۱، ۱ = ۱، ۱ = ۱

شالین نمبر بی ۸ مشق کے واسطے

(۱) چوتھی رقم (۱+۳) اور (۱+۲) اور (۱+۱) کی دریافت کرو

(۲) پانچویں رقم (۱+۳) اور (۱+۲) اور (۱+۱) کی دریافت کرو

(۳) چوتھی رقم (۱+۳) اور (۱+۲) اور (۱+۱) کی دریافت کرو

(۷) پہلی رقم (۱ + ۱) اور آٹھویں رقم (۱۱ - ۱) درافٹ کرو
تبعیہ اشلہ نبری، میں ہر جملہ کے خاص رقم دریافت کرنے سے اور زیادہ شق ہو سکتی ہے
(۱۸۷) اگر قوت نامثبت اور صحیح ہو تو صورت مفصلہ میں اشل جوقوت نام سے پیدا ہوتی ہیں مثبت
اور صحیح ہونگی دفعہ ۱۸۶ میں بتائے ثابت کیا ہے کہ اشل روین رقم کی یہ ہیں

$$= \frac{n(n-1) \dots (1-n)}{(2+n-n) \dots (1-n)}$$

$$= \frac{n(n-1) \dots (1-n)}{[1 + (1-n) \dots (1-n)]}$$

= تعداد اجتماع کی جون اشیائیں سے ر-اشیا کی لی جائیں

= ضروری ایک صحیح عدد کے

(۱۸۸) (۱+۱) کی صورت مفصلہ میں ان مثبت اور صحیح ہے تو ن+۱ تعداد رقم ہوگی

اسوے کہ اشل (۱+۱) وین رقم کی = $\frac{n(n-1) \dots (1-n)}{[2 + (1+n) \dots (1-n)]}$

$$= \frac{n(n-1) \dots (1-n)}{[1 - (1+n) \dots (1-n)]}$$

اور اشل (۲+۱) وین رقم = $\frac{n(n-1) \dots (1-n)}{[2 + (2+n) \dots (1-n)]}$

$$= \frac{n(n-1) \dots (1-n)}{(1+n) \dots (1-n)}$$

۲۰ ہر ایک رقم میں جو بعد (۱+۱) وین رقم کے ہوگی صفر خیر ضروری ہوگا اور اسوے کہ وہ = اسوے

صورت مفصلہ کی ارقام بعد (۱+۱) وین رقم کی وجود نہیں رکھتی ہیں اور قوت ہوتی ہیں

اسلئے صورت مفصلہ میں ۱+۱ رقمین ہوتی ہیں

(۱۸۹) صورت مفصلہ (۱+۱) میں جب قوت نامثبت صحیح ہو ارقام جبکہ بعد علیحدہ علیحدہ

اول اور آخر سے ایک ہو آپس میں برابر ہوتے ہیں

اب (۱+۱) رقمین صورت مفصلہ میں ہوتی ہیں اسلئے روین رقم آخر سے یعنی وہ

جبکہ مابعد (۱-۱) رقمین آتی ہیں (۱+۱) وین رقم - (۱-۱) وین ابتدا سے

یعنی (۱-۱) وین رقم ابتدا سے ہوگی

اب م اور ن جب مثبت ہوں تو
 $ح(م) = (م+۱) ح(ن)$ اور $ح(ن) = (ن+۱) ح(لا)$

$ح(م) ح(ن) = (ن+۱) ح(لا) ح(ن)$
 $= (ن+۱) ح(لا) ح(ن)$

$1 + (م+ن) ح(لا) + \frac{(ن+م)(ن-۱) ح(لا)}{۲ \times ۱} + \dots$ وغیرہا موجب نمبر ۱۸۵ کے

اب چونکہ جملہ جودائیں طرقت لکھا ہوا ہے وہ صورت حال ضرب جم $ح(م) ح(ن)$ کی ہے
 جب م اور ن مثبت صحیح ہوں تو جو کچھ اوپر بیان ہوا اسے معلوم ہوتا ہے کہ خواہ م اور ن کچھ ہی ہوں

صحیح کہ منفی مثبت سب حالتوں میں بھی صورت حاصل ضرب کی ہوگی

لیکن یہ جملہ موجب طرقت کتابت مفروضہ $ح(م+ن)$

$ح(م) اور ح(ن)$ کے سب قیمتوں کے لئے

$ح(م) ح(ن) = ح(م+ن)$

اور نیز $ح(م) ح(ن) = ح(ع) = ح(م+ن+ع)$

اور علیٰ ہذا القیاس خواہ کتنی ہی اجزاء ضربی ہوں

$ح(م) ح(ن) ح(ع) = \dots = ح(م+ن+ع+\dots)$ وغیرہا

اب فرض کر دو کہ $م=ن=ع=$ وغیرہا $=$ ہمہ اہمیں $=$ اور کہ مثبت صحیح ہیں اور فرض کرو

کہ ایسے جزو ضربی کی تعداد ک ہے تو

$ح(ح) ح(ح) ح(ح) = \dots$ کا جزا ضربی تک $= ح(ح+ح+ح+\dots)$ وغیرہا [

یعنی $ح(ح) = ح(ح+ح) = \dots$

$= (۱+لا) ح(ح)$ چونکہ $ح(ح)$ مثبت صحیح ہے

$\therefore (۱+لا) ح(ح) =$

$1 + \frac{لا}{۲ \times ۱} + \frac{(لا-۱) ح(ح)}{۲ \times ۱} + \dots$ وغیرہا

موجب طرقت کتابت کے جوہر اختیار کیا ہے پس اسی قاعدہ $(۱+لا) ح(ح)$ کی صورت مفصلہ

اوس صورت میں کہ $ح(ح)$ مثبت کسوت ثابت ہوا

اب یہ فرض کرو

$ح(م) ح(ن) = ح(م+ن)$ یہ م اور ن کی سب قیمتوں کے واسطے ہیں

فرض کرو کہ $n = m - 1$
 تو $7(m-1) = 7(m-n)$

$$7(10) =$$

چونکہ سلسلہ برابر کے ہو جائے گا جیم

$$\therefore 7(m-1) = \frac{1}{m} = \frac{1}{m+1} = \frac{1}{m+1}$$

$$\therefore 7(m+1) =$$

$$= 1 + (m-1) + \frac{m(m-1)}{2} + \dots + \frac{m(m-1)}{m} + \dots$$

اسی قاعدہ منفی قوت نما کے واسطے ثابت ہوا اور خواہ وہ کس ہو یا صحیح
 بتنیہ $(1+n)$ کے واسطے جو قاعدہ ثابت ہوا وہ بالکل کافی ہے کیونکہ $(1+n) = \frac{1}{n}$

$$\therefore (1+n) = \frac{1}{n} = \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \dots + \frac{1}{n} + \dots + \frac{1}{n} + \dots$$

مشکل نمبری ۸۰ حل کی ہوئی

مثال $(1+n)$ کو باخ رقموں تک پہنچاؤ

$$\begin{aligned} (1+n) &= \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \dots + \frac{1}{n} + \dots + \frac{1}{n} + \dots \\ &= \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \dots + \frac{1}{n} + \dots + \frac{1}{n} + \dots \\ &= \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \dots + \frac{1}{n} + \dots + \frac{1}{n} + \dots \end{aligned}$$

مثال $(1-n)$ کو باخ رقموں تک پہنچاؤ

$$\begin{aligned} (1-n) &= \frac{1}{n} - \frac{1}{n} + \dots - \frac{1}{n} + \dots - \frac{1}{n} + \dots \\ &= \frac{1}{n} - \frac{1}{n} + \dots - \frac{1}{n} + \dots - \frac{1}{n} + \dots \\ &= \frac{1}{n} - \frac{1}{n} + \dots - \frac{1}{n} + \dots - \frac{1}{n} + \dots \end{aligned}$$

شال $\frac{1}{(n-1)^2} = \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n^2} + \dots$ کی صورت مفصلہ رقموں تک دریافت کرو

$$n^2(n-1) = n^2(n-1)$$

$$n^2 - \frac{0-x^2-x^2}{n \times n \times 1} + \frac{1-x^2}{n \times 1} + (n-1)(n-1) + 1 =$$

$$+ \frac{4-x^2-x^2-x^2}{n \times n \times n \times 1} + \dots$$

$$= \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n^2} + \dots$$

شال $\frac{1}{(n+1)^2} = \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} + \dots$ کی صورت مفصلہ یا پنج رقموں تک لکھو

$$\left(\frac{n}{n} + 1\right) \frac{1}{n^2} = \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}$$

$$\frac{n^2}{n^2} \cdot \frac{0-x^2-x^2}{n \times n \times n \times 1} + \frac{n^2}{n^2} \cdot \frac{1-x^2}{n \times 1} + \frac{n^2}{n^2} \cdot \frac{1}{n^2} + 1 =$$

$$+ \frac{1-x^2-x^2-x^2}{n^2 \times n \times n \times n \times 1} + \dots$$

$$= \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n^2} + \dots$$

شال $\frac{1}{(n+1)^2} = \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} + \dots$ کی صورت مفصلہ رقموں تک جاری کرو

$$\left(\frac{n}{n} + 1\right) \frac{1}{n^2} = \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}$$

$$\frac{n^2}{n^2} \cdot \frac{4-x^2-x^2}{n \times n \times n \times 1} + \frac{n^2}{n^2} \cdot \frac{1-x^2}{n \times 1} + \frac{n^2}{n^2} \cdot \frac{1}{n^2} + 1 =$$

$$+ \frac{11-x^2-x^2-x^2}{n^2 \times n \times n \times n \times 1} + \dots$$

$$= \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n^2} + \dots$$

شال ۴ قیمت $\frac{1}{n^2} = \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} + \dots$ کی دریافت کرو

$$1 - \frac{1}{n^2} = \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) = \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}$$

$$\frac{n^2}{n^2} \cdot \frac{1-x^2-x^2-x^2}{n \times n \times n \times 1} + \frac{n^2}{n^2} \cdot \frac{1-x^2}{n \times 1} + \frac{n^2}{n^2} \cdot \frac{1}{n^2} - 1 =$$

$$+ \frac{1-x^2-x^2-x^2}{n^2 \times n \times n \times n \times 1} + \dots$$

$$\text{مثال} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} - \frac{1}{x^4} + \frac{1}{x^5} - \frac{1}{x^6} + \frac{1}{x^7} - \frac{1}{x^8} + \frac{1}{x^9} - \frac{1}{x^{10}} + \dots$$

$$1 = \left[\frac{x+1}{x-1} \right] = \frac{x}{x-1} + \frac{1}{x-1}$$

$$\left[\frac{x+1}{x-1} \right] = \frac{x}{x-1} + \frac{1}{x-1}$$

$$= \frac{x}{x-1} + \frac{1}{x-1} = \frac{x+1}{x-1}$$

$$= \frac{x}{x-1} + \frac{1}{x-1} = \frac{x+1}{x-1}$$

امثلہ نمبری ۸. مشتق کے واسطے

$$(1) \frac{1}{x^2} = x^{-2} \Rightarrow \frac{d}{dx} x^{-2} = -2x^{-3} = -\frac{2}{x^3}$$

$$(2) \frac{1}{x^3} = x^{-3} \Rightarrow \frac{d}{dx} x^{-3} = -3x^{-4} = -\frac{3}{x^4}$$

$$(3) \frac{1}{x^4} = x^{-4} \Rightarrow \frac{d}{dx} x^{-4} = -4x^{-5} = -\frac{4}{x^5}$$

$$(4) \frac{1}{x^5} = x^{-5} \Rightarrow \frac{d}{dx} x^{-5} = -5x^{-6} = -\frac{5}{x^6}$$

$$(5) \frac{1}{x^6} = x^{-6} \Rightarrow \frac{d}{dx} x^{-6} = -6x^{-7} = -\frac{6}{x^7}$$

$$(6) \frac{1}{x^7} = x^{-7} \Rightarrow \frac{d}{dx} x^{-7} = -7x^{-8} = -\frac{7}{x^8}$$

$$(7) \frac{1}{x^8} = x^{-8} \Rightarrow \frac{d}{dx} x^{-8} = -8x^{-9} = -\frac{8}{x^9}$$

$$(8) \frac{1}{x^9} = x^{-9} \Rightarrow \frac{d}{dx} x^{-9} = -9x^{-10} = -\frac{9}{x^{10}}$$

$$(9) \frac{1}{x^{10}} = x^{-10} \Rightarrow \frac{d}{dx} x^{-10} = -10x^{-11} = -\frac{10}{x^{11}}$$

$$(10) \frac{1}{x^{11}} = x^{-11} \Rightarrow \frac{d}{dx} x^{-11} = -11x^{-12} = -\frac{11}{x^{12}}$$

$$(11) \frac{1}{x^{12}} = x^{-12} \Rightarrow \frac{d}{dx} x^{-12} = -12x^{-13} = -\frac{12}{x^{13}}$$

$$(12) \frac{1}{x^{13}} = x^{-13} \Rightarrow \frac{d}{dx} x^{-13} = -13x^{-14} = -\frac{13}{x^{14}}$$

$$(13) \frac{1}{x^{14}} = x^{-14} \Rightarrow \frac{d}{dx} x^{-14} = -14x^{-15} = -\frac{14}{x^{15}}$$

$$(14) \frac{1}{x^{15}} = x^{-15} \Rightarrow \frac{d}{dx} x^{-15} = -15x^{-16} = -\frac{15}{x^{16}}$$

$$(15) \frac{1}{x^{16}} = x^{-16} \Rightarrow \frac{d}{dx} x^{-16} = -16x^{-17} = -\frac{16}{x^{17}}$$

۷ و ۸ و ۹ و ۱۰ و ۱۱ و ۱۲ ہوں گے نام قطاس ثنائی ثلاثی رباعی خماسی سداسی سباعی
 ثنائی ساعی عشری احد عشری قساعی اثنا عشری میں غرض اوس عدد کی مناسبت جو اساس
 ہوتا ہے قطاس کا نام ہوتا ہے اگر ۲ اساس ہے تو اوس کا نام ثنائی رکھا گیا ہے اور جو پانچ ہے
 تو خماسی اور علی ہذا القیاس

آخر دو قطاس میں ۱۰ کو دے اور گیارہ کو گ سے تعبیر کرتے ہیں
 تنبیہ اول بعض اوقات مختلف قطاس کو اس طرح سے بھی تعبیر کیا کرتے ہیں کہ ۳۱ کو
 قطاس رباعی میں تعبیر کرنا تھا تو اوس کو اس طرح لکھ دیا کہ (۲۳۱) کہ اور ۹۸۰ و قطاس
 اثنا عشری میں اس طرح (۹۸۰) اور علی ہذا القیاس اور قطاس کی صورت ہر
 تنبیہ دوم جہاں کسی قطاس کا ذکر نہ کیا جاوے ان قطاس عشری سمجھ لینا چاہئے
 اعمال جمع تفریق ضرب تقسیم جذر الکتب کے اعداد پر کسی قطاس علوم میں اوسط طرح عمل میں
 آئے ہیں جس طرح علم حساب میں اعمال اصولی کے اندر بیان ہوئے مگر اوس میں قطاس بات
 خیال کرنا ضرور ہے کہ ۱۱ اور اوس کی قواء کو جس طرح قطاس میں عشری میں کام میں لائے
 اوسط طرح اوس عدد اور اوس کی قواء کو کام میں لائیں جو قطاس خاص کو تلاتا ہے
 مسئلہ نمبر ۸۱ اصل کی ہوئی
 مثال ۱۲۲۔۱۳۵ اور ۲۳۲۶۳۶۵ کا حاصل جمع اور تفریق کو قطاس سباعی

۲۳۵۰۱۲۲

۳۶۵۲۳۲۶

۳۶۲۵۱۳

۲۳۵۰۱۲۲

۳۶۵۲۳۲۶

۳۶۲۵۱۳

مثال ۱۲۲۔۱۳۵ اور ۲۳۲۶۳۶۵ کا حاصل جمع اور تفریق کو قطاس سباعی

کے گ دے د

۲۳۵۰۱۲۲

۳۶۵۲۳۲۶

۳۶۲۵۱۳

۳۶۲۵۱۳

۳۶۲۵۱۳

مثال ۱۲۲۔۱۳۵ اور ۲۳۲۶۳۶۵ کا حاصل جمع اور تفریق کو قطاس سباعی

$$1. (1404) = 2 (0.04) \therefore$$

$$1. (1604) = 4 + 10 + 100 = 4 + 2 \times 0 + 2 \times 0 + 2 \times 0 = 2(0.04) \text{ اور}$$

۵۶. ہ کو قطاس سباعی سے قطاس رباعی میں تبدیل کرو

تقسیم قطاس سباعی میں ہونی چاہئے

0.04
1140
71N
4
4
1

∴ عدد مطلوب = ۱۳۳۰

اور چونکہ 12343

$$1.(1<04) = 11 + 14 + 19 + 015 + 1.5\bar{N} =$$

شمال اول سے معلوم ہوتا ہے کہ جو کچھ ہم نے جو ان نکال دے وہ صحیح ہے

۵۶. کو اول قسط اس پیشی میں تعبیر کیا ہے کہ

$$1204 = 4 + 120 + 1210 = 4 + 2 \times 0 + 2 \times 1 + 2 \times 0$$

اور یہ ۱۷۵۶ کو عشری سے رباعی میں تبدیل کیا تو

22222	1604	4
22222	239	2
22222	109	2
22222	26	1
22222	4	2
22222	1	2

۱۳۰۱۳۱۳۲۳۳۳۴۳۵۳۶۳۷۳۸۳۹۴۰۴۱۴۲۴۳۴۴۴۵۴۶۴۷۴۸۴۹۵۰۵۱۵۲۵۳۵۴۵۵۵۶۵۷۵۸۵۹۶۰۶۱۶۲۶۳۶۴۶۵۶۶۶۷۶۸۶۹۷۰۷۱۷۲۷۳۷۴۷۵۷۶۷۷۷۸۷۹۸۰۸۱۸۲۸۳۸۴۸۵۸۶۸۷۸۸۸۹۹۰۹۱۹۲۹۳۹۴۹۵۹۶۹۷۹۸۹۹۱۰۰

مثال عدد ۱۲۷ کا قسطا عشری میں تعبر کیا گیا کہ قسطا میں ۱۲۷ کی صورت رکھتا ہے

اساس اس قسط اس کا دریافت کرو

فرض کرو کہ اس اساس قسط اس کا ہے

تور ۵ + ۴ = ۹

$$11 \leq \sqrt{r} + 5 \therefore$$

اسے معلوم ہوتا ہے کہ $r = 9 - 13$

اشلیہ نبوی ۸۲ عشق کے واسطے

(۱) ۸۲۸ کو سبائی میں ۶۳۱ کو شہابی میں اور ۲۹ اور ۴۹ کو شہابی میں ۱۰۰ کو اوجہ

اور کو سداسی میں ۸۰۱۹۸ کو اشناعشری میں تبدیل کرو
(۲) (ک و ۶۲) اور (۱۵۳۴) کو قسطاس مروج میں (۳۴۵۲۳) کو اشناعشری
میں اور (۹۵۴۳۲۱) کو رباعی میں تعبیر کرو

(۳) ۲۳۷۸۴ اور ۵۸۷ کو رباعی سے اشناعشری میں اور ۳۲۱ کو رباعی سے رباعی
میں اور ۲۳۰ کو رباعی سے اشناعشری میں تبدیل کرو اور ہر حاصل کی صحت کو ثبات کرو
(۴) (۸۹۷۸) اور (۳۲۵۶) کو اشناعشری میں تعبیر کرو اور ان کا حاصل ضرب دیا کرو
(۵) کس قسطاس میں وہ عدد جو دو چند ۱۲۵ سے ہے اور نہیں ہندسوں سے تعبیر ہوگا جو آخر
عدد میں لکھی ہیں دریافت کرو

(۶) ۷۹۵۴ کا عدد ایک قسطاس میں تبدیل ہو کر ۲۰۳۰ کی صورت کا ہو جاتا ہے اس اس قسطاس کا
(۷) ۱۶۰۰۰ کو عشری سے کس قسطاس میں بدل لکھو ۱۰۰۳۰ کی صورت کا ہو جاتا ہے
(۸) ۲۱۱۲۱۱۱۱ کا جذر قسطاس ثلاثی میں نکالو اور حاصل کو اسیر نظام کی طرف منتقل کرو
جس کا اساس ۱۱ ہو اور ثبوت کو قسطاس میں ۳۳۲۱۵ تعبیر ۵۰۰۵ کی صورت میں ہوگا
(۱۹۷) اب تک ہم اعداد صحیح کا بیان کیا ہے لیکن علم حساب کی دفعہ ۸ میں بیان کر آئے ہیں
کہ ۲۳۲۵ کو بالتفصیل اس طرح تعبیر کرتے ہیں

$$\frac{5}{10000} + \frac{3}{1000} + \frac{2}{100} + \frac{1}{10} + \frac{2}{10000} + \frac{3}{1000} + \frac{2}{100} + \frac{1}{10}$$

یعنی ۲۰ × ۱۰ + ۳۰ × ۱۰ + ۲۰ × ۱۰ + ۱۰ × ۱۰ + ۵ × ۱۰ + ۳ × ۱۰ + ۲ × ۱۰ + ۱ × ۱۰
اب یہ آسانی سے ثابت ہو سکتا ہے کہ اگر بعد اوس علامت کے جو صحیح اور کسر کو جدا کرتا ہے
م ہندسے اوس قسطاس میں ہوں جس کا اساس رہے تو کسری حصہ اس طرح تعبیر ہوگا کہ

$$\frac{4}{10} + \frac{3}{100} + \frac{2}{1000} + \frac{1}{10000} + \frac{2}{100000} + \frac{3}{1000000} + \frac{4}{10000000}$$

یعنی ۴ × ۱۰ + ۳ × ۱۰ + ۲ × ۱۰ + ۱ × ۱۰ + ۲ × ۱۰ + ۳ × ۱۰ + ۴ × ۱۰
اس میں ۱۰ اور ۱۰۰ اور ۱۰۰۰ ... وغیرہ ہندسے ہیں جو (۱-۱۰) اور (۱-۱۰۰) کے درمیان میں
اسے معلوم ہوگا کہ وہ جو صحیح اور کسر دونوں سے مرکب ہے وہ اوس قسطاس میں جس کا

تمام ہند سے معلوم ہو جائیگا
بعض حالتوں میں کسی دور حاصل ہو گئیں
مثال ۸ کو قسط اس بیاعی میں تعبیر کرو اور حاصل کی صحت کو ثبات کرو

اور بموجب قاعدہ کے $\frac{14}{9} \times 2 = \frac{28}{9}$ اور $\frac{34}{2} = 17$ $\therefore 3 = \frac{14}{9} \times 17 = (23)$
 \therefore عدد مطلوب 17 و 23

ثبوت $(23) = \frac{14}{9} \times 17 = \frac{14}{9} \times (1 + 16) = 17 + \frac{224}{9}$
 $(23) = \frac{14}{9} \times 17 = \frac{14}{9} \times (\frac{3}{2} + \frac{1}{2}) = \frac{14}{9} \times \frac{3}{2} + \frac{14}{9} \times \frac{1}{2}$

مثال ۹ کو قسط اس رباعی میں تبدیل کرو اور حاصل کو ثبات کرو
 $(24) = (122) = 122$ اور $5 = \frac{1}{2}$ اب قاعدہ کے موافق عمل کرنے سے $\frac{1}{2} \times 122 = 61$
 یا اس طرح کہ $250 = 122 \times 2$
 $\therefore (24) = (122) = 122$

ثبوت $(122) = 122 = 122 + 2 + 2 + 2 + 2 = 122 + 8 = 130$
 مثال ۱۱ کو قسط اس رباعی میں تبدیل کرو

عمل رباعی میں

۵	۲	۲	۱	۱۲
۵	۵	۲	۳	۰
۱	۵	۱	۲	۰
۳	۵	۰	۰	۰

۸	۳	۳	۰	۱۰
۸	۱	۳	۱	۰
۸	۳	۳	۳	۰
۸	۱	۳	۱	۰

اس واسطے عدد مطلوب ۵۱۳ و ۳۰ ہے
 عدد کو اول عشری میں پہر ثانی میں تبدیل کر سکتی ہیں
 مثال ۱۲ کو قسط اس ملائے میں تبدیل کرو اور حاصل کا نتیجہ ثبات کرو
 عمل اشاعری

۵	۱	۴
۵	۱	۴
۵	۱	۴
۵	۱	۴
۵	۱	۴

۳	۱	۵
۳	۱	۵
۳	۱	۵
۳	۱	۵
۳	۱	۵

۴۳۳۴
 ۲۷۷۷ م + ۴۳۳۴ م + ۱۰۰۰۰ م + ۴۳۳۴ م + ۴۳۳۴ م
 مثال ایک مستطیل زمین ۲۷۷۷ م فٹ ۴۳۳۴ م انچ رقبہ ہے اور ۱۷ فٹ ۷ انچ عرض ہے
 اس کا طول دریافت کرو

$$۲۷۷۷ م فٹ ۴۳۳۴ م انچ = (۱۷۹۵۴۳) فٹ$$

$$۱۷ فٹ ۷ انچ = (۱۷۹۵۴۳) فٹ$$

$$(۱۷۹۵۴۳) : ۱۷۹۵۴۳ = ۱۲۵۴$$

$$\frac{۱۲۵۴}{۸۳۵}$$

$$\frac{۴۳۴}{۵}$$

$$(۱۷۹۵۴۳) = (۱۷۹۵۴۳) = ۱۷۹۵۴۳ فٹ ۷ انچ$$

تبیین علم حساب کی دفعہ ۵۰ میں جو مثالیں لکھی ہیں وہ اس قاعدہ سے حل ہو سکتی ہیں

امثلہ نمبر ۱۳ مشق کے واسطے

$$(۱) ۷۵۴۳ م + ۱۷۹۵۴۳ م + ۱۷۹۵۴۳ م + ۱۷۹۵۴۳ م + ۱۷۹۵۴۳ م$$

$$\text{اور } ۱۷۹۵۴۳ م \text{ کو ربعی قطار میں تعبیر کرو}$$

$$(۲) ۱۷۹۵۴۳ م + ۱۷۹۵۴۳ م + ۱۷۹۵۴۳ م + ۱۷۹۵۴۳ م + ۱۷۹۵۴۳ م$$

احد عشری اور ثانی میں تعبیر کرو

$$(۳) ۱۷۹۵۴۳ م + ۱۷۹۵۴۳ م + ۱۷۹۵۴۳ م + ۱۷۹۵۴۳ م + ۱۷۹۵۴۳ م$$

مثلاً فی اور ربعی میں تبدیل کرو

$$(۴) ۱۷۹۵۴۳ م + ۱۷۹۵۴۳ م + ۱۷۹۵۴۳ م + ۱۷۹۵۴۳ م + ۱۷۹۵۴۳ م$$

(۵) مستطیل کا رقبہ ۲۷۷۷ م فٹ ۴۳۳۴ م انچ اور اس کا عرض ۱۷ فٹ ۷ انچ ہے اس کا طول کیا ہے

(۶) ایک کمرہ ۳۵ فٹ ۷ انچ لمبا ۷ فٹ ۷ انچ چوڑا ہے اور اس کا ارتفاع ۹ فٹ ۱۰ انچ

تو اس کی رنگوائی میں ۳ سہ پائی فی گز کے حساب سے کیا لگی

لو کارشم

(۲۰۰) حدوات ع = ۱۷۹۵۴۳ م کوئی کثرت عدد کو لو کارشم کے موافق اس میں

۱ کی کہتے ہیں اسے معلوم ہوتا ہے کہ لو کارشم کی یہ تعریف ہے کہ کسی عدد کی لو کارشم کو موافق کسی

وہ قوت ہے جسکے موافق اگر اساس کا صعود لیکن تو وہ عدد حاصل ہو جائے
لوکارٹھم کے موافق اساس کے اس طرح تعبیر ہوتی ہے کہ لوک و ن
اعداد کی لوکارٹھم کی قیمت اساس پر موقوف ہوتی ہے مختلف نظام لوکارٹھم کی لوک و ن
قیمتوں کے مقرر کرنے سے بنائی گئی ہیں چونکہ $1 = 1$ اسلئے ہر نظام میں لوک $1 = 1$ ہر نظام میں
ن کی مختلف قیمتوں کے مقرر کرنے سے لاک کی مختلف قیمتیں نکلنے لگی اور ہر ایک جگہ کہیں تو اسے
جداول لوکارٹھم مرتب ہو جائیگی

جداول لوکارٹھم مروج جسکو برگس کی لوکارٹھم بھی کہتے ہیں موافق اساس کے مرتب ہوتی
قوت ناموں کے مختلف قیمتیں جنکو جدولی لوکارٹھم کہتے ہیں اوٹکوڈ لوک یعنی لوک کے
تعبیر کرتے ہیں یا صرف لوگ ان جدولوں کو علم حساب میں کام میں لائے ہیں جداول نمبری وہ
جدولیں جو لارڈ نیپرن نے ایجاد کیں تھیں اور اسکا اساس 10 ہے اور 254182818
اس نظام کو قوانین تجربہ کے کام میں لائے ہیں

اب یہ بتلاتے ہیں کہ لوکارٹھم سے کیا کیا فائدے حاصل ہو سکتے ہیں
(۲۱) دو اعداد کے حاصل ضرب کی لوکارٹھم اور اعداد کی لوکارٹھم کی جمع کرنے سے
دو اعداد کے خارج قسمت کی لوکارٹھم اور اعداد کی لوکارٹھم کی تفریق کرنے سے حاصل ہوتی
فرض کرو کہ E اور D دو اعداد ہوں

لا اور D اونکے لوکارٹھم اور S نظام میں ہوں جسکا اساس 10 ہے

$$\text{تو } E = 10^L \text{ اور } D = 10^D \quad (1)$$

$$E \times D = 10^{L+D}$$

لوک $(E \times D) = L + D$ موجب حدود کے لیکن مساوات (۱) سے

$$L + D = \log E + \log D = \log (E \times D) \quad \text{اب } \frac{E \times D}{10^L} = 10^D$$

$$\log \left(\frac{E \times D}{10^L} \right) = D$$

$$\text{یعنی } \log (E \times D) - L = D \quad \text{لوک } (E \times D) - \text{لوک } E = \text{لوک } D$$

کینٹھائی

(۲۰۲) کسی عدد کے قوت کی لوکارٹم برابر ہوتی ہے حاصل ضرب اوس عدد کی لوکارٹم اور قوت کی

$$\begin{aligned} \text{موافق دفعہ سابق کے } E &= R \\ \text{تو } E &= R + 1 \\ \therefore \text{لوگ } (E) &= R + 1 \text{ لاہ موجب حدود کے} \\ \text{یعنی لوگ } (E) &= R + 1 \end{aligned}$$

اور اسی لیل سے

$$\therefore \text{لوگ } (E) = R + 1 \text{ لاہ موجب حدود کے}$$

اس اور آخر دفعہ سے ظاہر ہوتا ہے کہ جداول لوکارٹم کے استعانت سے ضرب تو جمع سے اور تقسیم سے ہو سکتی ہے اور صعود و نزول تقسیم سے نکل سکتے ہیں پس جداول لوکارٹم کے بہت ہی بڑے کام آئے ہیں

(۲۰۳) یہ بات ظاہر ہے کہ اگر کل اعداد کی لوکارٹم کی جداول بنائی جائیں تو نہایت طول بطول ہو گئیں اور اونکا بنا بھی ناممکن ہے اگر لوکارٹم کی جداول موافق اساس ۱۰ کے مرتب کیجائے تو لوکارٹم اول سب اعداد کی جو ۱۰ مدع اور ۱۰ سے تعبیر ہوتی ہیں نقطہ کے لوکارٹم سے دریافت ہو جائیں گے

$$\begin{aligned} \text{اس واسطے کہ لوگ } (E) &= R + 1 \\ \text{لوگ } (E) &= R + 1 \\ \text{لوگ } (E) &= R + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{کیونکہ } 1 &= 10 \therefore \text{لوگ } 1 = 0 \\ \text{اور چونکہ لوگ } (E) &= R + 1 \\ \text{لوگ } (E) &= R + 1 \\ \text{لوگ } (E) &= R + 1 \end{aligned}$$

$$\text{مثلاً لوگ } 1132 = 0.538767 \text{ تو ہم آسانی سے لوگ } 113200 = 5.0538767$$

$$\text{لوگ } 113200 = 5.0538767 \text{ دریافت کر سکتے ہیں}$$

$$\therefore \text{لوگ } 113200 = 5.0538767$$

$$\text{لوگ } 113200 = 5.0538767$$

$$۲ + ۳۵۰۵۳۸۲۶۲ =$$

$$۵۵۰۵۳۸۲۶۲ =$$

$$۱۱۳۲ = ۱۵۱۳۲$$

$$۵۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰ = ۱۵۱۳۲ - ۱۱۳۲ = ۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰$$

$$۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰ = ۱۱۳۲ - ۳ = ۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰$$

$$۳ - ۳۵۰۵۳۸۲۶۲ =$$

$$۵۰۵۳۸۲۶۲ =$$

$$۱۱۳۲ = ۵۰۱۱۳۲$$

$$۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰ = ۵۰۱۱۳۲ - ۱۱۳۲ = ۴۸۸۸۶۸$$

$$۵ - ۳۵۰۵۳۸۲۶۲ =$$

$$۲ - ۵۰۵۳۸۲۶۲ =$$

$$۲ - ۵۰۵۳۸۲۶۲ =$$

اب بیان یہ سمجھ لو کہ نفی کی علامت صرف ۲ پر ہے اور وہ اعشاریہ ۵۰۵۳۸۲۶۲ سے

متعلق نہیں ہے وہ اب بھی مثبت ہے

جو صحیح عدد حصہ لوکارثم کا ہوتا ہے اسکو عدد بیانی لوکارثم کا کہتے ہیں اور اعشاریہ حصہ کو اعشاریہ
لوکارثم کہتے ہیں جب عدد بیانی منفی ہوتا ہے تو علامت نفی اسکی اوپر اکثر لکھتے ہیں جیسے کہ

$$۲۵۰۵۳۸۲۶۲$$

(۲۰۴) نظام مروج میں لوکارثم کی عدد بیانی کے دریافت کرنیکا قاعدہ دریافت کرو

$$۱۰۰۰ = ۱۰۰۰۰ اور ۱۰۰ = ۱۰۰۰۰ اور ۱۰ = ۱۰۰۰۰ اور ۱ = ۱۰۰۰۰$$

$$۱۰۰۰ = ۱۰۰۰۰ اور ۱۰۰ = ۱۰۰۰۰ اور ۱۰ = ۱۰۰۰۰ اور ۱ = ۱۰۰۰۰ اور علیٰ القیاس$$

اچھا اگر ایک عدد درمیان
اور اس کے ہوتو اسکی لوکارثم اور اس کے درمیان ہوگی اور اسکا عدد بتائے

$$۱۰ اور ۱۰۰ اور ۱۰۰۰ اور ۱۰۰۰۰ اور ۱۰۰۰۰۰ اور ۱۰۰۰۰۰۰ کے$$

$$۱۰ اور ۱۰۰ اور ۱۰۰۰ اور ۱۰۰۰۰ اور ۱۰۰۰۰۰ اور ۱۰۰۰۰۰۰ کے$$

$$۱۰ اور ۱۰۰ اور ۱۰۰۰ اور ۱۰۰۰۰ اور ۱۰۰۰۰۰ اور ۱۰۰۰۰۰۰ کے$$

$$۱۰ اور ۱۰۰ اور ۱۰۰۰ اور ۱۰۰۰۰ اور ۱۰۰۰۰۰ اور ۱۰۰۰۰۰۰ کے$$

$$۱۰ اور ۱۰۰ اور ۱۰۰۰ اور ۱۰۰۰۰ اور ۱۰۰۰۰۰ اور ۱۰۰۰۰۰۰ کے$$

اسے یہ نتیجہ نکلتا ہے کہ جس عدد کے ان مراتب ہوں اس کے لوکارثم میں عدد بیانی کے ان مراتب ہوں

۳۴۱
مثلاً نمبری ۸۷ حل کی ہوئیں

مثال

حاصل ضرب ۶۳ اور ۱۱۲ کا دریافت کرو
جدول لوکارٹھی سے پہلو معلوم ہوتا ہے کہ لوک ۶۳ = ۱۵۷۹۳۴۰۵
اور لوک ۱۱۲ = ۲۵۰۴۲۱۸۰

بموجب قاعدہ لوک (۱۱۲ × ۶۳) = لوک ۶۳ + لوک ۱۱۲
۲۵۰۴۲۱۸۰ + ۱۵۷۹۳۴۰۵ =
۴۰۸۳۵۵۸۵ =
اور بموجب جدول لوکارٹھی کے ۴۰۸۳۵۵۸۵ = لوک ۷۰۵۶
۷۰۵۶ = ۱۱۲ × ۶۳

مثال ۲

۳۶۷۲ کو ۷۲ پر تقسیم کرو
بموجب جدول لوکارٹھی کے لوک ۳۶۷۲ = ۳۵۴۷۹۰۲۷ اور لوک ۷۲ = ۱۵۸۵۷۳۳۲۵
بموجب قاعدہ کے لوک ($\frac{۳۶۷۲}{۷۲}$) = لوک ۳۶۷۲ - لوک ۷۲
۳۵۴۷۹۰۲۷ - ۱۵۸۵۷۳۳۲۵ =
۱۹۶۲۱۶۹۰۲ =
لوک ۵۱ = ۱۹۶۲۱۶۹۰۲
۵۱ = $\frac{۳۶۷۲}{۷۲}$

مثال ۳

۱۴ کی قیمت دریافت کرو
بموجب جدول لوکارٹھی کے لوک ۳۰۱۰۳۰۰ = ۲
بموجب قاعدہ کے لوک ($\frac{۱۴}{۲}$) = ۷ × لوک ۲

۳۰۱۰۳۰۰ × ۷ =
۲۱۰۷۲۱۰۰ =
لوک ۷۵۵۳۶ بموجب جدول

۷۵۵۳۶ = $\frac{۱۴}{۲}$
قیمت $\frac{۱۴}{۲}$ (۷۵۵۳۶) کی دریافت کرو
بموجب قاعدہ

مثال ۴

لوک $\frac{۱۴}{۲}$ (۷۵۵۳۶) = $\frac{۱}{۱۴}$ لوک ۷۵۵۳۶
مثال ۳ کو دیکھو
۲۱۰۷۲۱۰۰ =
لوک ۲ =

مثال

$$\frac{2 \times 3 \times 4 \times 5}{9350 \times 14}$$

لوک

$\frac{2 \times 3 \times 4 \times 5}{9350 \times 14} = \text{لوک} (2 \times 3 \times 4 \times 5) - \text{لوک } 2 \times 5 \times 14$
 $= 2 \text{ لوک } 4 + 2 \text{ لوک } 3 + 2 \text{ لوک } 14 - \text{لوک } 2 - \text{لوک } 5 - \text{لوک } 14$

مثال قیمت کی دریافت کرو

$$\frac{(314) \times 3 \times 5 \times 7}{251} = \text{لوک}$$

$\frac{1}{5} = [2 \text{ لوک } 314 + 3 \text{ لوک } 3 + 5 \text{ لوک } 5 + 7 \text{ لوک } 7 - \text{لوک } 251]$
 جدول لوکارشی سے قیمت باسانی نکل سکتی ہے

مثال ۹ کی چھٹی قوت اور ۷ کی چوتھی قوت اور ۵ کی پانچویں قوت میں چوتھا تناسب اگر لاء مطلوب ہو تو

$$\frac{9}{5} :: \frac{7}{5} :: \frac{6}{5} :: \frac{4}{5}$$

لوک ۹ = ۴ لوک ۵ + ۷ لوک ۵ - ۷ لوک ۹
 اب جدول لوکارشی سے لاک کی قیمت باسانی دریافت ہو سکتی ہے

مثال قیمت لاک کی اس مساوات و ل = ب میں دریافت کرو

$$\frac{\text{لوک } 1}{\text{لوک } 1} = \frac{\text{لوک } 1}{\text{لوک } 1}$$

فرض کرو کہ ۱ = ۵ اور ۱ = ۱۰۰ یعنی ۵ = ۱۰۰

$$\frac{2}{5498400} = \frac{1}{5498400} = \frac{1}{5498400}$$

تنبیہ جن مساوات میں قوت نمایین مقدار بھول واقع ہوتی ہے ان کو مساوات اور قوت نما

مثال ۱۲ اسلر ہند ۱۰ و ۳ و ۹ و ۶ و ۱۶ و ۲۰ رقموں تک جمع کرو

$$\frac{1}{1-3} = \text{ص}$$

$$\left[1 - \left(\frac{3}{10} \right)^n \right] \cdot 10 = \frac{1 - \left(\frac{3}{10} \right)^n}{1 - \frac{3}{10}}$$

۳۲۷

لوک (۳) = ۲۰ = [لوک ۳ - لوک ۲]

۲۰ = [۳۰۰ - ۱۰۳۰ - ۵۴۷۱۳۱۳] بوجب جدول

۲۰ = ۱۴۹۹۱۳ × ۲۰ = ۳۵۵۲۱۸۲۹۰

لوک ۳۳۲۵۵۲۹۳ = بوجب جدول

۳۳۲۵۵۲۹۳ = [۱ - ۳۳۲۵۵۲۹۳] = ۳۳۲۵۵۲۹۳ × ۲ = ۶۶۴۸۵۵۲۶

مثال ۱۳ معلوم ہے ص = $\frac{1 - r^n}{1 - r}$ قیمت ن کی دریافت کرو

ص (۱ - r) = ۱ - r^n

∴ ۱ - r^n = ص (۱ - r)

∴ لوک (۱ - r^n) = لوک [ص (۱ - r)]

لوک ۱ - r^n = لوک ص + لوک (۱ - r)

∴ ن = لوک [ص (۱ - r)] - لوک ۱

مثال ۱۴ ۲۰ روپیہ کو ۱۰ روپیہ سیکڑہ پر بچا ب سود در سود کے دین تو سات برس میں مل جائیگا

بوجب دفعہ ۱۴ علم حساب م = ع (۱ + r)^n

∴ لوک م = لوک ع + ن لوک (۱ + r)

لوک ۲۰۰ = لوک ۷ + لوک (۱ + ۰.۰۴)

لوک ۲۰۰ = لوک ۷ + لوک ۱.۰۴

لوک ۲۰۰ = لوک ۷ + لوک ۱.۰۴

۳۰۰ = ۷ + ۳ + ۳۰۰ = ۳۰۰

۲۵۴۳۱۰۳۳ =

لوک ۲۵۴۳۱۰۳۳ = بوجب جدول لوکارٹم کے

۲۵۴۳۱۰۳۳ = ۲۵۴۳۱۰۳۳

۲۵۴۳۱۰۳۳ = ۲۵۴۳۱۰۳۳

مثال ۱۵ ۵ روپیہ سیکڑہ سود در سود کے حساب سے ۹۰ روپیہ کتنی مدت میں ملے گی

∴ م = ع (۱ + r)^n

∴ لوک م = لوک ع + ن لوک (۱ + r)

∴ ن = لوک م - لوک ع

لوک (۱ + r)

$$\frac{325}{900 - 500} = \frac{325}{400} = \frac{13}{160}$$

$$\frac{2552425}{5000000} = \frac{102097}{200000}$$

مثلاً نمبری ۸۴۷۰۰۰ کے واسطے

$$(۱) \text{ لوگ } ۱۰۳۰۰ = ۱۰۳۰۰ \text{ اور لوگ } ۱۳۱۳ = ۱۳۱۳ \text{ اور لوگ } ۸۰۰ = ۸۰۰$$

ان معلومات سے اعداد ذیل میں سے ہر ایک عدد کی لوکارثم دریافت کرو

$$(۵) ۲۰۰۰۰, ۱۲۰۰, ۲۵۰, ۱۲۰, ۲۵۰, ۱۲۰, ۲۵۰, ۱۲۰$$

$$(۶) ۵۰۰, ۳۰۰, ۲۵۰, ۱۰۰, ۲۵۰, ۱۰۰, ۲۵۰, ۱۰۰$$

$$(۷) \frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1000}, \frac{1}{10000}, \frac{1}{100000}, \frac{1}{1000000}, \frac{1}{10000000}, \frac{1}{100000000}$$

$$(۸) \frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1000}, \frac{1}{10000}, \frac{1}{100000}, \frac{1}{1000000}, \frac{1}{10000000}, \frac{1}{100000000}$$

$$(۹) ۳۵۰, ۱۰۰, ۲۵۰, ۱۰۰, ۲۵۰, ۱۰۰, ۲۵۰, ۱۰۰$$

(۲) بواسطت جدول لوکارثم کے ان جملوں میں سے ہر ایک جملہ کی لوکارثم دریافت کرو

$$(۱۳) \frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1000}, \frac{1}{10000}, \frac{1}{100000}, \frac{1}{1000000}, \frac{1}{10000000}, \frac{1}{100000000}$$

$$(۱) ۳۱۵ \times ۲۵۵ \times ۳۳ \times ۳۱$$

$$۳۵$$

(۲) اس سلسلہ کو جمع کرو

$$۱ + \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۱۶} + \frac{۱}{۶۴} + \frac{۱}{۲۵۶} + \frac{۱}{۲۵۶}$$

(۵) ایک سلسلہ ہندسیہ کی جمع ۵۶۰ ہے اول رقم ۲ ہے اور نسبت مشترک ۳ ہے تعداد اقسام

(۶) ۱۰۰ روپیہ کا مول بیاچ ۱۰ برس میں ۵ روپیہ سیکڑہ سود در سود کے حساب کیا ہوگا

(۷) گنتا روپیہ ۵ روپیہ سیکڑہ سالانہ سود پر قرض دیا جا کہ بارہ برس میں ۵۰ روپیہ بیاچ

$$۵۷۸۷۹۸۷ = ۲۵۸۸۱۸$$

(۸) ۲۰۰ روپیہ کو کیا سیکڑہ سود پر دین کہ اس کا مول بیاچ ۵۶۴ روپیہ پائی

سود در سود کے حساب سے ۹ برس میں ہو جائیں اور معلوم ہے کہ لوگ ۵۹۹۵۳۳۳ = ۲۵۵۳۶۷۱

$$۱۰۷ = ۳۸۳۰۱۰۷$$

(۹) تباؤ کتنی مدت میں ۵ روپیہ سیکڑہ سود در سود کے حساب کر پیہ دو چنڈ اور خلیہ ہوتا ہے
 (۱۰) سود ششماہی ادا کیا جاتا ہے تو تباؤ ۵ روپیہ سیکڑہ سالیانہ سود در سود کے حساب سے
 ۵۰۰ روپیہ کا مول بیاچ ۴۱ برس میں کیا ہوگا اور معلوم ہے کہ لوگ $۴۱۲۲۵ = ۴۵۵۲۴$
 (۱۱) ایک شخص نے ۱۰۰ روپیہ سالیانہ دس برس تک جمع کیا اور ۵ روپیہ سیکڑہ سالیانہ سود
 در سود کے حساب اس روپیہ کو چلا لیا تو تباؤ دس برس کے آخر میں کیا مول بیاچ کا روپیہ ۵
 حاصل کر گیا اور معلوم ہے لوگ $۱۵۶۲۸۹ = ۵۲۱۱۸۹$

(۱۲) ان سواتون کو حل کرو

$$(۱) \frac{1}{5} + \frac{1}{10} = \frac{1}{x} + 1$$

$$(ب) \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{1}{x}$$

$$(ج) \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{1}{x}$$

$$(د) \frac{1}{8} + \frac{1}{12} = \frac{1}{x}$$

$$(ر) \frac{1}{10} = \frac{1}{x}$$

$$(س) \frac{1}{10} + \frac{1}{20} = \frac{1}{x}$$

مروج لوکارثون کی جدولوں کا بیان اور اونکی فائدہ
 (۲۰۶) جو جدولیں لوکارثون کی مروج ہیں اون میں اعداد اسے ۱۰۰۰ تک لکھی ہوئی ہیں

اور اونکے محاذی لوکارثین سات مرتبہ کے اعشاریہ تک لکھی ہوتی ہیں اور فقط اعشاریہ کاری
 اونہیں تحریر ہوتی ہے اعداد کو کی لوکارثین جبر مقابلہ سے نکلتی ہیں اونکی ترکیب جبر مقابلہ سے
 نکالنی کی سنبوال صاحب کی علم شلت میں لکھی ہے اور اعداد مرکب کے لوکارثین اسطرح نکالنے
 کہ اون اعداد کو اجزاء ضربی افوی کے قوا میں تحلیل کرتے ہیں اور پھر اونکی لوکارثون کی اسطرح
 سے اونکی لوکارثین دریافت کرتے ہیں اسطرح

$$\text{لوگ } ۴ = \text{لوگ } (۲) = ۲ \text{ لوگ } ۲ \text{ اور لوگ } ۱۴۴ = \text{لوگ } (۱۲ \times ۱۲) = ۲ \text{ لوگ } ۱۲$$

اور علیٰ ہذا القیاس اور اعداد کی کیفیت سے

اسے ۱۰۰ تک کی لوکارثون کی جدول لکھتے ہیں

لوکارشم	رد	لوکارشم	رد	لوکارشم	رد
۴۲۷۷۸۳۹	۲۱	۳۲۲۲۱۹۳	۲۱	۰۰۰۰۰۰۰۰	۱
۴۲۳۲۲۹۳	۲۲	۳۲۲۲۲۲۷	۲۲	۳۰۱۰۳۰۰	۲
۴۳۳۲۲۹۷	۲۳	۳۴۱۷۲۷۷	۲۳	۲۷۷۱۲۱۳	۳
۴۲۳۲۲۵۷	۲۴	۳۴۰۲۱۱۲	۲۴	۴۰۲۰۴۰۰	۴
۴۵۳۲۱۲۵	۲۵	۳۹۷۹۲۰۰	۲۵	۴۹۸۹۷۰۰	۵
۴۴۲۷۵۷۷	۲۶	۲۱۲۹۷۳۳	۲۶	۷۷۸۱۵۱۳	۶
۴۷۲۰۹۷۹	۲۷	۲۳۱۳۴۳۸	۲۷	۸۲۵۰۹۸۰	۷
۴۸۱۲۲۱۲	۲۸	۲۲۷۱۵۸۰	۲۸	۹۰۳۰۹۰۰	۸
۴۹۰۱۹۹۱	۲۹	۲۴۲۳۹۸۰	۲۹	۹۵۲۲۲۲۵	۹
۴۹۸۹۷۰۰	۳۰	۲۷۷۱۲۱۳	۳۰	۰۰۰۰۰۰۰۰	۱۰
۷۰۷۵۷۰۲	۳۱	۲۹۱۳۴۱۷	۳۱	۰۲۱۳۹۲۷	۱۱
۷۱۴۰۰۳۳	۳۲	۵۰۵۱۵۰۰	۳۲	۷۹۱۸۱۲	۱۲
۷۲۲۲۷۵۹	۳۳	۵۱۸۵۱۳۹	۳۳	۱۱۳۹۲۲۲	۱۳
۷۳۲۳۹۳۸	۳۴	۵۳۱۲۷۸۹	۳۴	۱۲۴۱۲۸۰	۱۴
۷۴۰۳۴۲۷	۳۵	۵۴۲۰۴۸۰	۳۵	۱۷۴۰۹۱۳	۱۵
۷۸۸۱۸۸۰	۳۶	۵۵۴۳۲۵	۳۶	۲۰۲۱۲۰۰	۱۶
۷۵۵۸۷۲۹	۳۷	۵۷۸۲۰۱۷	۳۷	۲۳۰۲۲۸۹	۱۷
۷۴۳۲۲۸۰	۳۸	۵۷۷۸۳۴	۳۸	۲۵۵۲۷۲۵	۱۸
۷۷۰۸۵۲۰	۳۹	۵۹۱۰۴۲۴	۳۹	۲۷۸۷۵۲۴	۱۹
۷۷۸۱۵۱۳	۴۰	۴۰۲۰۴۰۰	۴۰	۳۰۱۰۳۰۰	۲۰

۳۳۸		۳۳۸	
لوکار نم	عد	لوکار نم	عد
۹۹۵۴۳۵۲	۹۹	۹۰۳۰۹۰۰	۱۰
۰۰۰۰۰۰۰۰	۱۰۰	۹۰۸۸۱۵۰	۱۱
		۹۱۳۸۱۳۹	۱۲
		۹۱۹۰۷۱۱	۱۳
		۹۲۲۲۷۹۳	۱۴
		۹۲۹۸۱۸۹	۱۵
		۹۳۸۸۹۸۵	۱۶
		۹۳۹۵۱۹۳	۱۷
		۹۴۸۸۸۲۷	۱۸
		۹۴۹۳۹۰۰	۱۹
		۹۵۸۲۸۲۵	۲۰
		۹۵۹۰۸۱۸	۲۱
		۹۶۷۷۷۷۷	۲۲
		۹۷۸۸۸۲۹	۲۳
		۹۷۸۱۲۷۹	۲۴
		۹۷۷۷۷۷۷	۲۵
		۹۷۷۷۷۷۷	۲۶
		۹۷۷۷۷۷۷	۲۷
		۹۷۷۷۷۷۷	۲۸
		۹۷۷۷۷۷۷	۲۹

اسے جدول لوکار نم کے ایک اور حصہ کو مع کیفیت لکھتی ہیں

μN4

[illegible]

تو وہ موافق اس سلسلہ کے دریافت کرتے ہیں اور اس سلسلہ کو صحیح فرض کر لیا ہی کہ جب دو اعداد میں حاصل تفریق ایک کم ہو کہ وہ بتقابلہ ہر ایک عدد نہایت کم تھا تو یہ فرق تقریباً متناسب اول اعداد کے لوکارثون کے حاصل تفریق کے ہوتا ہے

اس سلسلہ کو اس طریق سے جو مقابلہ میں لگتے ہیں اور اس کا صحیح ہونا ثابت، اگر کم بتقابلہ کہ نہایت
 لوک (م + لا) - لوک م = $\frac{1}{10}$ [لوک (م + ۱۰) - لوک م]

قیمت لوک (م + ۱۰) - لوک م کا جز اعظم فقط حاصل تفریق کے نیچے جدول میں مطبوع ہوتا ہے اور اس جز اعظم کے نیچے اصلی قیمتیں یا تقریبی قیمتیں
 $\frac{1}{10}$ [لوک (م + ۱۰) - لوک م]

لا کی سب قیمتوں کے واسطے صفر سے ۹ تک لکھی ہوئی ہوتی ہے
 ایسی جدول کو جدول اجزاء متناسب فرق [لوک (م + ۱۰) - لوک م] کی کہتی ہیں
 یہ فرق بہت سی لوکارثون میں ایک ہی رہتا ہے
 فائدہ ایسی جدول کا اور اس کے استعمال کی ترکیب ہم بتلا رہے ہیں

امثلہ نمبری ۸۵ کی ہوئی

مثال معلوم ہے لوک ۳۶۶۴۳ = ۵۵۶۳۸۷۲۵ اور
 لوک ۳۶۶۳۲ = ۵۵۶۳۸۶۰۶
 یہاں م = ۳۶۶۳۲۰

$\frac{1}{10}$ [لوک (م + ۱۰) - لوک م] = $\frac{1}{10}$ [۵۵۶۳۸۶۰۶ - ۵۵۶۳۸۷۲۵]
 = ۵۰۰۰۰۱۱۹ × $\frac{1}{10}$ تقریباً

اور لوک م = لوک ۱۰ + لوک ۳۶۶۳۲ = ۲۶۶۳۲ + ۱ = ۵۵۶۳۸۶۰۶
 : لوک ۳۶۶۳۲۸ = ۵۵۶۳۸۷۲۵ + ۵۰۰۰۰۹۵ = ۵۵۶۳۸۷۲۵ + ۵۵۶۳۸۶۰۶

تنبیہ اول اجزاء اعظم فرق اور اجزاء متناسب یعنی ۱۱۹ اور ۹۵ جدول میں مطبوع ہیں
 تنبیہ دوم اسی جدول کے موافق لوکارثم اول اعداد کی دریافت کرتے ہیں جنہیں سات مرتبہ میں

مثال ۲ معلوم ہے کہ لوک $۳۴۹۳۳ = ۳۴۹۳۸۷۲۵$ اور $۳۴۹۳۳ = ۳۴۹۳۸۷۲۵$ اور $۳۴۹۳۳ = ۳۴۹۳۸۷۲۵$ کی دریافت کرو

موافق سابق حاصل تقریق = ۱۱۹×۵۰۰۰۰

۵ مرتبہ جز متناسب = ۱۱۹×۵۰۰۰۰

تقریباً $۵۰۰۰۰ \times ۵ =$

۳ مرتبہ کے جز متناسب = ۱۱۹×۳۰۰۰۰

تقریباً $۳۵۰۰۰ \times ۵ =$

۵۰۰۰۰ $\times ۳ + ۵۰۰۰۰ \times ۴ + ۳۴۹۳۸۷۲۵ + ۲ = ۳۴۹۳۲۵۳۵$ لوگ

$۳۴۹۳۸۷۲۵ =$

امثلہ نمبری ۸۵ مشق کے واسطے

(۱) معلوم ہے لوک $۳۳۸۱۹ = ۳۳۸۱۹۰۸$ اور لوک $۳۳۸۱۸ = ۳۳۸۱۸۷۲۵$ کی دریافت کرو

لوکارثم ۳۳۸۱۸۷۲۵ اور ۳۳۸۱۸۷۲۵ کی دریافت کرو

(۲) لوک $۳۳۸۰۹۲ = ۳۳۸۰۹۲۵۲۵$ اور لوک $۳۳۸۰۹۲ = ۳۳۸۰۹۲۵۲۵$ کی دریافت کرو

معلوم ہے لوک $۳۳۸۰۹۲ = ۳۳۸۰۹۲۵۲۵$ اور لوک $۳۳۸۰۹۲ = ۳۳۸۰۹۲۵۲۵$ کی دریافت کرو

(۲۰۸) ایک لوکارثم کا عدد جو جدول میں ٹیک ٹیک نہیں ملتا دریافت کرو

آخر مقدمہ جو ثابت کیا ہے اس کا بالکس ہے اس واسطے اسی اصول کو استعمال فرمائیے

امثلہ نمبری ۸۶ مشق کے واسطے

مثال وہ عدد دریافت کرو جسکی لوکارثم $۳۳۸۰۹۲ = ۳۳۸۰۹۲۵۲۵$ ہے

جدولوں میں اوس عدد کی تلاش کرو جسکا اشاریہ لوکارثمی معلوم ہے

لوکارثمی سے متصل ہوا اور کم تو یہ دریافت ہوگا کہ وہ لوک $۳۳۸۰۹۲ = ۳۳۸۰۹۲۵۲۵$ ہے

لوک $۳۳۸۰۹۲ = ۳۳۸۰۹۲۵۲۵$ اور لوک $۳۳۸۰۹۲ = ۳۳۸۰۹۲۵۲۵$

پس اگر م + لا عدد مطلوب ہو تو

لوک (م + لا) - لوک م = [لوک (م + ۱۰) - لوک م]

$$[50466462-50466490] \div 27 = 50466462-50466490$$

$$[50000118] \div 27 = 50000118$$

اسے معلوم ہوتا کہ لا = تقریباً
 :: بحر اعظم مطلوب ۳۶۹۶۳۸ ہے اور چونکہ اس کا عدد بیانی ۳۱ ہے اس لیے
 عدد مطلوب ۳۶۹۶۳۸ ہے

امثلہ نمبری ۸۶ مشق کے واسطے

(۱) وہ عدد دریافت کرو جسکی لوکار شم ۲۲ ۵۵۲۸۷ اور

$$\text{لوگ } ۳۵۷۱۷ = ۳۵۵۲۸۷۵۰ \text{ اور لوگ } ۳۵۷۱۷ = ۳۵۵۲۸۷۲۸ \text{ معلوم ہے}$$

(۲) لوگ ۷۸۵۶۷۸۵۷ = ۷۸۸۵۶۷۸۵۷ اور لوگ ۷۸۵۶۷۸۵۷

$$= ۷۸۸۵۶۷۸۳۵ \text{ کے معلوم ہے وہ عدد دریافت کرو جسکی لوکار شم } ۷۸۸۵۶۷۸۳۵$$

کیسبرج یونیورسٹی کے مختلف سوالات امتحان

۱

نوامبر ۱۸۵۷ء

(۱) لا - بی و لا + ۵ و (۱ - لا) - لا - (ب + ا) کو جمع کرو اور (۱ + ب) - ۳ (ج - د)

مین سے لا - ب - ۴ (ج - د) تفریق کرو

(۲) لا - لا + ۳ - ۵ + ۳ کو ۳ - لا + لا + ۱۱ یں ضرب دو اور لا کو ۳ - لا + لا

پر تقسیم کرنے سے جو خارج قسمت پیدا ہوتا ہے اسکی پانچویں رقم دریافت کرو

(۳) جو مقداریں موافق جبر تھا بلکہ حدود کے متناسب ہوتی ہوں انکو موافق حدود علم ہند کے متناسب ثابت کرو

(۴) ان مساواتوں کو حل کرو

$$(۱) ۳(۱ - لا) = \frac{۱ - لا}{۳} \quad ۳ = \frac{۱ - لا}{۳}$$

$$(ب) ۱ + لا + لا + لا + لا = ب$$

$$(ج) ۱۷ = ۵ + لا$$

$$لا = ۱۲$$

(۵) ایک نئی روپے بیرون کا سطح خرید کہ سات روپیہ کی پانچ سو پینس او نہیں جاتی رہیں اور
 گیارہ گیارہ پینس سولہ سولہ روپیہ کو بیچ لیں اور کل بیچ ۴ روپیہ کو مل لیا تھا اور اسے چوبیس روپے
 نفع پر کو اس طرح بیچ لیا تو تباؤ کتنی نہیں رہیں
 جنوری ۱۸۵۵ء

- (۱) مقدار جبریہ کی ضرب میں علامات کے قاعدہ کو ثابت کرو اور $۴ + ۵ + ۷ + ۸ = ۲۴$
 اور $۸ - ۷ + ۴ + ۵$ کو آپس میں ضرب دو
 (۲) اس جملہ کو مفرد بناؤ

$$\frac{۱ - ۲۴}{۱ - ۸} - \frac{۸ + ۵ + ۴ + ۷}{۱ + ۸ + ۵ + ۴}$$

کے

(۳) ثابت کرو $(۱ + ۵ + ۷ + ۴) : (۱ + ۸ + ۵ + ۴) = ۱ : ۲$ برابر $(۱ + ۵) : (۱ + ۷)$
 (۴) تناسب کی تعریف کرو اور اگر $۱ : ۲ :: ۵ : ۱۰$: د تو ثابت کرو کہ ۱۰ برابر ہے ۵ کے
 اور $۱ + ۵ : ۱ + ۱۰ :: ۲ : ۴$: د
 (۵) ان مساواتوں کو حل کرو

$$(۱) ۳۸ + ۳۸ = ۷۶$$

$$(۲) \frac{۱۲}{۳ + ۸} = \frac{۵}{۲ + ۸} + \frac{۴}{۱ + ۸}$$

(۶) زید اور کر جو اکٹھے بیٹھے اور یہ بات او نہیں قرار پائی کہ جو شخص ہمارے وہ جتنے دے گا
 انہی روپیہ کا آدھا اور ایک روپیہ زیادہ دے گا اول برابر روپیہ سے وہ کہلنے بیٹھے لیکن جب بیکر
 اول بازی ہارا اور دوسری جیتا تو اس پانس دو چند روپیہ زید سے ہو گیا تو تباؤ ہر ایک یا اول
 روپیہ کتنا تھا

جنوری ۱۸۵۵ء

(۱) $\frac{۱ - ۵}{۱ - ۸} - \frac{۵ - ۱}{۱ - ۸} = \frac{۱ - ۵}{۱ - ۸} = \frac{۱ - ۵}{۱ - ۸}$ مفرد بناؤ
 اور ثابت کرو کہ $۸ - ۷ + ۴ + ۵ = (۸ + ۴) - (۷ + ۵) = (۱۲ - ۱۲) = ۰$
 (۲) $۱ - ۲ - ۳ - ۴$ کو $\frac{۱ + ۵ + ۷ + ۴}{۱ + ۸ + ۵ + ۴}$ تقسیم کرو
 (۳) کب ایک مقدار کو کہتے ہیں کہ وہ ایسا بدلتی جیسے کہ دوسری مقدار

ایک تہائی اور تیس روز آدھا اوس کام کا کیا جو سوہنے کیا تھا اور سوہنے ایک چوتھائی سوہنے سے اپنا ستون پورا بنالیا اب اوکلی کاموں میں نسبت بتاؤ کہ کیا ہے

نوامبر ۱۸۵۵ء

(۱) ایک مقدار جبریہ کو دوسری مقدار جبریہ تقسیم کرینا قاعدہ بیان کرو اور ہر ایک مقدار متعدد رقیں میں اور اوس قاعدہ کے بموجب ۱ + ل - ۲ + ۳ + ۴ + ۵ کو ۱ + ل - ۲ پر تقسیم کرو اور ۱ - ۲ + ۳ - ۴ + ۵ - ۶ + ۷ - ۸ + ۹ - ۱۰ کو ۱ + ل - ۲ پر تقسیم کرو

(۲) ایک عدد جذر اور جذر الکعب کی تعریف کرو اور ۱۷۹۶۸۳۳۵۷۱۷ کا جذر دریافت کرو

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \text{ تو } \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

(۳) ان مساواتوں کو حل کرو

$$(1) \quad \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{3}{4} + \left[\frac{1}{(1-l)} - \frac{1}{(1-l)} \right] \frac{1}{5} = \frac{3}{4}$$

$$(2) \quad \begin{cases} \frac{11}{x} = \frac{9}{y} + \frac{5}{z} \\ \frac{5}{x} = \frac{1}{y} + \frac{3}{z} \end{cases}$$

$$(3) \quad 4 + 5 + 6 = 5 + 6$$

جنوری ۱۸۵۶ء

(۱) ۱ + ۲ + ۳ کو ۱ - ۲ + ۳ + ۴ پر تقسیم کرو

(۲) ان جملوں کو نہایت مختصر کرو

$$(ع + ق) - (ع - ق) \text{ اور } (۲ + ل)(۲ + ل) - (۳ + ل)(۱ + ل) = (۴ + ل)$$

(۳) ان مساواتوں کو حل کرو

$$(1) \quad \dots \left\{ \begin{aligned} 21 &= 5 \frac{3}{x} - 4 \frac{9}{y} \\ 5 \frac{5}{x} - 4 \frac{3}{y} &= 5 \frac{3}{x} + 4 \frac{9}{y} \end{aligned} \right.$$

$$(2) \quad \dots (۲ - ل)(۱ - ل) = (۲ - ل)(۳ - ل)$$

(۳) اگر $\frac{1}{a} = \frac{b}{c}$ ، تو ثابت کرو کہ $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$ اور $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$ ۔

(۴) ان مساواتوں کا حل کرو

$$\frac{11}{12} + \frac{2-11}{4} - \frac{2-11}{6} = \frac{1-11}{2} - \frac{1+11}{3} \quad (1)$$

$$r_{rr} = u_{rr} - \tilde{u}_{rr} \quad (4)$$

(۵) ایک مقام اسے فاصلہ ہریل فی گھنٹہ کی چال سے مقام ب کی طرف جوا میل
مقام اسے ہے چلا اور پہنچتی ہی پہرہ الٹا پہرہ اور اوس وقت مقام ب سے دوسرا فاصلہ ۱
کی طرف ۳ میل فی گھنٹہ کی چال سے چلا اور جس وقت پہنچتا اوس وقت الٹا پہرہ تو
مقام تبا و جہان یہ دونو مقاصد ایک دوسرے کے پاس ہو کر گزر نیگے

مارچ ۱۹۵۶ء کے سوالات
اونہ کے امیدواروں کے سوالات

(۱) جبر مقابلہ اور حساب کی جمع میں بتاؤ کہ کیا فرق اور تیز ہے

مجموع کرو ۱۶ آ - ۷ اب - ۸ ب + ۳ ج اور ۴ ب - ۱ ج + ۱ اب اور ۱ اب - ۸ آ + ۱ ج

(۲) ۲۰ اب۔ ۷ ب ج + ۱۶ ح۔ ۵ د کی قیمت حسب لا اور پ و ح و د برابر ۱۷۳ و

۴ وہ کے علیحدہ علیحدہ دریافت کرو

(۳)۔ ۱ اور ۱ کی ضرب کو ۱ مان کر

(۴) ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ = ۳۶ کو ۱۲ - ۱۲ + ۱۲ = ۱۲ ضرب دو اوشیات کرو کہ

ماحصل کو اس صورت میں لکھ سکتے ہیں (ا-ب) ح (ج-د-ه-و-ب)

(۵) قسمت جبریہ کے مراتب ابتدائی کو بیان کرو

اور (آ + ب) + (آ - آب - ب) کو آ + ب سے تصحیح کرو

(4) ثابت کرو کہ $\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n} = \frac{1}{n(n-1)}$ $\frac{1}{n(n-1)}$ کر صورت پر لے کر

وَأَبْدَانُ +

(۷) ان مساواتوں کو حل کرو

$$y_1 + \frac{1 - \mu \mu}{\delta} = \frac{q + \mu \delta}{\mu} - \frac{0 + \mu \mu}{\mu} \quad (7)$$

- (۳) $\frac{10}{3} + \frac{5}{2} = 2\frac{1}{6}$
- (۸) ایک کارخانہ میں $\frac{3}{11}$ حصہ کا زیادہ لگاتے ہیں اور $\frac{1}{8}$ کا $\frac{5}{8}$ حصہ ۵۰۰ روپیہ کی قیمت پر لگاتے ہیں۔
تو بتاؤ $\frac{1}{11}$ کے $\frac{1}{11}$ حصہ کی قیمت اوسکی کیا ہوگی
- (۹) زید بکر سے ۲۰ برس بڑے اور ۴ برس اجڑ زید بکر تناسل ہوا جائیگا تو بتاؤ زید اور بکر کی عمر علیحدہ علیحدہ کیا ہے
- (۱۰) زید ایک کام کو ۶ دن میں کر سکتا ہے لیکن بکر تناسل سے وہ اوس کام کو ۲ دن میں کر سکتا ہے تو بتاؤ بکر اکیلا اوس کام کو کتنے دنوں میں کرے گا
- (۱) اگر نسبت بکر غریب آدمی کے رقموں میں سے ہر ایک رقم پر ایک ہی مقدار کو زیادہ کریں تو وہ کم ہو جائیگی اور نسبت صغریٰ غیر مساوی کی ہر ایک رقم پر ایک مقدار زیادہ کیجائی تو وہ بڑھ جائیگی
- (۱۲) ۱ اور ۲ اور ۳ اور ۴ متناسب ہیں اور میں جو ربط ہوا اوسکو مساوات میں بیان کرو اور $\frac{1}{2}$ اور $\frac{1}{3}$ کے درمیان اوسط فی النسبت دریافت کرو
- (۱۳) ان مساواتوں کو حل کرو

(۱) $4x - 5y = 0$ (۲) $4x - 5y = 0$

(۳) $3x - (1 - 2x) = 5$

- (۱۴) ایک شخص نے ۲۴۲ روپیہ ۸ کو خریدے ۱۴ اونیں کو بکے گئے باقی بیویوں میں سے ہر ایک سے ۲ روپیہ نفع سے بیچ لے تو اوسکو ۲۵ روپیہ کا فائدہ ہوا تو بتاؤ کتنے بیچ لے تھے
- (۱۵) دو ظرف ۱ اور ۲ میں شراب اور پانی ملا ہوا ہے ایک ظرف میں ۲:۵ کی نسبت شراب اور دوسرے میں ۵:۹ کی تو بتاؤ کتنی کتنی بوتلیں ہر ایک ظرف میں سے نکالیں کہ شراب ۵ بوتل اور پانی ۱۲ بوتل اونیں سے نکالے

سوالات اور مشتمل متفرقہ

(۱) اگر $ص = ۱ + ب + ج$ تو ثابت کرو کہ $۲ج - (ب + ج - ا) = (ص - ب) (ص - ج)$

ثابت کرو کہ جملہ $ا ب + ب ح + ح ا - ا ب - ب ح - ح ا$ اور $ا ب + ب ح + ح ا$ اور $ا ب + ب ح + ح ا$ میں
ایک دو کی حاصل تفریق تقسیم ہو سکتا ہے

(۲) تناسب کی تعریف جبرید اور سندھید بیان کرو اور ثابت کرو کہ اگر موافق تعریف جبرید
کے مناسب ہوں گے تو وہ موافق تعریف سندھید کے بھی مناسب ہوں گے
۳۴ اور ۳۵ اور ۳۶ اور ۳۷ میں جو تہ نسبت میں داخل کرو

اگر $ا : ب :: ح : لا$ اور $د : ز :: لا : و$ تو $لا = \frac{ب}{ا} \times د$ اور $و = \frac{لا}{د} \times ز$
(۳) ان مساواتوں کو حل کرو

$$(۱) \sqrt{لا + ۲۱۸} = ۳ + \sqrt{لا}$$

$$(۲) \sqrt{\frac{لا}{ا} + \frac{ب}{ا} \times د} = \sqrt{\frac{لا}{ا} + \frac{ب}{ا} \times د}$$

شراب اور پانی ۲ : ۳ کی نسبت سے تین ہونے لگی تھی جب اونہیں ایک گیلن شراب ڈال دی تو
پانی اور شراب برابر ہو گئی تو بتاؤ اوس مرکب میں کتنے گیلن بنے

(۳) دو آدمی ہیں اونہیں سے ایک آدمی ہمیشہ گنٹہ روز ہفتہ میں کام کرتا ہے اور دوسرا
آدمی ہفتہ میں دو روز بالکل کام نہیں کرتا مگر دو دن ہفتہ میں تین گنٹہ کام کرتا ہے
اور دو دن بارہ بارہ گنٹہ تو بتاؤ اس طرح کام کرنے سے سال بہر میں پہلے آدمی کو
کتنے دنوں کے کام کا فائدہ رہیگا

۲

(۱) مفروضات

$$(۱) ۱ + ا - ب - [ا - (ب - ۱۳)] - \frac{۱۴}{۳} - \frac{۱۳ - \frac{۳}{۲}}{\frac{۱}{۲}}$$

$$(۲) \frac{لا}{ا + (۱۳)ا} + \frac{لا}{ا + (۱۳)ا} - \frac{لا}{ا - ۱۳}$$

$$(۳) \frac{۱ + لا}{ا + لا} \times \left(\frac{ا - ۱۳}{ا + لا} - \frac{ا + لا}{ا - ۱۳} \right) \frac{۱}{ا}$$

(۲) دو جریہ جملوں کے ذواضعاف اقل نکالنے کا قاعدہ اور تین جریہ جملوں کے ذواضعاف اقل نکالنے کا قاعدہ یا کچھ اور ذواضعاف اقل

۲ لکھ + (۲ - ۱) ب (لکھ - ۲) + ۳ ب اور ۲ لکھ - (۳ - ۲) ب (لکھ - ۳) + ۳ ب کا دریافت کرو

(۳) بتاؤ کہ کس طرح ان صورتوں میں تبدیل ہوتا ہے کہ ص = لٹ
اوص = لٹ اور ۲ ص = لٹ اور ۳ ص = لٹ اور ۱ لٹ اور ۱ مقدار معین اور متصل ہے
اگر ۱ اور ۲ اور ۳ اور ۴ متناسب ہوں تو ثابت کرو کہ

$$\frac{(۱ - ۲)(۲ - ۳)(۳ - ۴)}{(۱ - ۲)(۲ - ۳)(۳ - ۴)} = ۱$$

۳

(۱) ان مسائل اصولی کو قائم کرو کہ

$$(۱) ۱ - (۲ - ۳) = ۱ - ۲ + ۳$$

$$(۲) (۱ - ۲)(۲ - ۳) = (۱ - ۲) - ۲(۳ - ۴) + ۳(۴ - ۵)$$

$$(۳) ۱ + ۲ + ۳ = ۶$$

$$۱ + ۲ + ۳ + ۴ + ۵ + ۶ + ۷ + ۸ + ۹ + ۱۰ = ۵۵$$

اور ۱۲ لکھ - ۱۱ لکھ + ۱۰ لکھ کو انکی اصل اجزاء ضربی میں تقسیم کرو

(۲) ان مساواتوں کو حل کرو

$$(۱) \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۴} = \frac{۱}{۶}$$

$$(۲) \frac{۱}{۲} - \frac{۱}{۳} = \frac{۱}{۶}$$

$$(۳) \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۴}$$

$$\frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۴}$$

(۱۰) اگر ط ۶ ص جب میں مستقل ہو اور ۱۶ ص جب میں مستقل ہو تو جب میں

اگر اثر ثوب کا موقوف گولہ کے وزن پر اور چوڑے کی تعداد پر سو تو بتاؤ گئے
جہاز جنہیں سو تو ہیں ۴۸ پونڈ کی چڑھی ہوئی ہیں برابرہ اجہازوں کے سو تو گئے جنہیں ۱۲
تو ہیں چڑھی ہوئی ہیں اور اوٹین آدمی ۴۸ پونڈ کی اور آدمی ۶۴ پونڈ کی ہیں اور پہلی
جہاز کی تو یوں ہیں چھ گولے یعنی دیرین چلتے ہیں اوتنی دیرین گولہ در سے جہاز کی تو یوں چلتے ہیں
اگر ۱۵۹ ۱۴۱ ۳۵ رقبہ اوس دائرہ کا ہو جس کا نصف قطر ایک پاؤ
رقبہ دائرہ کا ایسا بدلتا ہو جیسا (نصف قطر) تو بتاؤ اوس آئینہ کے جلا کر اسی
جس کا نصف قطر ۲۶ انچ ہے بحال ۱۰ پائی فی مربع فٹ کے حساب سے کیا ہوگی

۵

ثابت کرو کہ

$$(۱) (۱ + ب + ح) (۱ - ب + ح) - (۱ - ب + ح) (۱ + ب + ح) = (۱ - ب + ح) (۱ - ب + ح) - (۱ + ب + ح) (۱ + ب + ح)$$

$$(۲) [(۱ - ب) + (ب - ح) + (ح - ۱)] = [(۱ - ب) + (ب - ح) + (ح - ۱)]$$

$$(۳) (۱ - ب + ح) (۱ + ب + ح) = (۱ - ب + ح) (۱ + ب + ح) اگر (۱ + ب) = (۱ - ب) + ح$$

$$(۴) ان مساواتوں کو حل کرو$$

$$(۱) ۱ - ب + ح + ۱ - ب + ح + ۱ - ب + ح = ۰$$

$$(۲) ۱ - ب + ح = ۱ - ب + ح$$

$$۱ - ب + ح = ۱ - ب + ح$$

$$(۳) ۱ - ب + ح = ۱ - ب + ح$$

وہ مساوات درج دوم کی کوئی ہے جس کی قیمت ۴ اور ۸ ہیں
(۱۵) اگر $\frac{۱ - ب + ح}{۱ - ب + ح}$ کی قیمت ایک ہی ہو خواہ لا اور کی قیمت کچھ ہی فرض کریں

$$\frac{۱ - ب + ح}{۱ - ب + ح} = \frac{۱ - ب + ح}{۱ - ب + ح}$$

۶

$$(۱) (۱ - ب + ح) (۱ - ب + ح) (۱ - ب + ح) (۱ - ب + ح) (۱ - ب + ح) (۱ - ب + ح)$$

اور (۲) کو مستنبط کرو

$$(۲) اگر لا اور ب قیمتیں مساوات لا + ح + ق = ۰ کی ہو تو ثابت کرو کہ$$

$$(۴) \quad ۳۵ - ۳۵ = ۲۱۴ + ۰$$

$$(۵) \quad ۳۵ + ۳۵ = ۳۹۸ = ۳۵ + ۳۵$$

۳۵ روپیہ کچھ آدمیوں میں تقسیم کئے گئے ہیں اگر ہر شخص کے حصہ میں ۵ روپیہ زیادہ آتے تو ہر ایک شخص میں اتنے روپے ہوتے جتنے کہ آدمی تھے

جو حل میں قیمت منفی نکلے تو اس کے موافق سوال بنا کر بناو

$$(۱) \quad \text{اگر } \frac{۱}{۱} = \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۳} = \text{وغیرہ}$$

$$\text{تو ثابت کرو کہ } \frac{۱}{۱} = \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۵} + \frac{۱}{۶} + \frac{۱}{۷} + \frac{۱}{۸} + \frac{۱}{۹} + \frac{۱}{۱۰} + \frac{۱}{۱۱} + \frac{۱}{۱۲} + \frac{۱}{۱۳} + \frac{۱}{۱۴} + \frac{۱}{۱۵} + \frac{۱}{۱۶} + \frac{۱}{۱۷} + \frac{۱}{۱۸} + \frac{۱}{۱۹} + \frac{۱}{۲۰}$$

$$\text{اور } \frac{۱}{۱} - \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۲} - \frac{۱}{۳} = \frac{۱}{۳} - \frac{۱}{۴} = \frac{۱}{۴} - \frac{۱}{۵} = \frac{۱}{۵} - \frac{۱}{۶} = \frac{۱}{۶} - \frac{۱}{۷} = \frac{۱}{۷} - \frac{۱}{۸} = \frac{۱}{۸} - \frac{۱}{۹} = \frac{۱}{۹} - \frac{۱}{۱۰} = \frac{۱}{۱۰} - \frac{۱}{۱۱} = \frac{۱}{۱۱} - \frac{۱}{۱۲} = \frac{۱}{۱۲} - \frac{۱}{۱۳} = \frac{۱}{۱۳} - \frac{۱}{۱۴} = \frac{۱}{۱۴} - \frac{۱}{۱۵} = \frac{۱}{۱۵} - \frac{۱}{۱۶} = \frac{۱}{۱۶} - \frac{۱}{۱۷} = \frac{۱}{۱۷} - \frac{۱}{۱۸} = \frac{۱}{۱۸} - \frac{۱}{۱۹} = \frac{۱}{۱۹} - \frac{۱}{۲۰}$$

اگر چار مقدار متناسب ہوں اور دوسری مقدار تیسری اور چوتھی میں وسط فی النسبت ہوگی
تیسری مقدار اول اور دوسری کے درمیان وسط فی النسبت ہوگی

۸

ان مساواتوں کو حل کرو

$$(۱) \quad ۳ = \frac{۳}{۱۰ - ۱۱} + \frac{۱۳ - ۱۱}{۶}$$

$$(۲) \quad \frac{۱ + ۱}{۲ + ۱} = \frac{۱ - ۱}{۲ - ۱}$$

$$(۳) \quad ۱ = \frac{۱۹ - ۱۷}{۲ - ۱۱} - \frac{۱۱ - ۱۹}{۱۱ - ۱۵}$$

$$(۴) \quad ۰ = ۲۰۱ - ۱۵ + ۱۱$$

$$۰ = ۲ - ۱۵ + ۱۱$$

$$(۵) \quad \text{اگر } ۱ : ۲ :: ۳ : ۴ :: ۵ : ۶ :: ۷ : ۸ :: ۹ : ۱۰ :: ۱۱ : ۱۲ :: ۱۳ : ۱۴ :: ۱۵ : ۱۶ :: ۱۷ : ۱۸ :: ۱۹ : ۲۰$$

$$\text{تو } (۱ + ۲ + ۳ + ۴ + ۵ + ۶ + ۷ + ۸ + ۹ + ۱۰ + ۱۱ + ۱۲ + ۱۳ + ۱۴ + ۱۵ + ۱۶ + ۱۷ + ۱۸ + ۱۹) = (۱ + ۲ + ۳ + ۴ + ۵ + ۶ + ۷ + ۸ + ۹ + ۱۰ + ۱۱ + ۱۲ + ۱۳ + ۱۴ + ۱۵ + ۱۶ + ۱۷ + ۱۸ + ۱۹)$$

۹

(۱) ثابت کرو کہ

$$\begin{aligned} & (۱ - ۲)(۲ - ۳)(۳ - ۴)(۴ - ۵)(۵ - ۶)(۶ - ۷)(۷ - ۸)(۸ - ۹)(۹ - ۱۰)(۱۰ - ۱۱)(۱۱ - ۱۲)(۱۲ - ۱۳)(۱۳ - ۱۴)(۱۴ - ۱۵)(۱۵ - ۱۶)(۱۶ - ۱۷)(۱۷ - ۱۸)(۱۸ - ۱۹)(۱۹ - ۲۰) \\ & = (۱ - ۲)(۲ - ۳)(۳ - ۴)(۴ - ۵)(۵ - ۶)(۶ - ۷)(۷ - ۸)(۸ - ۹)(۹ - ۱۰)(۱۰ - ۱۱)(۱۱ - ۱۲)(۱۲ - ۱۳)(۱۳ - ۱۴)(۱۴ - ۱۵)(۱۵ - ۱۶)(۱۶ - ۱۷)(۱۷ - ۱۸)(۱۸ - ۱۹)(۱۹ - ۲۰) \\ & = \frac{۱ - ۲ + ۲ - ۳ + ۳ - ۴ + ۴ - ۵ + ۵ - ۶ + ۶ - ۷ + ۷ - ۸ + ۸ - ۹ + ۹ - ۱۰ + ۱۰ - ۱۱ + ۱۱ - ۱۲ + ۱۲ - ۱۳ + ۱۳ - ۱۴ + ۱۴ - ۱۵ + ۱۵ - ۱۶ + ۱۶ - ۱۷ + ۱۷ - ۱۸ + ۱۸ - ۱۹ + ۱۹ - ۲۰}{۲} \end{aligned}$$

جنر دریافت کرو

$$12 - 12 \frac{1}{2} + 9 \frac{1}{2} + 14 \frac{1}{2} - 22 \frac{1}{2} + 14 \frac{1}{2} + 14 \frac{1}{2} \text{ ح } 14 \text{ ح } 14$$

(۳) اگر $\frac{12}{14} = \frac{12}{14}$ اور جب $\frac{12}{14} = \frac{12}{14}$ تو $\frac{12}{14} = \frac{12}{14}$ تولد اور کے درمیان

مساوات دریافت کرو

۱۰

(۱) حاصل ضرب متواتر ۱ + ب + ح + د اور ۱ + ب + ح - د اور

۱ - ب - ح + د اور ۱ - ب + ح - د کا اور نیز ۱ + ب + ح + د اور ۱ - ب - ح + د اور ۱ - ب + ح + د اور ۱ + ب + ح + د اور

۱ + ب + ح - د کا اور حاصل ضربوں کا حاصل جمع دریافت کرو

(۲) ذرا ضعات اقل ۵ لکھ - ۳ لکھ + ۹ لکھ - ۱ اور ۵ لکھ + ۷ لکھ - ۷ لکھ + ۱

اور ۵ لکھ - ۱ لکھ + ۱ لکھ + ۱ لکھ کا دریافت کرو

(۳) مساوات مخلوط کے حل کرنے کا قاعدہ ثابت کرو اور ان مساواتوں کو حل کرو

(۱) ۵ لکھ - [۸ لکھ - ۳ (۱۶ - ۱۶ - ۱۶ - ۵ لکھ)] = ۶

(۲) $10 \text{ لکھ} = 5 + 12$
 $30 \text{ لکھ} = 5 + 20$

(۳) $\frac{3 - 2}{1} = \frac{3 - 2}{1} - \frac{1}{1}$

(۴) $\frac{1 - 3}{1 - 2} - \frac{9 + 1}{3 - 2} = \frac{1 - 2}{3 + 2} - \frac{1 + 2}{3 - 2}$

(۵) $3 - 12 = 12 - 3$ اور $12 - 3 = 3 - 12$

تمام شد

جوابات الجبر ۱

جواب اشکله نمبری ۱ صفحہ ۷

$$(1) (1) 5N (2) 41 (3) 38 (4) 1 (5) 110 (6) 1380$$

$$(2) (1) 14 (2) 10 (3) \frac{5}{2} (4) 2 (5) 0 (6) \frac{19}{30}$$

$$(3) (1) \frac{1}{133N} (2) \frac{5}{13} (3) 4 (4) \frac{5}{13} (5) 2 (6) 0 (7) 1$$

$$(4) (1) 21 (2) \frac{46}{11} (3) 122N (4) 2 (5) 2 (6) \frac{1}{3}$$

جواب اشکله نمبری ۲ صفحہ ۹

$$(1) (1) 1184 (2) 4 (3) 11350 (4) 420 (5) 38 (6) 104N (7) 1$$

$$(3) (1) 1 (2) 38 (3) \frac{341}{552}$$

$$(4) 2 (5) \frac{216}{133N} (6) 8 (7) 380$$

جواب اشکله نمبری ۳ صفحہ ۱۱

$$(1) 24 (2) 114 (3) 1 (4) 2 (5) 30 (6) 210 (7) 14$$

$$(8) \frac{1}{2} (9) 0$$

جواب اشکله نمبری ۴ صفحہ ۱۳

اول

$$(1) 2 (2) 13 (3) 2 (4) 8 (5) 125 (6) 4$$

$$(3) 24 (4) 2 (5) \frac{1}{2} اور 2$$

$$(2) 12 (3) 2 (4) 15 (5) \frac{24}{13}$$

جواب اشکله نمبری ۵ صفحہ ۱۴

$$(2) 25 (3) 28 (4) 185 (5) 14 (6) 14$$

$$(4) 25 (5) 22 (6) 21$$

$$(8) 39 (9) 24 (10) 34 (11) 33 (12) 54 (13) 14 (14) 14 (15) 14 (16) 14 (17) 14 (18) 14 (19) 14 (20) 14$$

$$(۱۲) \frac{۳۳}{۳۳} ع ۳ - \frac{۳۳}{۳۳} م ق ۳ + \frac{۱۵}{۳۱} ل ۳ - \frac{۱۶}{۳۳} ع ۳$$

جواب امثله نمبری ۱۸

$$(۲) ۱۰ و ۱۱ + ۱۲ - ۱۳ و ۱۴ (۳) ۱۵ و ۱۶ + ۱۷$$

$$(۴) ۱۸ - ۱۹ و ۲۰ - ۲۱ و ۲۲ - ۲۳ و ۲۴ (۵) ۲۵ و ۲۶ + ۲۷ و ۲۸ + ۲۹ + ۳۰$$

$$(۶) ۳ (۱ + ۲ + ۳ + ۴) (۷) ۵ - ۶ و ۷ - ۸ و ۹ - ۱۰ + ۱۱ + ۱۲$$

$$(۸) ۲ و ۳ + ۴ (۹) ۱۵ و ۱۶ + ۱۷ - ۱۸ - ۱۹ + ۲۰ + ۲۱$$

$$(۱۱) ۴ - ۵ و ۶ - ۷ + ۸ و ۹ + ۱۰ و ۱۱$$

$$(۱۲) \frac{۴۰۳۹}{۱۳۰} و ۱ + \frac{۱۲۲}{۱۵} و ۲ - ۳ - \frac{۴۴۲}{۱۵} و ۴ + ۵ - \frac{۴۰۳۹}{۱۳۰}$$

جواب امثله نمبری ۲۰

$$(۱) ۱ - ۲ (۲) ۴ - ۵ و ۶ - ۷ (۳) ۸ و ۹ - ۱۰ و ۱۱ + ۱۲ - ۱۳ - ۱۴$$

$$(۴) ۱۱ و ۱۲ + ۱۳ و ۱۴ + ۱۵ - ۱۶ - ۱۷$$

$$(۹) ۱۳ و ۱۴ - ۱۵ و ۱۶ + ۱۷ - ۱۸ و ۱۹ + ۲۰ و ۲۱ + ۲۲ - ۲۳ و ۲۴ + ۲۵$$

$$۲۶ - ۲۷ + ۲۸ + ۲۹ + ۳۰ + ۳۱ + ۳۲$$

$$(۶) ۲ - ۳ و ۴ - ۵ - ۶ + ۷ + ۸ + ۹ + ۱۰ + ۱۱ + ۱۲ + ۱۳ + ۱۴ + ۱۵ + ۱۶ + ۱۷ + ۱۸ + ۱۹ + ۲۰ + ۲۱ + ۲۲ + ۲۳ + ۲۴ + ۲۵ + ۲۶ + ۲۷ + ۲۸ + ۲۹ + ۳۰ + ۳۱ + ۳۲$$

$$(۸) ۳ (۱) - ۲ (۲) - ۳ (۳) + ۴ (۴) - ۵ (۵) - ۶ (۶) - ۷ (۷) - ۸ (۸) - ۹ (۹) - ۱۰ (۱۰) - ۱۱ (۱۱) - ۱۲ (۱۲) - ۱۳ (۱۳) - ۱۴ (۱۴) - ۱۵ (۱۵) - ۱۶ (۱۶) - ۱۷ (۱۷) - ۱۸ (۱۸) - ۱۹ (۱۹) - ۲۰ (۲۰) - ۲۱ (۲۱) - ۲۲ (۲۲) - ۲۳ (۲۳) - ۲۴ (۲۴) - ۲۵ (۲۵) - ۲۶ (۲۶) - ۲۷ (۲۷) - ۲۸ (۲۸) - ۲۹ (۲۹) - ۳۰ (۳۰) - ۳۱ (۳۱) - ۳۲ (۳۲)$$

جواب امثله نمبری ۲۲

$$(۵) ۳۳ - ۳۴ و ۳۵ + ۳۶ (۶) ۳۷ و ۳۸ - ۳۹ - ۴۰ و ۴۱ + ۴۲$$

$$(۸) ۴۳ + ۴۴ + ۴۵ + ۴۶ - ۴۷ - ۴۸ - ۴۹ - ۵۰$$

$$(۹) ۵۱ و ۵۲ + ۵۳ و ۵۴ - ۵۵ و ۵۶ + ۵۷ - ۵۸ - ۵۹ - ۶۰$$

$$(۱۰) ۶۱ - ۶۲ و ۶۳ - ۶۴ و ۶۵ - ۶۶ + ۶۷ - ۶۸ - ۶۹ - ۷۰$$

$$(۱۱) ۷۱ + ۷۲ و ۷۳ - ۷۴ و ۷۵ - ۷۶ و ۷۷ + ۷۸ - ۷۹ و ۸۰ - ۸۱ و ۸۲ - ۸۳ و ۸۴ + ۸۵ - ۸۶ و ۸۷ - ۸۸ و ۸۹ - ۹۰$$

(۱۳) اولاد - رتبه + ۲ ب لاد - ۳ د (۱۴) اولاد + سه لاد + ب لاد + گه لاد + ح لاد - سن لاد - د لاد - رتبه

(۱۵) ۲۰۴۸ - ۳۷۶۸ + ۹۸۵۹ - ۵۰۱۸۳ + ۳۰۴۹(۱۶) ۱۹۱۸ - ۱۸۰۳ + ۳۰۴۹

$$f(r) = \frac{1}{r} - \frac{9}{r^2} - \frac{5}{r} - (r) \cdot \frac{5}{r} - \frac{1}{r} + 11r - 1 \quad (19)$$

جواب امثلہ نمبری ۹ صفحہ ۲۲

—

A

$S \quad (1) \qquad Y^N \quad (1) \quad S_{13-14} \quad (1)$

2-5- (r) 40-10 (r) 2+4+1 (r)

$$s + \frac{1}{2}r - \frac{1}{2}r \quad (3) \quad 59 + 54 - 54 \quad (3) \quad 53 + 53 - 53 \quad (3)$$

34-54-54-116 (N) 110-2 (N) 34-54-54-116 (N)

$$1 \quad (o) \quad z + \psi r + 1 \quad (o) \quad \zeta_r - \eta_{1r} \quad (o)$$

$$b + 13' (4) \quad 5 - 7 + b + 13' (4) \quad 10 - 5 - 5 (4)$$

$$f_1(z) = f_1 + f_2(z)$$

$$(1) \quad 1 - 2b + 2c + (1)2b + 2c + 1 = 2c + 2c + 1 = 4c + 1$$

اور - اور - اور $M - M^2(r) \cdot M + M \cdot (r)$

$\begin{matrix} 54+ \\ 12-15+ \end{matrix}$
 $2+3+4-1 (3)$

$$\frac{5}{2} - 5r \qquad 5r - 5r \text{ (س)}$$

$$5 + \frac{5}{p} - \frac{5r-2r}{100} = 100$$

(v) $-1 + i - 2 + i$

جواب امثلہ نمبری ۱۰ صفحہ ۲۸

(۱) (۱+۳ب) - (۳ج-۴د) - (۵ر-۶س) - (۷گه-۸هه)

$$(2) (1 + 2x - 3x^2 + 4x^3 - 5x^4 + \dots) - (1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4 + \dots)$$

$$(21+31) = 52 \quad (1)$$

$$(21-23) = -2 \quad (2)$$

$$(21-23) = -2 \quad (3)$$

(۴) و ۲ ب - (سج - ۴ د + ۵ ر - ۶ س + ۷ گ - ۸ هـ)
 (۵) و ۲ ب - [سج - { (۴ د - ۵ ر) + (۶ س - ۷ گ + ۸ هـ) }]

جواب امثله ۱۱ و صفحه ۳۱

- (۱) ۴۸ راجح و - ۲۰ ل و ۹ ل و ۵ ل و - ۳۵ ل و ۳ (۲) ۳ ل و ۲ ل و ۱ ل و ۱۹ راجح و ۱۱۹ راجح
 (۳) ۵۲ ل و ۴ ل و ۳ ل و ۲ ل و ۱ ل و ۸ ل و ۷ ل و ۶ ل و ۵ ل و ۴ ل و ۳ ل و ۲ ل و ۱ ل و
 (۴) - ۳۰ ل و ۲۰ ل و ۱۰ ل و ۵ ل و ۲ ل و ۱ ل و ۱۰ ل و ۵ ل و ۲ ل و ۱ ل و ۱۰ ل و ۵ ل و ۲ ل و ۱ ل و
 (۵) ۲۱ ل و ۱۰ ل و ۴ ل و ۱ ل و ۱۲ ل و ۲ ل و ۱۲ ل و ۱ ل و ۹ ل و ۵ ل و ۴ ل و ۳ ل و ۲ ل و ۱ ل و
 (۶) ۱۴ ل و ۱۲ ل و ۱۱ ل و ۱۰ ل و ۹ ل و ۸ ل و ۷ ل و ۶ ل و ۵ ل و ۴ ل و ۳ ل و ۲ ل و ۱ ل و
 (۷) ۱۲ ل و ۱۱ ل و ۱۰ ل و ۹ ل و ۸ ل و ۷ ل و ۶ ل و ۵ ل و ۴ ل و ۳ ل و ۲ ل و ۱ ل و
 (۸) ۱۰ ل و ۹ ل و ۸ ل و ۷ ل و ۶ ل و ۵ ل و ۴ ل و ۳ ل و ۲ ل و ۱ ل و ۱۰ ل و ۹ ل و ۸ ل و ۷ ل و ۶ ل و ۵ ل و ۴ ل و ۳ ل و ۲ ل و ۱ ل و

جواب امثله نمبری ۱۱ و صفحه ۳۳

- (۱) ۱۳ ل و ۱۲ ل و ۱۱ ل و ۱۰ ل و ۹ ل و ۸ ل و ۷ ل و ۶ ل و ۵ ل و ۴ ل و ۳ ل و ۲ ل و ۱ ل و
 (۲) ۱۴ راجح و ۱۰ ل و ۹ ل و ۸ ل و ۷ ل و ۶ ل و ۵ ل و ۴ ل و ۳ ل و ۲ ل و ۱ ل و ۱۲ راجح و ۱۰ ل و ۹ ل و ۸ ل و ۷ ل و ۶ ل و ۵ ل و ۴ ل و ۳ ل و ۲ ل و ۱ ل و
 (۳) ۱۲ ل و ۱۱ ل و ۱۰ ل و ۹ ل و ۸ ل و ۷ ل و ۶ ل و ۵ ل و ۴ ل و ۳ ل و ۲ ل و ۱ ل و ۱۲ ل و ۱۱ ل و ۱۰ ل و ۹ ل و ۸ ل و ۷ ل و ۶ ل و ۵ ل و ۴ ل و ۳ ل و ۲ ل و ۱ ل و
 (۴) ۱۲ ل و ۱۱ ل و ۱۰ ل و ۹ ل و ۸ ل و ۷ ل و ۶ ل و ۵ ل و ۴ ل و ۳ ل و ۲ ل و ۱ ل و ۱۲ ل و ۱۱ ل و ۱۰ ل و ۹ ل و ۸ ل و ۷ ل و ۶ ل و ۵ ل و ۴ ل و ۳ ل و ۲ ل و ۱ ل و
 (۵) ۱۲ ل و ۱۱ ل و ۱۰ ل و ۹ ل و ۸ ل و ۷ ل و ۶ ل و ۵ ل و ۴ ل و ۳ ل و ۲ ل و ۱ ل و ۱۲ ل و ۱۱ ل و ۱۰ ل و ۹ ل و ۸ ل و ۷ ل و ۶ ل و ۵ ل و ۴ ل و ۳ ل و ۲ ل و ۱ ل و
 (۶) ۱۲ ل و ۱۱ ل و ۱۰ ل و ۹ ل و ۸ ل و ۷ ل و ۶ ل و ۵ ل و ۴ ل و ۳ ل و ۲ ل و ۱ ل و ۱۲ ل و ۱۱ ل و ۱۰ ل و ۹ ل و ۸ ل و ۷ ل و ۶ ل و ۵ ل و ۴ ل و ۳ ل و ۲ ل و ۱ ل و
 (۷) ۱۲ ل و ۱۱ ل و ۱۰ ل و ۹ ل و ۸ ل و ۷ ل و ۶ ل و ۵ ل و ۴ ل و ۳ ل و ۲ ل و ۱ ل و ۱۲ ل و ۱۱ ل و ۱۰ ل و ۹ ل و ۸ ل و ۷ ل و ۶ ل و ۵ ل و ۴ ل و ۳ ل و ۲ ل و ۱ ل و
 (۸) ۱۲ ل و ۱۱ ل و ۱۰ ل و ۹ ل و ۸ ل و ۷ ل و ۶ ل و ۵ ل و ۴ ل و ۳ ل و ۲ ل و ۱ ل و ۱۲ ل و ۱۱ ل و ۱۰ ل و ۹ ل و ۸ ل و ۷ ل و ۶ ل و ۵ ل و ۴ ل و ۳ ل و ۲ ل و ۱ ل و
 (۹) ۱۲ ل و ۱۱ ل و ۱۰ ل و ۹ ل و ۸ ل و ۷ ل و ۶ ل و ۵ ل و ۴ ل و ۳ ل و ۲ ل و ۱ ل و ۱۲ ل و ۱۱ ل و ۱۰ ل و ۹ ل و ۸ ل و ۷ ل و ۶ ل و ۵ ل و ۴ ل و ۳ ل و ۲ ل و ۱ ل و
 (۱۰) ۱۲ ل و ۱۱ ل و ۱۰ ل و ۹ ل و ۸ ل و ۷ ل و ۶ ل و ۵ ل و ۴ ل و ۳ ل و ۲ ل و ۱ ل و ۱۲ ل و ۱۱ ل و ۱۰ ل و ۹ ل و ۸ ل و ۷ ل و ۶ ل و ۵ ل و ۴ ل و ۳ ل و ۲ ل و ۱ ل و

$$29 - 211 - 54 - 125 - 29 + 214 + 9(0)$$
$$A \frac{1}{14} + \frac{9}{10} \frac{1}{x} + \frac{5}{10} \frac{1}{y} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \quad (4)$$

امثلہ نمبری ۱۲ د صفحہ ۲۲

$$50 - 10 + 10 + 44 + 11 = 105, 11 + 10 + 44 + 50 = 115 \quad (1)$$
[illegible]

(۳) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{x+y} + \frac{1}{xy}$

(۴) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13} + \frac{1}{14} + \frac{1}{15} + \frac{1}{16} + \frac{1}{17} + \frac{1}{18} + \frac{1}{19} + \frac{1}{20}$

(۵) $7-6$ و $(1+2)$ - $(3+4)$ و $5-4$ - $3-2$ - $1-0$ و $0+1+2+3+4+5$

جواب امثلہ نمبری ۱۳ صفحہ ۲۶

$$(1) \text{ لکھو } (1) (2) (3) (4) (5) (6) (7) (8) (9) (10) (11) (12) (13) (14) (15) (16) (17) (18) (19) (20) (21) (22) (23) (24) (25) (26) (27) (28) (29) (30) (31) (32) (33) (34) (35) (36) (37) (38) (39) (40) (41) (42) (43) (44) (45) (46) (47) (48) (49) (50) (51) (52) (53) (54) (55) (56) (57) (58) (59) (60) (61) (62) (63) (64) (65) (66) (67) (68) (69) (70) (71) (72) (73) (74) (75) (76) (77) (78) (79) (80) (81) (82) (83) (84) (85) (86) (87) (88) (89) (90) (91) (92) (93) (94) (95) (96) (97) (98) (99) (100) (101) (102) (103) (104) (105) (106) (107) (108) (109) (110) (111) (112) (113) (114) (115) (116) (117) (118) (119) (120) (121) (122) (123) (124) (125) (126) (127) (128) (129) (130) (131) (132) (133) (134) (135) (136) (137) (138) (139) (140) (141) (142) (143) (144) (145) (146) (147) (148) (149) (150) (151) (152) (153) (154) (155) (156) (157) (158) (159) (160) (161) (162) (163) (164) (165) (166) (167) (168) (169) (170) (171) (172) (173) (174) (175) (176) (177) (178) (179) (180) (181) (182) (183) (184) (185) (186) (187) (188) (189) (190) (191) (192) (193) (194) (195) (196) (197) (198) (199) (200) (201) (202) (203) (204) (205) (206) (207) (208) (209) (210) (211) (212) (213) (214) (215) (216) (217) (218) (219) (220) (221) (222) (223) (224) (225) (226) (227) (228) (229) (230) (231) (232) (233) (234) (235) (236) (237) (238) (239) (240) (241) (242) (243) (244) (245) (246) (247) (248) (249) (250) (251) (252) (253) (254) (255) (256) (257) (258) (259) (260) (261) (262) (263) (264) (265) (266) (267) (268) (269) (270) (271) (272) (273) (274) (275) (276) (277) (278) (279) (280) (281) (282) (283) (284) (285) (286) (287) (288) (289) (290) (291) (292) (293) (294) (295) (296) (297) (298) (299) (300) (301) (302) (303) (304) (305) (306) (307) (308) (309) (310) (311) (312) (313) (314) (315) (316) (317) (318) (319) (320) (321) (322) (323) (324) (325) (326) (327) (328) (329) (330) (331) (332) (333) (334) (335) (336) (337) (338) (339) (340) (341) (342) (343) (344) (345) (346) (347) (348) (349) (350) (351) (352) (353) (354) (355) (356) (357) (358) (359) (360) (361) (362) (363) (364) (365) (366) (367) (368) (369) (370) (371) (372) (373) (374) (375) (376) (377) (378) (379) (380) (381) (382) (383) (384) (385) (386) (387) (388) (389) (390) (391) (392) (393) (394) (395) (396) (397) (398) (399) (400) (401) (402) (403) (404) (405) (406) (407) (408) (409) (410) (411) (412) (413) (414) (415) (416) (417) (418) (419) (420) (421) (422) (423) (424) (425) (426) (427) (428) (429) (430) (431) (432) (433) (434) (435) (436) (437) (438) (439) (440) (441) (442) (443) (444) (445) (446) (447) (448) (449) (450) (451) (452) (453) (454) (455) (456) (457) (458) (459) (460) (461) (462) (463) (464) (465) (466) (467) (468) (469) (470) (471) (472) (473) (474) (475) (476) (477) (478) (479) (480) (481) (482) (483) (484) (485) (486) (487) (488) (489) (490) (491) (492) (493) (494) (495) (496) (497) (498) (499) (500) (501) (502) (503) (504) (505) (506) (507) (508) (509) (510) (511) (512) (513) (514) (515) (516) (517) (518) (519) (520) (521) (522) (523) (524) (525) (526) (527) (528) (529) (530) (531) (532) (533) (534) (535) (536) (537) (538) (539) (540) (541) (542) (543) (544) (545) (546) (547) (548) (549) (550) (551) (552) (553) (554) (555) (556) (557) (558) (559) (560) (561) (562) (563) (564) (565) (566) (567) (568) (569) (570) (571) (572) (573) (574) (575) (576) (577) (578) (579) (580) (581) (582) (583) (584) (585) (586) (587) (588) (589) (590) (591) (592) (593) (594) (595) (596) (597) (598) (599) (600) (601) (602) (603) (604) (605) (606) (607) (608) (609) (610) (611) (612) (613) (614) (615) (616) (617) (618) (619) (620) (621) (622) (623) (624) (625) (626) (627) (628) (629) (630) (631) (632) (633) (634) (635) (636) (637) (638) (639) (640) (641) (642) (643) (644) (645) (646) (647) (648) (649) (650) (651) (652) (653) (654) (655) (656) (657) (658) (659) (660) (661) (662) (663) (664) (665) (666) (667) (668) (669) (670) (671) (672) (673) (674) (675) (676) (677) (678) (679) (680) (681) (682) (683) (684) (685) (686) (687) (688) (689) (690) (691) (692) (693) (694) (695) (696) (697) (698) (699) (700) (701) (702) (703) (704) (705) (706) (707) (708) (709) (710) (711) (712) (713) (714) (715) (716) (717) (718) (719) (720) (721) (722) (723) (724) (725) (726) (727) (728) (729) (730) (731) (732) (733) (734) (735) (736) (737) (738) (739) (740) (741) (742) (743) (744) (745) (746) (747) (748) (749) (750) (751) (752) (753) (754) (755) (756) (757) (758) (759) (760) (761) (762) (763) (764) (765) (766) (767) (768) (769) (770) (771) (772) (773) (774) (775) (776) (777) (778) (779) (780) (781) (782) (783) (784) (785) (786) (787) (788) (789) (790) (791) (792) (793) (794) (795) (796) (797) (798) (799) (800) (801) (802) (803) (804) (805) (806) (807) (808) (809) (810) (811) (812) (813) (814) (815) (816) (817) (818) (819) (820) (821) (822) (823) (824) (825) (826) (827) (828) (829) (830) (831) (832) (833) (834) (835) (836) (837) (83$$
$$(5 - \sqrt{5})r(r+1)(2r+1 + \sqrt{5})r(4)r + 101 + 100(4) \sqrt{5} + 1 \leq (5)$$

(9) $\frac{1}{12}$ اور (10) $\frac{1}{12}$ (11) $\frac{1}{12}$ (12) $\frac{1}{12}$

$$(12) \quad r(5r + 4r + 3r + 2r + r) = (13) \quad r(5r + 4r + 3r + 2r + r) = (14) \quad r(5r + 4r + 3r + 2r + r) =$$
$$(13) \quad (x^2 + y^2 + z^2) \quad (14) \quad (x^2 + y^2 + z^2) \quad (15) \quad (x^2 + y^2 + z^2) \quad (16) \quad (x^2 + y^2 + z^2)$$

(۱۷) $3r + 5a + 7b$ (۱۸) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{5}$ اور ۲۳۱

(۲۰) $1/n + p - 1$ باب (۲۱) $MA(5+5)$ اور $MA(22)$ (۲۲-۲۱)

$$1 - 12 + 5(12 - 12 + 12) + 5 \cdot 12 - (24) \cdot (23)$$
$$104 - 114 - 514 + 515 (50)$$

جواب امثلہ ۱۴ صفحہ ۵

(۱) سب د - سب د ساو و (۲) ر-^س_د و^س_د و^ف_د و^ج_د

(۳) ه لکب - لا وهب - $h^m + a$ (۴) - لا ی + لا - لا ی + لا ی

$$\begin{aligned}
 & (2) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y} \right) (3) (x-1)(y-1) \text{ و } (1-\frac{1}{xy}) \\
 & (4) (x+1)(y+1)(x+y) \text{ و } (x+y-1)(x+y+1) \\
 & (5) \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y} \right) \text{ و } (1+x^2)(1+y^2) \\
 & (6) (x-1)(y-1) \text{ و } (x+y-1)(x+y+1) \\
 & (7) (x+1)(y+1)(x+y) \text{ و } (x+y-1)(x+y+1) \\
 & (8) (x-1)(y-1)(x+y) \text{ و } (x+y-1)(x+y+1) \\
 & (9) (x-1)(y-1)(x+y) \text{ و } (x+y-1)(x+y+1) \\
 & (10) (x-1)(y-1)(x+y) \text{ و } (x+y-1)(x+y+1) \\
 & (11) (x+1)(y+1)(x+y) \text{ و } (x+y-1)(x+y+1) \\
 & (12) (x+1)(y+1)(x+y) \text{ و } (x+y-1)(x+y+1) \\
 & (13) (x+1)(y+1)(x+y) \text{ و } (x+y-1)(x+y+1) \\
 & (14) (x+1)(y+1)(x+y) \text{ و } (x+y-1)(x+y+1) \\
 & (15) (x+1)(y+1)(x+y) \text{ و } (x+y-1)(x+y+1) \\
 & (16) (x+1)(y+1)(x+y) \text{ و } (x+y-1)(x+y+1) \\
 & (17) (x+1)(y+1)(x+y) \text{ و } (x+y-1)(x+y+1) \\
 & (18) (x+1)(y+1)(x+y) \text{ و } (x+y-1)(x+y+1) \\
 & (19) (x+1)(y+1)(x+y) \text{ و } (x+y-1)(x+y+1) \\
 & (20) (x+1)(y+1)(x+y) \text{ و } (x+y-1)(x+y+1)
 \end{aligned}$$

جواب امثله نمبری ۹ صفحه ۴۴

$$\begin{aligned}
 (1) & \quad (1) \quad (2) \quad (3) \quad (4) \quad (5) \quad (6) \quad (7) \quad (8) \quad (9) \quad (10) \\
 (2) & \quad (1) \quad (2) \quad (3) \quad (4) \quad (5) \quad (6) \quad (7) \quad (8) \quad (9) \quad (10) \\
 (3) & \quad (1) \quad (2) \quad (3) \quad (4) \quad (5) \quad (6) \quad (7) \quad (8) \quad (9) \quad (10) \\
 (4) & \quad (1) \quad (2) \quad (3) \quad (4) \quad (5) \quad (6) \quad (7) \quad (8) \quad (9) \quad (10)
 \end{aligned}$$

جواب امثله نمبری ۱۴ اب ۶۷

$$\frac{1}{9} + \frac{1}{3} + \frac{1}{9}, \quad \frac{1}{9} + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} = 1 \quad (3)$$

$$d, \frac{1}{2}r - d, \frac{1}{2}r + d, b + d, 9, 9, 11r - 5r - 14 + 1 \quad (r)$$

$$55 \text{ 5 } 4 \text{ r} + 55 \text{ 5 } 14. - 55 \text{ 5 } 14 \text{ r} + 55 \text{ 5 } 14. - 55 \text{ 5 } 14 \text{ r} (0)$$

(۶) ۱ + ۲ + ۳ + ۴ + ۵ + ۶ + ۷ + ۸ + ۹ + ۱۰ + ۱۱ + ۱۲ + ۱۳ + ۱۴ + ۱۵ + ۱۶ + ۱۷ + ۱۸ + ۱۹ + ۲۰ + ۲۱ + ۲۲ + ۲۳ + ۲۴ + ۲۵ + ۲۶ + ۲۷ + ۲۸ + ۲۹ + ۳۰ + ۳۱ + ۳۲ + ۳۳ + ۳۴ + ۳۵ + ۳۶ + ۳۷ + ۳۸ + ۳۹ + ۴۰ + ۴۱ + ۴۲ + ۴۳ + ۴۴ + ۴۵ + ۴۶ + ۴۷ + ۴۸ + ۴۹ + ۵۰ + ۵۱ + ۵۲ + ۵۳ + ۵۴ + ۵۵ + ۵۶ + ۵۷ + ۵۸ + ۵۹ + ۶۰ + ۶۱ + ۶۲ + ۶۳ + ۶۴ + ۶۵ + ۶۶ + ۶۷ + ۶۸ + ۶۹ + ۷۰ + ۷۱ + ۷۲ + ۷۳ + ۷۴ + ۷۵ + ۷۶ + ۷۷ + ۷۸ + ۷۹ + ۸۰ + ۸۱ + ۸۲ + ۸۳ + ۸۴ + ۸۵ + ۸۶ + ۸۷ + ۸۸ + ۸۹ + ۹۰ + ۹۱ + ۹۲ + ۹۳ + ۹۴ + ۹۵ + ۹۶ + ۹۷ + ۹۸ + ۹۹ + ۱۰۰ + ۱۰۱ + ۱۰۲ + ۱۰۳ + ۱۰۴ + ۱۰۵ + ۱۰۶ + ۱۰۷ + ۱۰۸ + ۱۰۹ + ۱۱۰ + ۱۱۱ + ۱۱۲ + ۱۱۳ + ۱۱۴ + ۱۱۵ + ۱۱۶ + ۱۱۷ + ۱۱۸ + ۱۱۹ + ۱۲۰ + ۱۲۱ + ۱۲۲ + ۱۲۳ + ۱۲۴ + ۱۲۵ + ۱۲۶ + ۱۲۷ + ۱۲۸ + ۱۲۹ + ۱۳۰ + ۱۳۱ + ۱۳۲ + ۱۳۳ + ۱۳۴ + ۱۳۵ + ۱۳۶ + ۱۳۷ + ۱۳۸ + ۱۳۹ + ۱۴۰ + ۱۴۱ + ۱۴۲ + ۱۴۳ + ۱۴۴ + ۱۴۵ + ۱۴۶ + ۱۴۷ + ۱۴۸ + ۱۴۹ + ۱۵۰ + ۱۵۱ + ۱۵۲ + ۱۵۳ + ۱۵۴ + ۱۵۵ + ۱۵۶ + ۱۵۷ + ۱۵۸ + ۱۵۹ + ۱۶۰ + ۱۶۱ + ۱۶۲ + ۱۶۳ + ۱۶۴ + ۱۶۵ + ۱۶۶ + ۱۶۷ + ۱۶۸ + ۱۶۹ + ۱۷۰ + ۱۷۱ + ۱۷۲ + ۱۷۳ + ۱۷۴ + ۱۷۵ + ۱۷۶ + ۱۷۷ + ۱۷۸ + ۱۷۹ + ۱۸۰ + ۱۸۱ + ۱۸۲ + ۱۸۳ + ۱۸۴ + ۱۸۵ + ۱۸۶ + ۱۸۷ + ۱۸۸ + ۱۸۹ + ۱۹۰ + ۱۹۱ + ۱۹۲ + ۱۹۳ + ۱۹۴ + ۱۹۵ + ۱۹۶ + ۱۹۷ + ۱۹۸ + ۱۹۹ + ۲۰۰ + ۲۰۱ + ۲۰۲ + ۲۰۳ + ۲۰۴ + ۲۰۵ + ۲۰۶ + ۲۰۷ + ۲۰۸ + ۲۰۹ + ۲۱۰ + ۲۱۱ + ۲۱۲ + ۲۱۳ + ۲۱۴ + ۲۱۵ + ۲۱۶ + ۲۱۷ + ۲۱۸ + ۲۱۹ + ۲۲۰ + ۲۲۱ + ۲۲۲ + ۲۲۳ + ۲۲۴ + ۲۲۵ + ۲۲۶ + ۲۲۷ + ۲۲۸ + ۲۲۹ + ۲۳۰ + ۲۳۱ + ۲۳۲ + ۲۳۳ + ۲۳۴ + ۲۳۵ + ۲۳۶ + ۲۳۷ + ۲۳۸ + ۲۳۹ + ۲۴۰ + ۲۴۱ + ۲۴۲ + ۲۴۳ + ۲۴۴ + ۲۴۵ + ۲۴۶ + ۲۴۷ + ۲۴۸ + ۲۴۹ + ۲۵۰ + ۲۵۱ + ۲۵۲ + ۲۵۳ + ۲۵۴ + ۲۵۵ + ۲۵۶ + ۲۵۷ + ۲۵۸ + ۲۵۹ + ۲۶۰ + ۲۶۱ + ۲۶۲ + ۲۶۳ + ۲۶۴ + ۲۶۵ + ۲۶۶ + ۲۶۷ + ۲۶۸ + ۲۶۹ + ۲۷۰ + ۲۷۱ + ۲۷۲ + ۲۷۳ + ۲۷۴ + ۲۷۵ + ۲۷۶ + ۲۷۷ + ۲۷۸ + ۲۷۹ + ۲۸۰ + ۲۸۱ + ۲۸۲ + ۲۸۳ + ۲۸۴ + ۲۸۵ + ۲۸۶ + ۲۸۷ + ۲۸۸ + ۲۸۹ + ۲۹۰ + ۲۹۱ + ۲۹۲ + ۲۹۳ + ۲۹۴ + ۲۹۵ + ۲۹۶ + ۲۹۷ + ۲۹۸ + ۲۹۹ + ۳۰۰ + ۳۰۱ + ۳۰۲ + ۳۰۳ + ۳۰۴ + ۳۰۵ + ۳۰۶ + ۳۰۷ + ۳۰۸ + ۳۰۹ + ۳۱۰ + ۳۱۱ + ۳۱۲ + ۳۱۳ + ۳۱۴ + ۳۱۵ + ۳۱۶ + ۳۱۷ + ۳۱۸ + ۳۱۹ + ۳۲۰ + ۳۲۱ + ۳۲۲ + ۳۲۳ + ۳۲۴ + ۳۲۵ + ۳۲۶ + ۳۲۷ + ۳۲۸ + ۳۲۹ + ۳۳۰ + ۳۳۱ + ۳۳۲ + ۳۳۳ + ۳۳۴ + ۳۳۵ + ۳۳۶ + ۳۳۷ + ۳۳۸ + ۳۳۹ + ۳۴۰ + ۳۴۱ + ۳۴۲ + ۳۴۳ + ۳۴۴ + ۳۴۵ + ۳۴۶ + ۳۴۷ + ۳۴۸ + ۳۴۹ + ۳۵۰ + ۳۵۱ + ۳۵۲ + ۳۵۳ + ۳۵۴ + ۳۵۵ + ۳۵۶ + ۳۵۷ + ۳۵۸ + ۳۵۹ + ۳۶۰ + ۳۶۱ + ۳۶۲ + ۳۶۳ + ۳۶۴ + ۳۶۵ + ۳۶۶ + ۳۶۷ + ۳۶۸ + ۳۶۹ + ۳۷۰ + ۳۷۱ + ۳۷۲ + ۳۷۳ + ۳۷۴ + ۳۷۵ + ۳۷۶ + ۳۷۷ + ۳۷۸ + ۳۷۹ + ۳۸۰ + ۳۸۱ + ۳۸۲ + ۳۸۳ + ۳۸۴ + ۳۸۵ + ۳۸۶ + ۳۸۷ + ۳۸۸ + ۳۸۹ + ۳۹۰ + ۳۹۱ + ۳۹۲ + ۳۹۳ + ۳۹۴ + ۳۹۵ + ۳۹۶ + ۳۹۷ + ۳۹۸ + ۳۹۹ + ۴۰۰ + ۴۰۱ + ۴۰۲ + ۴۰۳ + ۴۰۴ + ۴۰۵ + ۴۰۶ + ۴۰۷ + ۴۰۸ + ۴۰۹ + ۴۱۰ + ۴۱۱ + ۴۱۲ + ۴۱۳ + ۴۱۴ + ۴۱۵ + ۴۱۶ + ۴۱۷ + ۴۱۸ + ۴۱۹ + ۴۲۰ + ۴۲۱ + ۴۲۲ + ۴۲۳ + ۴۲۴ + ۴۲۵ + ۴۲۶ + ۴۲۷ + ۴۲۸ + ۴۲۹ + ۴۳۰ + ۴۳۱ + ۴۳۲ + ۴۳۳ + ۴۳۴ + ۴۳۵ + ۴۳۶ + ۴۳۷ + ۴۳۸ + ۴۳۹ + ۴۴۰ + ۴۴۱ + ۴۴۲ + ۴۴۳ + ۴۴۴ + ۴۴۵ + ۴۴۶ + ۴۴۷ + ۴۴۸ + ۴۴۹ + ۴۵۰ + ۴۵۱ + ۴۵۲ + ۴۵۳ + ۴۵۴ + ۴۵۵ + ۴۵۶ + ۴۵۷ + ۴۵۸ + ۴۵۹ + ۴۶۰ + ۴۶۱ + ۴۶۲ + ۴۶۳ + ۴۶۴ + ۴۶۵ + ۴۶۶ + ۴۶۷ + ۴۶۸ + ۴۶۹ + ۴۷۰ + ۴۷۱ + ۴۷۲ + ۴۷۳ + ۴۷۴ + ۴۷۵ + ۴۷۶ + ۴۷۷ + ۴۷۸ + ۴۷۹ + ۴۸۰ + ۴۸۱ + ۴۸۲ + ۴۸۳ + ۴۸۴ + ۴۸۵ + ۴۸۶ + ۴۸۷ + ۴۸۸ + ۴۸۹ + ۴۹۰ + ۴۹۱ + ۴۹۲ + ۴۹۳ + ۴۹۴ + ۴۹۵ + ۴۹۶ + ۴۹۷ + ۴۹۸ + ۴۹۹ + ۵۰۰ + ۵۰۱ + ۵۰۲ + ۵۰۳ + ۵۰۴ + ۵۰۵ + ۵۰۶ + ۵۰۷ + ۵۰۸ + ۵۰۹ + ۵۱۰ + ۵۱۱ + ۵۱۲ + ۵۱۳ + ۵۱۴ + ۵۱۵ + ۵۱۶ + ۵۱۷ + ۵۱۸ + ۵۱۹ + ۵۲۰ + ۵۲۱ + ۵۲۲ + ۵۲۳ + ۵۲۴ + ۵۲۵ + ۵۲۶ + ۵۲۷ + ۵۲۸ + ۵۲۹ + ۵۳۰ + ۵۳۱ + ۵۳۲ + ۵۳۳ + ۵۳۴ + ۵۳۵ + ۵۳۶ + ۵۳۷ + ۵۳۸ + ۵

$$\sqrt{n+n^2}r_n(n+1)r-n+n^2r+n+n^2, n+n^2r-n+n^2r(4)$$

$$\sqrt{u-v} \sqrt{r-u} \sqrt{u-v} \sqrt{r-u} + u^2 - 1, r + \frac{r}{u} + \frac{u}{r} (\lambda)$$

امثلہ نمبری ۲۲ صفحہ ۱۰

$$5r_2 - 5s_2 + 5s_4 - 5s_1 + 1 + 11r + 11s$$

$$2A - 4C_1 + C_2 - 2C_3 = 0 \quad \text{--- (2)}$$

$$\frac{9}{20} + \frac{1}{20} \frac{1}{13} + \frac{1}{20} \frac{1}{13} + \frac{1}{20} \frac{1}{13} - \frac{1}{20} \frac{1}{13} - \frac{1}{20} \frac{1}{13} + \frac{1}{20} \frac{1}{13} - \frac{1}{20} \frac{1}{13} (13)$$

$$\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^2}$$

$$\frac{1}{r} (u - \bar{u}) u_n + \overline{u - \bar{u}} u_n \bar{u}_n + \bar{u} \bar{u}_n \bar{u}_n - \bar{u} \bar{u}_n \bar{u}_n + \bar{u} \bar{u}_n \bar{u}_n$$

جواب امثلہ نمبری ۸ حساب کی کتابیں درج ہیں

جواب نمبری ۲۹ صفحہ ۹۹

- (۱) ۴ + ۱ (۲) ۱ - ۱ (۳) ۱ + ۲ (۴) ۳ - ۱ (۵) ۳ - ۱ (۶) ۵ - ۱ (۷) ۴ - ۱ (۸) ۳ - ۱ (۹) ۱ + ۱ (۱۰) ۱ + ۱ (۱۱) ۱ - ۱ (۱۲) ۱ - ۱ (۱۳) ۱ - ۱ (۱۴) ۱ - ۱ (۱۵) ۱ - ۱ (۱۶) ۱ - ۱ (۱۷) ۱ - ۱ (۱۸) ۱ - ۱ (۱۹) ۱ - ۱ (۲۰) ۱ - ۱

جواب امثلہ نمبری ۳۲ صفحہ ۱۰۴

اول (۱) ۳ + ۱ (۲) ۲ + ۱ (۳) ۱ + ۱ (۴) ۱ + ۱ (۵) ۱ + ۱ (۶) ۱ + ۱ (۷) ۱ + ۱ (۸) ۱ + ۱ (۹) ۱ + ۱ (۱۰) ۱ + ۱ (۱۱) ۱ + ۱ (۱۲) ۱ + ۱ (۱۳) ۱ + ۱ (۱۴) ۱ + ۱ (۱۵) ۱ + ۱ (۱۶) ۱ + ۱ (۱۷) ۱ + ۱ (۱۸) ۱ + ۱ (۱۹) ۱ + ۱ (۲۰) ۱ + ۱

- دوم (۱) ۳ + ۱ (۲) ۲ + ۱ (۳) ۱ + ۱ (۴) ۱ + ۱ (۵) ۱ + ۱ (۶) ۱ + ۱ (۷) ۱ + ۱ (۸) ۱ + ۱ (۹) ۱ + ۱ (۱۰) ۱ + ۱ (۱۱) ۱ + ۱ (۱۲) ۱ + ۱ (۱۳) ۱ + ۱ (۱۴) ۱ + ۱ (۱۵) ۱ + ۱ (۱۶) ۱ + ۱ (۱۷) ۱ + ۱ (۱۸) ۱ + ۱ (۱۹) ۱ + ۱ (۲۰) ۱ + ۱

امثلہ نمبری ۳۳ صفحہ ۱۱۷

- (۱) ۳ + ۱ (۲) ۲ + ۱ (۳) ۱ + ۱ (۴) ۱ + ۱ (۵) ۱ + ۱ (۶) ۱ + ۱ (۷) ۱ + ۱ (۸) ۱ + ۱ (۹) ۱ + ۱ (۱۰) ۱ + ۱ (۱۱) ۱ + ۱ (۱۲) ۱ + ۱ (۱۳) ۱ + ۱ (۱۴) ۱ + ۱ (۱۵) ۱ + ۱ (۱۶) ۱ + ۱ (۱۷) ۱ + ۱ (۱۸) ۱ + ۱ (۱۹) ۱ + ۱ (۲۰) ۱ + ۱

- (۱۳) $\bar{a} - \bar{b}$ (۱۴) $\bar{a} + \bar{b} + \bar{c}$ (۱۵) $\bar{a} - \bar{c}$ (۱۶) $\bar{a} + \bar{c}$
 (۱۷) $\bar{a} - \bar{b} - \bar{c}$ (۱۸) $\bar{a} - \bar{b} + \bar{c}$ (۱۹) $\bar{a} - \bar{c}$ (۲۰) $(\bar{a} - \bar{c})$
 (۲۱) $\bar{a} - \bar{b}$ (۲۲) $\bar{a} - \bar{b} + \bar{c}$ (۲۳) $\bar{a} - \bar{b} - \bar{c}$ (۲۴) $\bar{a} - \bar{b} + \bar{c}$
 (۲۵) $\bar{a} - \bar{b} + \bar{c}$ (۲۶) $\bar{a} - \bar{b} + \bar{c}$ (۲۷) $\bar{a} - \bar{b} + \bar{c}$ (۲۸) $\bar{a} - \bar{b} + \bar{c}$
 (۲۹) $\bar{a} - \bar{b} + \bar{c}$ (۳۰) $\bar{a} - \bar{b} + \bar{c}$ (۳۱) $\bar{a} - \bar{b} + \bar{c}$ (۳۲) $\bar{a} - \bar{b} + \bar{c}$
 (۳۳) $\bar{a} - \bar{b} + \bar{c}$ (۳۴) $\bar{a} - \bar{b} + \bar{c}$ (۳۵) $\bar{a} - \bar{b} + \bar{c}$ (۳۶) $\bar{a} - \bar{b} + \bar{c}$
 (۳۷) $\bar{a} - \bar{b} + \bar{c}$ (۳۸) $\bar{a} - \bar{b} + \bar{c}$ (۳۹) $\bar{a} - \bar{b} + \bar{c}$ (۴۰) $\bar{a} - \bar{b} + \bar{c}$

جواب امثله نمبری ۳۴ صفحه ۱۱۵

- (۱) $\bar{a} - \bar{b}$ (۲) $\bar{a} - \bar{b}$ (۳) $\bar{a} + \bar{b}$ (۴) $\bar{a} - \bar{b}$

جواب امثله نمبری ۳۵ صفحه ۱۱۷

- (۱) $\bar{a} - \bar{b}$ (۲) $\bar{a} - \bar{b}$ (۳) $\bar{a} - \bar{b}$ (۴) $\bar{a} - \bar{b}$ (۵) $\bar{a} - \bar{b}$
 (۶) $\bar{a} - \bar{b}$ (۷) $\bar{a} - \bar{b}$ (۸) $\bar{a} - \bar{b}$ (۹) $\bar{a} - \bar{b}$ (۱۰) $\bar{a} - \bar{b}$
 (۱۱) $\bar{a} - \bar{b}$ (۱۲) $\bar{a} - \bar{b}$ (۱۳) $\bar{a} - \bar{b}$ (۱۴) $\bar{a} - \bar{b}$ (۱۵) $\bar{a} - \bar{b}$
 (۱۶) $\bar{a} - \bar{b}$ (۱۷) $\bar{a} - \bar{b}$ (۱۸) $\bar{a} - \bar{b}$ (۱۹) $\bar{a} - \bar{b}$ (۲۰) $\bar{a} - \bar{b}$
 (۲۱) $\bar{a} - \bar{b}$ (۲۲) $\bar{a} - \bar{b}$ (۲۳) $\bar{a} - \bar{b}$ (۲۴) $\bar{a} - \bar{b}$ (۲۵) $\bar{a} - \bar{b}$
 (۲۶) $\bar{a} - \bar{b}$ (۲۷) $\bar{a} - \bar{b}$ (۲۸) $\bar{a} - \bar{b}$ (۲۹) $\bar{a} - \bar{b}$ (۳۰) $\bar{a} - \bar{b}$
 (۳۱) $\bar{a} - \bar{b}$ (۳۲) $\bar{a} - \bar{b}$ (۳۳) $\bar{a} - \bar{b}$ (۳۴) $\bar{a} - \bar{b}$ (۳۵) $\bar{a} - \bar{b}$
 (۳۶) $\bar{a} - \bar{b}$ (۳۷) $\bar{a} - \bar{b}$ (۳۸) $\bar{a} - \bar{b}$ (۳۹) $\bar{a} - \bar{b}$ (۴۰) $\bar{a} - \bar{b}$

جواب امثله ۳۶ صفحه ۱۱۹

- (۱) $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ (۲) $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ (۳) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d}$ (۴) $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$
 (۵) $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ (۶) $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ (۷) $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ (۸) $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$
 (۹) $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ (۱۰) $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ (۱۱) $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ (۱۲) $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$
 (۱۳) $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ (۱۴) $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ (۱۵) $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ (۱۶) $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ (۱۷) $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$
 (۱۸) $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ (۱۹) $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ (۲۰) $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ (۲۱) $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ (۲۲) $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$

جواب امثله نمبری ۳۳ صفحه ۱۳۲

(۱) $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ و $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ (۲) $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ و $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ (۳) $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ و $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$

جواب امثله ۸ صفحه ۱۲۵

(۱) $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ و $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ (۲) $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ و $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ (۳) $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ و $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$

جواب امثله نمبری ۳۹ صفحه ۱۲۴

(۱) $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ و $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ (۲) $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ و $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ (۳) $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ و $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$
 (۴) $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ و $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ (۵) $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ و $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ (۶) $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ و $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$
 (۷) $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ و $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ (۸) $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ و $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ (۹) $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ و $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$

$$\begin{aligned}
 (۹) \quad & \frac{۱+۱}{۱+۱} \text{ و } \frac{۱+۱}{۱+۱} \quad (۱۰) \quad \frac{۱+۱}{۱+۱} \text{ و } \frac{۱+۱}{۱+۱} \\
 (۱۱) \quad & \frac{۱+۱}{۱+۱} \text{ و } \frac{۱+۱}{۱+۱} \quad (۱۲) \quad \frac{۱+۱}{۱+۱} \text{ و } \frac{۱+۱}{۱+۱} \\
 (۱۳) \quad & \frac{۱+۱}{۱+۱} \text{ و } \frac{۱+۱}{۱+۱} \quad (۱۴) \quad \frac{۱+۱}{۱+۱} \text{ و } \frac{۱+۱}{۱+۱}
 \end{aligned}$$

جواب امثله نمبری ۱۲۸ صفحه ۱۲۸

$$\begin{aligned}
 (۱) \quad & \frac{۱}{۱.۵} \text{ و } \frac{۱}{۱.۵} \quad (۲) \quad \frac{۱}{۱.۵} \text{ و } \frac{۱}{۱.۵} \quad (۳) \quad \frac{۱}{۱.۵} \text{ و } \frac{۱}{۱.۵} \\
 (۴) \quad & \frac{۱}{۱.۵} \text{ و } \frac{۱}{۱.۵} \quad (۵) \quad \frac{۱}{۱.۵} \text{ و } \frac{۱}{۱.۵} \\
 (۶) \quad & \frac{۱}{۱.۵} \text{ و } \frac{۱}{۱.۵} \quad (۷) \quad \frac{۱}{۱.۵} \text{ و } \frac{۱}{۱.۵} \\
 (۸) \quad & \frac{۱}{۱.۵} \text{ و } \frac{۱}{۱.۵} \quad (۹) \quad \frac{۱}{۱.۵} \text{ و } \frac{۱}{۱.۵} \\
 (۱۰) \quad & \frac{۱}{۱.۵} \text{ و } \frac{۱}{۱.۵} \quad (۱۱) \quad \frac{۱}{۱.۵} \text{ و } \frac{۱}{۱.۵} \\
 (۱۲) \quad & \frac{۱}{۱.۵} \text{ و } \frac{۱}{۱.۵} \quad (۱۳) \quad \frac{۱}{۱.۵} \text{ و } \frac{۱}{۱.۵} \\
 (۱۴) \quad & \frac{۱}{۱.۵} \text{ و } \frac{۱}{۱.۵} \quad (۱۵) \quad \frac{۱}{۱.۵} \text{ و } \frac{۱}{۱.۵} \\
 (۱۶) \quad & \frac{۱}{۱.۵} \text{ و } \frac{۱}{۱.۵}
 \end{aligned}$$

جواب امثله نمبری ۱۳۲ صفحه ۱۳۲

$$\begin{aligned}
 (۱) \quad & \frac{۱}{۱.۵} \text{ و } \frac{۱}{۱.۵} \quad (۲) \quad \frac{۱}{۱.۵} \text{ و } \frac{۱}{۱.۵} \\
 (۳) \quad & \frac{۱}{۱.۵} \text{ و } \frac{۱}{۱.۵} \quad (۴) \quad \frac{۱}{۱.۵} \text{ و } \frac{۱}{۱.۵} \\
 (۵) \quad & \frac{۱}{۱.۵} \text{ و } \frac{۱}{۱.۵} \quad (۶) \quad \frac{۱}{۱.۵} \text{ و } \frac{۱}{۱.۵} \\
 (۷) \quad & \frac{۱}{۱.۵} \text{ و } \frac{۱}{۱.۵} \quad (۸) \quad \frac{۱}{۱.۵} \text{ و } \frac{۱}{۱.۵} \\
 (۹) \quad & \frac{۱}{۱.۵} \text{ و } \frac{۱}{۱.۵}
 \end{aligned}$$

$$(1) \quad 1 = \frac{1}{1} - \frac{1}{1+1} + \frac{1}{1+1+1} - \frac{1}{1+1+1+1} + \dots$$

$$(2) \quad 1 = \frac{1}{1} - \frac{1}{1+1} + \frac{1}{1+1+1} - \frac{1}{1+1+1+1} + \dots$$

جواب امثله مشق نمبری ۴۵ صفحه ۱۵۸

$$(1) \quad 1 = \frac{1}{1} - \frac{1}{1+1} + \frac{1}{1+1+1} - \frac{1}{1+1+1+1} + \dots$$

$$(2) \quad 1 = \frac{1}{1} - \frac{1}{1+1} + \frac{1}{1+1+1} - \frac{1}{1+1+1+1} + \dots$$

$$(3) \quad 1 = \frac{1}{1} - \frac{1}{1+1} + \frac{1}{1+1+1} - \frac{1}{1+1+1+1} + \dots$$

$$(4) \quad 1 = \frac{1}{1} - \frac{1}{1+1} + \frac{1}{1+1+1} - \frac{1}{1+1+1+1} + \dots$$

$$(5) \quad 1 = \frac{1}{1} - \frac{1}{1+1} + \frac{1}{1+1+1} - \frac{1}{1+1+1+1} + \dots$$

$$(6) \quad 1 = \frac{1}{1} - \frac{1}{1+1} + \frac{1}{1+1+1} - \frac{1}{1+1+1+1} + \dots$$

$$(7) \quad 1 = \frac{1}{1} - \frac{1}{1+1} + \frac{1}{1+1+1} - \frac{1}{1+1+1+1} + \dots$$

$$(8) \quad 1 = \frac{1}{1} - \frac{1}{1+1} + \frac{1}{1+1+1} - \frac{1}{1+1+1+1} + \dots$$

$$(9) \quad 1 = \frac{1}{1} - \frac{1}{1+1} + \frac{1}{1+1+1} - \frac{1}{1+1+1+1} + \dots$$

$$(10) \quad 1 = \frac{1}{1} - \frac{1}{1+1} + \frac{1}{1+1+1} - \frac{1}{1+1+1+1} + \dots$$

$$(11) \quad 1 = \frac{1}{1} - \frac{1}{1+1} + \frac{1}{1+1+1} - \frac{1}{1+1+1+1} + \dots$$

$$(12) \quad 1 = \frac{1}{1} - \frac{1}{1+1} + \frac{1}{1+1+1} - \frac{1}{1+1+1+1} + \dots$$

$$(13) \quad 1 = \frac{1}{1} - \frac{1}{1+1} + \frac{1}{1+1+1} - \frac{1}{1+1+1+1} + \dots$$

جواب امثله نمبری ۴۵ ب صفحه ۱۶۱

$$(1) \quad 1 = \frac{1}{1} - \frac{1}{1+1} + \frac{1}{1+1+1} - \frac{1}{1+1+1+1} + \dots$$

$$(2) \quad 1 = \frac{1}{1} - \frac{1}{1+1} + \frac{1}{1+1+1} - \frac{1}{1+1+1+1} + \dots$$

$$(3) \quad 1 = \frac{1}{1} - \frac{1}{1+1} + \frac{1}{1+1+1} - \frac{1}{1+1+1+1} + \dots$$

$$(4) \quad 1 = \frac{1}{1} - \frac{1}{1+1} + \frac{1}{1+1+1} - \frac{1}{1+1+1+1} + \dots$$

$$\begin{aligned}
 ۳۵ &= \mathcal{L}(۲۳) \quad \frac{۵}{۱-۲} = \mathcal{L}(۲۲) \quad ۷ = \mathcal{L}(۲۱) \quad ۱۱ = \mathcal{L}(۲۰) \quad \frac{۱}{۲} = \mathcal{L}(۱۹) \\
 ۲ &= \mathcal{L}(۲۸) \quad ۳ = \mathcal{L}(۲۷) \quad \frac{۱}{۲} = \mathcal{L}(۲۶) \quad \frac{۷}{۳} = \mathcal{L}(۲۵) \quad \frac{۱}{۱۵} = \mathcal{L}(۲۴) \\
 \frac{۲-۱}{۲-۱} &= \mathcal{L}(۳۳) \quad ۱۰ = \mathcal{L}(۳۲) \quad ۲ = \mathcal{L}(۳۱) \quad ۵ = \mathcal{L}(۳۰) \quad ۶ = \mathcal{L}(۲۹) \\
 \frac{۵}{۲} &= \mathcal{L}(۳۸) \quad ۷ = \mathcal{L}(۳۷) \quad ۸ = \mathcal{L}(۳۶) \quad ۷ = \mathcal{L}(۳۵) \quad ۶ = \mathcal{L}(۳۴) \\
 ۸ &= \mathcal{L}(۴۱) \quad ۱۷ = \mathcal{L}(۴۰) \quad \frac{۲+۳+۴+۵+۶+۷+۸}{(۲+۳+۴+۵+۶+۷+۸)} = \mathcal{L}(۳۹) \\
 \frac{۵}{۲+۱} &= \mathcal{L}(۴۵) \quad ۳ = \mathcal{L}(۴۴) \quad ۷ = \mathcal{L}(۴۳) \quad ۲ = \mathcal{L}(۴۲) \\
 ۳ &= \mathcal{L}(۵۰) \quad ۳ = \mathcal{L}(۴۹) \quad ۶ = \mathcal{L}(۴۸) \quad ۳۴ = \mathcal{L}(۴۷) \quad \frac{۲۴}{۳۳} = \mathcal{L}(۴۶) \quad ۲۱ = \mathcal{L}(۴۵) \\
 \frac{۴۵}{۴۴} &= \mathcal{L}(۵۱)
 \end{aligned}$$

جواب مسئله نمبری ۵ ص ۴۵

$$\begin{aligned}
 \frac{۵}{۶} &= \mathcal{L}(۵) \quad \frac{۱}{۲} = \mathcal{L}(۴) \quad ۵ = \mathcal{L}(۳) \quad ۱ = \mathcal{L}(۲) \quad ۱ = \mathcal{L}(۱) \\
 \frac{۲-۱}{۲-۱} &= \mathcal{L}(۹) \quad ۷ = \mathcal{L}(۸) \quad ۳ = \mathcal{L}(۷) \quad \frac{۱}{۲} = \mathcal{L}(۶) \\
 \frac{۵}{۱-۲} &= \mathcal{L}(۱۳) \quad ۷ = \mathcal{L}(۱۲) \quad ۲ = \mathcal{L}(۱۱) \quad \frac{۲-۱}{۲-۱} = \mathcal{L}(۱۰) \\
 \frac{۱-۲}{۱-۲} &= \mathcal{L}(۱۷) \quad ۱۶ = \mathcal{L}(۱۶) \quad ۴ = \mathcal{L}(۱۵) \quad \frac{۱}{۲} = \mathcal{L}(۱۴) \\
 ۱۲ &= \mathcal{L}(۲۲) \quad ۶ = \mathcal{L}(۲۱) \quad ۲ = \mathcal{L}(۲۰) \quad \frac{۲}{۲} = \mathcal{L}(۱۹) \quad \frac{۳}{۱۴} = \mathcal{L}(۱۸) \\
 ۳ &= \mathcal{L}(۲۷) \quad ۲ = \mathcal{L}(۲۶) \quad ۱ = \mathcal{L}(۲۵) \quad \frac{۳}{۲} = \mathcal{L}(۲۴) \quad \frac{۱}{۱۱} = \mathcal{L}(۲۳) \\
 \frac{۲}{۲} &= \mathcal{L}(۳۱) \quad ۴ = \mathcal{L}(۳۰) \quad ۴ = \mathcal{L}(۲۹) \quad \frac{۳}{۲} = \mathcal{L}(۲۸) \\
 \frac{۲}{۳} &= \mathcal{L}(۳۴) \quad \frac{۱}{۲} = \mathcal{L}(۳۳) \quad \frac{(۱-۲)}{(۱+۲)} = \mathcal{L}(۳۲) \\
 \frac{۲-۱}{۲-۱} &= \mathcal{L}(۳۷) \quad \frac{۷}{۸} = \mathcal{L}(۳۶) \quad (۲+۳+۴) = \mathcal{L}(۳۵) \\
 ۲ &= \mathcal{L}(۴۰) \quad ۱ = \mathcal{L}(۳۹) \quad ۳ = \mathcal{L}(۳۸)
 \end{aligned}$$

مسئله نمبری ۵ ص ۴۰

$$۲ = \mathcal{L}(۵) \quad ۱۶ = \mathcal{L}(۴) \quad ۴ = \mathcal{L}(۳) \quad ۴ = \mathcal{L}(۲) \quad ۱۳ = \mathcal{L}(۱)$$

$$\begin{aligned}
 (۶) \quad ۴ = ل (۱۰) \quad ۴ = ل (۹) \quad ۹ = ل (۸) \quad ۲ = ل (۷) \quad ۲۱ = ل (۶) \\
 (۱۱) \quad \frac{۱}{۲} = ل (۱۲) \quad \frac{۱}{۳} = ل (۱۳) \quad \frac{۱}{۴} = ل (۱۴) \quad \frac{۱}{۵} = ل (۱۵) \\
 (۱۶) \quad ۹ = ل (۱۷) \quad ۱۶ = ل (۱۸) \quad ۲۵ = ل (۱۹) \quad ۳۶ = ل (۲۰) \\
 (۲۱) \quad ۲۵ = ل (۲۲) \quad ۳۶ = ل (۲۳) \quad ۴۹ = ل (۲۴) \quad ۶۴ = ل (۲۵) \\
 (۲۶) \quad ۴۹ = ل (۲۷) \quad ۶۴ = ل (۲۸) \quad ۸۱ = ل (۲۹) \quad ۱۰۰ = ل (۳۰) \\
 (۳۱) \quad ۱۰۰ = ل (۳۲) \quad ۱۲۱ = ل (۳۳) \quad ۱۴۴ = ل (۳۴) \quad ۱۶۹ = ل (۳۵) \\
 (۳۶) \quad ۱۶۹ = ل (۳۷) \quad ۱۹۶ = ل (۳۸) \quad ۲۲۵ = ل (۳۹) \quad ۲۵۶ = ل (۴۰) \\
 (۴۱) \quad ۲۵۶ = ل (۴۲) \quad ۲۸۹ = ل (۴۳) \quad ۳۲۴ = ل (۴۴) \quad ۳۶۱ = ل (۴۵) \\
 (۴۶) \quad ۳۶۱ = ل (۴۷) \quad ۴۰۰ = ل (۴۸) \quad ۴۴۱ = ل (۴۹) \quad ۴۸۴ = ل (۵۰) \\
 (۵۱) \quad ۴۸۴ = ل (۵۲) \quad ۵۲۹ = ل (۵۳) \quad ۵۷۶ = ل (۵۴) \quad ۶۲۵ = ل (۵۵) \\
 (۵۶) \quad ۶۲۵ = ل (۵۷) \quad ۶۷۶ = ل (۵۸) \quad ۷۲۹ = ل (۵۹) \quad ۷۸۴ = ل (۶۰) \\
 (۶۱) \quad ۷۸۴ = ل (۶۲) \quad ۸۴۱ = ل (۶۳) \quad ۹۰۰ = ل (۶۴) \quad ۹۶۱ = ل (۶۵) \\
 (۶۶) \quad ۹۶۱ = ل (۶۷) \quad ۱۰۲۴ = ل (۶۸) \quad ۱۰۹۰ = ل (۶۹) \quad ۱۱۵۹ = ل (۷۰) \\
 (۷۱) \quad ۱۱۵۹ = ل (۷۲) \quad ۱۲۲۴ = ل (۷۳) \quad ۱۲۹۰ = ل (۷۴) \quad ۱۳۵۹ = ل (۷۵) \\
 (۷۶) \quad ۱۳۵۹ = ل (۷۷) \quad ۱۴۲۴ = ل (۷۸) \quad ۱۴۹۰ = ل (۷۹) \quad ۱۵۵۹ = ل (۸۰) \\
 (۸۱) \quad ۱۵۵۹ = ل (۸۲) \quad ۱۶۲۴ = ل (۸۳) \quad ۱۶۹۰ = ل (۸۴) \quad ۱۷۵۹ = ل (۸۵) \\
 (۸۶) \quad ۱۷۵۹ = ل (۸۷) \quad ۱۸۲۴ = ل (۸۸) \quad ۱۸۹۰ = ل (۸۹) \quad ۱۹۵۹ = ل (۹۰) \\
 (۹۱) \quad ۱۹۵۹ = ل (۹۲) \quad ۲۰۲۴ = ل (۹۳) \quad ۲۰۹۰ = ل (۹۴) \quad ۲۱۵۹ = ل (۹۵) \\
 (۹۶) \quad ۲۱۵۹ = ل (۹۷) \quad ۲۲۲۴ = ل (۹۸) \quad ۲۲۹۰ = ل (۹۹) \quad ۲۳۵۹ = ل (۱۰۰)
 \end{aligned}$$

جواب امثلہ ۲۶ صفحہ ۱۸۲

(۱) ۳۴ (۲) ۱۰۰ (۳) ۷۰ (۴) ۲۸۰ (۵) ۱۰ (۶) ۳۱ اور ۱۷

(۷) ۳ اور ۱۰ (۸) ۷۲ روپیہ ۲۴ روپیہ ۳۲ روپیہ (۹) ۳۵ فیٹ (۱۰) ۳ پڑی

(۱۱) ۶۰۰ روپیہ ۱۵۰ روپیہ (۱۲) ۲۰ اور ۳ (۱۳) ۱ کا حصہ = ۲۰ روپیہ اور

ب کا حصہ = ۵۰ روپیہ (۱۴) ۳ ۱۱ روپیہ (۱۵) ۹ و ۱۲ و ۱۵ و ۱۸

(۱۶) ۳۵ برس ۲۲۵ برس (۱۷) ۲۰ دن (۱۸) ۲۰ دن (۱۹) ۱۲ روپیہ ۱۰

۴ روپیہ ۵ روپیہ ۲۰ میل (۲۱) ۵ ۱۱ منٹ بعد ایک گنٹہ کے

(۲۲) ۲۵ اور ۷۵ بوتلیں (۲۳) ۱۷ میل فی گنٹہ (۲۴) ۸ و ۱۲ و ۱۶

(۲۵) ۲۲ انڈے (۲۶) ۲ ۱ گٹہ (۲۷) ۴ گنٹہ ۱۲ گنٹہ ۹ گنٹہ

(۲۸) ۷ و ۱۱ پائی (۲۹) ۲۰ پیٹ (۳۰) ۱۹ اشرفیان

(۳۱) عدد = ۷۰ - ۷۰ + ۷۰ (۳۲) ۱۸۰ چو (۳۳) ۱۵۶ روز

$$(۲۹) \text{ لہ } ۲۸ = \text{وی } ۲۹ (۳۱) \frac{1}{2} = \text{وی } ۳ = \text{لہ } ۲ = \text{وی } ۳$$

$$(۳۲) \text{ لہ } ۲۷ = \text{وی } ۳۳ (۳۳) \frac{92}{133} = \text{وی } \frac{۸۹}{۳۷۶}$$

$$(۳۴) \text{ لہ } ۱ = \text{وی } ۱ = \frac{1}{2} (۳۵) \text{ لہ } ۹۹ = \text{وی } ۱۵۳ (۳۹) \frac{۱}{2.۵} = \text{وی } \frac{۲.۳}{۶۸۳}$$

$$(۴۰) \text{ لہ } ۷ = \text{وی } ۱ (۴۱) \text{ لہ } ۹۹۰ = \text{وی } ۹۰ (۴۲) \text{ لہ } ۲ = \text{وی } ۵$$

$$(۴۳) \text{ لہ } ۱ = \frac{1}{2} = \text{وی } ۲$$

$$(۴۴) \text{ لہ } \frac{(۱۰ + ۱ - ۱) - (۱۰ - ۱)}{(۱۰ + ۱ - ۱) - (۱۰ - ۱)} = \text{وی } \frac{(۱۰ + ۱ - ۱) - (۱۰ - ۱)}{(۱۰ + ۱ - ۱) - (۱۰ - ۱)}$$

$$(۴۵) \text{ لہ } ۲۱ = \text{وی } ۲۰ (۴۶) \text{ لہ } ۲ = \text{وی } ۲ (۴۷) \text{ لہ } ۷ = \text{وی } ۹$$

$$(۴۸) \text{ لہ } ۵ = \text{وی } ۲ (۴۹) \text{ لہ } ۱۰ = \text{وی } ۵ (۵۰) \text{ لہ } ۷ = \text{وی } ۲$$

جواب امثلہ نمبری ۲۸ صفحہ ۲۰۰

- (۱) ۱۱ اور ۹ (۲) $\frac{4}{11}$ (۳) نزدیکاً روپیہ = ۳۵ دیکر کا روپیہ = ۲۵
- (۴) ۵۶ روپیہ ۳۳ روپیہ (۵) ۱۸ اور ۱۲ (۶) ۵۳ (۷) ۴ منٹ اور ۴ منٹ
- (۸) ۱۱ میل ۲۴ بیٹریں (۹) ۳ میل ۲۱ بیچڑے (۱۰) ۱۱ گنٹھ ۲۸ منٹ ۲۴ سکند
- ۱۲ گنٹھ ۲ منٹ ۲۴ (۱۱) ۵ اور ۶ (۱۲) ۳۴ بیٹریں ۸ روپیہ ۸
- (۱۳) ۱۰ اور ۲۰ (۱۴) ۶ اور ۴ (۱۵) ۲۴ (۱۶) ۱۵ روپیہ سوہن ۲۵ روپیہ
- (۱۷) سوہن ۲۲ روپیہ دیکر ۲۶ روپیہ (۱۸) ۴۰ میل (۱۹) ۱۰ گیلن ۴ گیلن
- (۲۰) ۱۸۷ (۲۱) ۸ اور ۱۲ گیلن (۲۲) ۳ اور ۲ (۲۳) ۴ پیسے
- (۲۴) ۲۵ بوتلیں اول میں سے اور ۷ بوتلیں دوسری میں سے (۲۵) ۲ پیسے ۶۰
- (۲۶) ۲۴ (۲۷) ۲۰۰ روپیہ آدمی (۲۸) ۲۱ گنی ۲۱ کروڑ

جواب امثلہ نمبری ۲۹ صفحہ ۲۰۰

- (۱) لہ ۲۲ = وی ۶ = وی ۲۳ (۲) لہ ۳۵ = وی ۳۰ = وی ۲۵
- (۳) لہ ۲ = وی ۳ = وی ۴ (۴) لہ ۷ = وی ۱۰ = وی ۹

$$(\pm = 1) \frac{1}{2} \text{ اور } 0 = 1(1) \frac{1}{2} \text{ اور } 0 = 1(3) | \pm = 1(2) | \pm = 1(1)$$

$$\frac{1}{7} \pm = u(1) \quad 1 \pm = u(9) \quad 1 \pm = u(8) \quad \frac{1}{7} \pm = u(6) \quad 1 = u(4)$$

(11) $0 = \psi(1)$ اور (12) $\frac{1}{2} \pm = \psi(12)$ (13) $\frac{1}{2} \pm = \psi(13)$ (14) $\frac{1}{2} \pm = \psi(14)$

(۱۵) $\frac{1}{2} = 0.5$ اور $\frac{1}{3} = 0.3333$ (۱۶) $\frac{0}{1} = 0$ (۱۷) $\frac{1}{2} = 0.5$ (۱۸) $\frac{1}{3} = 0.3333$ (۱۹) $\frac{1}{4} = 0.25$ (۲۰) $\frac{1}{5} = 0.2$

$$\frac{r-g}{n+g} \pm u(r) \pm u(r) \frac{P_n}{r} \pm u(r) \frac{P_n}{r} \pm u(r) \quad (19)$$

$$0 - 1 = u(3) \quad 3 - 0 = u(2) \quad 1 - 0 = u(1)$$

$$1A - 94 = u(4) \quad 1A - 912 = u(0) \quad 1A - 9N = u(N)$$

$$r_4 - \frac{1}{2}r_0 = u(9) \quad r - \frac{1}{2}r_4 = u(8) \quad r - \frac{1}{2}r_8 = u(4)$$

$$11 - \frac{1}{2} 14 = 0 \quad (12) \quad 1 - \frac{1}{2} 2 = 0 \quad (11) \quad 10 - \frac{1}{2} 9 = 0 \quad (10)$$

$$1 - \frac{1}{2} \lambda = \mathcal{N}(10) \quad 17 - 1 \pm 4 = \mathcal{N}(17) \quad 1 - \frac{1}{2} \lambda = \mathcal{N}(17)$$

$$r_0 - \frac{1}{2}N = 11 \quad (11) \quad r_1 - \frac{1}{2}N = 11 \quad (12) \quad 1 - \frac{1}{2}N = 11 \quad (14)$$

$$\frac{1}{r^2} r - \frac{1}{2} 0 = u(r) \quad \frac{1}{r^2} r = u(r) \quad 1 - \frac{1}{2} 1 = u(1)$$

$$1 - \frac{1}{2} \cdot 10 = 11 \text{ (rN)} \quad 1 - \frac{1}{2} \cdot 15 = 11 \text{ (rN)} \quad \frac{2}{3} \cdot 15 - \frac{1}{2} \cdot 15 = 11 \text{ (rN)}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(1 - i)\sqrt{2} = \sqrt{2} \quad (14) \quad \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + i)\sqrt{2} = \sqrt{2} \quad (15) \quad 1 - i \pm 1 = \sqrt{2} \quad (16)$$

$$\frac{\Delta}{r} = u(r) + \frac{1}{r} = u(r) \sqrt{1 + \frac{1}{r^2}} \approx u(r) = u(r)$$

$$\frac{1591 \pm 2}{0} = 11(22) - 11(17) = 11(22) - 11(17) = 11(5)$$

$$\frac{G+G_0}{r} \pm \frac{1}{r} = \mu(r^2) \frac{1}{r} \quad 1 - \frac{1}{r} = \mu(r_0) \frac{1}{r} \quad \frac{1}{r} = \mu(r_1) \frac{1}{r} = \mu(r_2)$$

$$1) \frac{1}{x} = 1 \quad (x=1) \quad \frac{1}{x} = 1 \quad (x=1) \quad \frac{1}{x} = 1 \quad (x=1)$$

$$\begin{aligned}
 (۲۰) \quad \frac{1}{f} - \frac{1}{f} &= \Delta (۲۰) \quad ۳ - \frac{۵}{2} = \Delta (۲۱) \quad ۲ - \frac{۵}{2} = \Delta (۲۲) \\
 (۲۳) \quad \frac{1}{\sqrt{2x^2 - 2x + 1}} - \frac{1}{\sqrt{2x^2 - 2x + 1}} &= \Delta (۲۳) \quad \frac{1}{\sqrt{2x^2 - 2x + 1}} - \frac{1}{\sqrt{2x^2 - 2x + 1}} = \Delta (۲۴) \\
 (۲۵) \quad \frac{1}{\sqrt{2x^2 - 2x + 1}} - \frac{1}{\sqrt{2x^2 - 2x + 1}} &= \Delta (۲۵) \quad \frac{1}{\sqrt{2x^2 - 2x + 1}} - \frac{1}{\sqrt{2x^2 - 2x + 1}} = \Delta (۲۶) \\
 (۲۸) \quad \frac{1}{\sqrt{2x^2 - 2x + 1}} - \frac{1}{\sqrt{2x^2 - 2x + 1}} &= \Delta (۲۸) \quad \frac{1}{\sqrt{2x^2 - 2x + 1}} - \frac{1}{\sqrt{2x^2 - 2x + 1}} = \Delta (۲۹) \\
 (۳۰) \quad \frac{1}{\sqrt{2x^2 - 2x + 1}} - \frac{1}{\sqrt{2x^2 - 2x + 1}} &= \Delta (۳۰) \quad \frac{1}{\sqrt{2x^2 - 2x + 1}} - \frac{1}{\sqrt{2x^2 - 2x + 1}} = \Delta (۳۱) \\
 (۳۲) \quad \frac{1}{\sqrt{2x^2 - 2x + 1}} - \frac{1}{\sqrt{2x^2 - 2x + 1}} &= \Delta (۳۲) \quad \frac{1}{\sqrt{2x^2 - 2x + 1}} - \frac{1}{\sqrt{2x^2 - 2x + 1}} = \Delta (۳۳) \\
 (۳۴) \quad \frac{1}{\sqrt{2x^2 - 2x + 1}} - \frac{1}{\sqrt{2x^2 - 2x + 1}} &= \Delta (۳۴) \quad \frac{1}{\sqrt{2x^2 - 2x + 1}} - \frac{1}{\sqrt{2x^2 - 2x + 1}} = \Delta (۳۵) \\
 (۳۶) \quad \frac{1}{\sqrt{2x^2 - 2x + 1}} - \frac{1}{\sqrt{2x^2 - 2x + 1}} &= \Delta (۳۶) \quad \frac{1}{\sqrt{2x^2 - 2x + 1}} - \frac{1}{\sqrt{2x^2 - 2x + 1}} = \Delta (۳۷) \\
 (۳۸) \quad \frac{1}{\sqrt{2x^2 - 2x + 1}} - \frac{1}{\sqrt{2x^2 - 2x + 1}} &= \Delta (۳۸) \quad \frac{1}{\sqrt{2x^2 - 2x + 1}} - \frac{1}{\sqrt{2x^2 - 2x + 1}} = \Delta (۳۹) \\
 (۴۰) \quad \frac{1}{\sqrt{2x^2 - 2x + 1}} - \frac{1}{\sqrt{2x^2 - 2x + 1}} &= \Delta (۴۰) \quad \frac{1}{\sqrt{2x^2 - 2x + 1}} - \frac{1}{\sqrt{2x^2 - 2x + 1}} = \Delta (۴۱)
 \end{aligned}$$

جواب امثله منبری اده ب صفحه ۲۱

$$\begin{aligned}
 (۱) \quad \frac{1}{f} - \frac{1}{f} &= \Delta (۱) \quad \frac{1}{f} - \frac{1}{f} = \Delta (۲) \quad \frac{1}{f} - \frac{1}{f} = \Delta (۳) \\
 (۴) \quad \frac{1}{f} - \frac{1}{f} &= \Delta (۴) \quad \frac{1}{f} - \frac{1}{f} = \Delta (۵) \quad \frac{1}{f} - \frac{1}{f} = \Delta (۶) \\
 (۷) \quad \frac{1}{f} - \frac{1}{f} &= \Delta (۷) \quad \frac{1}{f} - \frac{1}{f} = \Delta (۸) \quad \frac{1}{f} - \frac{1}{f} = \Delta (۹) \\
 (۱۰) \quad \frac{1}{f} - \frac{1}{f} &= \Delta (۱۰) \quad \frac{1}{f} - \frac{1}{f} = \Delta (۱۱) \quad \frac{1}{f} - \frac{1}{f} = \Delta (۱۲) \\
 (۱۳) \quad \frac{1}{f} - \frac{1}{f} &= \Delta (۱۳) \quad \frac{1}{f} - \frac{1}{f} = \Delta (۱۴) \quad \frac{1}{f} - \frac{1}{f} = \Delta (۱۵) \\
 (۱۶) \quad \frac{1}{f} - \frac{1}{f} &= \Delta (۱۶) \quad \frac{1}{f} - \frac{1}{f} = \Delta (۱۷) \quad \frac{1}{f} - \frac{1}{f} = \Delta (۱۸) \\
 (۱۹) \quad \frac{1}{f} - \frac{1}{f} &= \Delta (۱۹) \quad \frac{1}{f} - \frac{1}{f} = \Delta (۲۰) \quad \frac{1}{f} - \frac{1}{f} = \Delta (۲۱) \\
 (۲۲) \quad \frac{1}{f} - \frac{1}{f} &= \Delta (۲۲) \quad \frac{1}{f} - \frac{1}{f} = \Delta (۲۳) \quad \frac{1}{f} - \frac{1}{f} = \Delta (۲۴) \\
 (۲۵) \quad \frac{1}{f} - \frac{1}{f} &= \Delta (۲۵) \quad \frac{1}{f} - \frac{1}{f} = \Delta (۲۶) \quad \frac{1}{f} - \frac{1}{f} = \Delta (۲۷) \\
 (۲۸) \quad \frac{1}{f} - \frac{1}{f} &= \Delta (۲۸) \quad \frac{1}{f} - \frac{1}{f} = \Delta (۲۹) \quad \frac{1}{f} - \frac{1}{f} = \Delta (۳۰) \\
 (۳۱) \quad \frac{1}{f} - \frac{1}{f} &= \Delta (۳۱) \quad \frac{1}{f} - \frac{1}{f} = \Delta (۳۲) \quad \frac{1}{f} - \frac{1}{f} = \Delta (۳۳)
 \end{aligned}$$

$$(۳۴) \text{ ل} = ۱۱ \text{ یا } ۵۷ = \text{ل} (۳۵) \frac{17}{2} ۹ - ۱۴ = \text{ل} (۳۶) \frac{17}{2} ۹ \pm \frac{۵}{۲} = \text{ل}$$

$$(۳۷) \frac{17}{2} ۹ - ۱۴ = \text{ل} (۳۸) \frac{17}{2} ۹ \pm \frac{۵}{۲} = \text{ل} (۳۹) \frac{17}{2} ۹ \pm ۵ = \text{ل} (۴۰) \frac{17}{2} ۹ \pm ۱۱ = \text{ل}$$

$$(۴۱) \frac{17}{2} ۹ \pm ۱۱ = \text{ل}$$

امثله نمبری ۵۱ ص ۲۱۹

$$(۱) \text{ ل} = ۴ \text{ یا } \frac{1}{4} (۲) \text{ ل} = ۳ \text{ یا } \frac{1}{3} (۳) \text{ ل} = ۱ \text{ یا } ۴$$

$$(۴) \text{ ل} = ۲۵ \text{ یا } ۳ (۵) \text{ ل} = ۲۱ \text{ یا } ۴ (۶) \text{ ل} = ۱ \text{ یا } ۴$$

$$(۷) \text{ ل} = ۱ \text{ یا } \frac{1}{4} (۸) \text{ ل} = ۹ \text{ یا } \frac{1}{9}$$

$$(۹) \text{ ل} = \frac{(۲-۱) \pm (۳-۱)}{۲} (۱۰) \text{ ل} = ۱ \text{ یا } \frac{1}{4}$$

$$(۱۱) \text{ ل} = ۲۵ \text{ یا } ۳ = \text{ل} (۱۲) \text{ ل} = ۱ \text{ یا } \frac{1}{4} \pm \frac{۵}{۲} \pm \frac{۱}{۲} \pm \frac{۱}{۲}$$

$$(۱۳) \text{ ل} = ۱ \text{ یا } \frac{1}{8} (۱۴) \text{ ل} = ۴ \text{ یا } ۳$$

$$(۱۵) \text{ ل} = \frac{(۲-۱) \pm (۳-۱)}{۲} (۱۶) \text{ ل} = \frac{۹}{۲} (۱۷) \text{ ل} = ۱ \text{ یا } \frac{1}{4}$$

امثله نمبری ۵۲ ص ۲۲۱

$$(۱) \text{ ل} = ۳ \text{ یا } \frac{1}{3} \pm \frac{۵}{۲} \pm \frac{۱}{۲} \pm \frac{۱}{۲} (۲) \text{ ل} = ۳ \pm \frac{۵}{۲} \pm \frac{۱}{۲} \pm \frac{۱}{۲}$$

$$(۳) \text{ ل} = ۴ \text{ یا } \frac{1}{4} \pm \frac{۵}{۲} \pm \frac{۱}{۲} \pm \frac{۱}{۲} (۴) \text{ ل} = ۱۱ \pm \frac{۵}{۲} \pm \frac{۱}{۲} \pm \frac{۱}{۲}$$

$$(۵) \text{ ل} = ۳۸ \text{ یا } ۵ \pm \frac{۵}{۲} \pm \frac{۱}{۲} \pm \frac{۱}{۲} (۶) \text{ ل} = ۳۱ \pm \frac{۵}{۲} \pm \frac{۱}{۲} \pm \frac{۱}{۲}$$

$$(۷) \text{ ل} = \frac{(۲-۱) \pm (۳-۱)}{۲} (۸) \text{ ل} = \frac{(۲-۱) \pm (۳-۱)}{۲} (۹) \text{ ل} = ۱ \text{ یا } ۴$$

$$(۱۰) \text{ ل} = ۴ \text{ یا } ۱$$

$$(۱۱) \text{ ل} = \frac{(۲-۱) \pm (۳-۱)}{۲} (۱۲) \text{ ل} = \frac{۹}{۲} \pm \frac{۵}{۲} \pm \frac{۱}{۲} \pm \frac{۱}{۲}$$

جواب امثله نمبری ۵۳ ص ۲۲۲

$$(۱) ۱۲ \text{ اور } ۲ (۲) ۲۷ \text{ اور } ۶ (۳) ۱۷ \text{ اور } ۱۱ (۴) ۹ \text{ اور } ۱۲$$

$$(۵) ۱۰ \text{ اور } ۱۳ (۶) ۱۳ \text{ بلع کز } (۷) \frac{(۲-۱) \pm (۳-۱)}{۲} \text{ اور } \frac{(۲-۱) \pm (۳-۱)}{۲}$$

- (۸) ۴ (۹) ۴۰ اور ۲۰ (۱۰) ۱۲ اور ۸ (۱۱) ۴۰ روپیہ
 (۱۲) ۱۸ (۱۳) ۵ (۱۴) ۱۱ میل اور ۳۴ میل (۱۵) ۲ روپیہ ۳۰ روپیہ
 (۱۶) ۱۴ میل (۱۷) ۵ اسیٹریں (۱۸) ۱۲ درجن یا ۵۰ درجن (۱۹) ۳۴ و ۹ آدمی
 (۲۰) ۴ میل اور ۹ میل (۲۱) ۳۱ زید اور ۸۰ کر (۲۲) ۱۰ ± ۵

جواب امثلہ نمبری ۵۴ صفحہ ۲۲۸

- (۱) $۲ = ۱ - \frac{1}{2}$ و $۴ = ۲ - \frac{1}{2}$ یا $۵ = ۴ - \frac{1}{2}$ و $۳ = ۲ - \frac{1}{2}$
 (۲) $۲ = ۱ - \frac{1}{2}$ و $۴ = ۲ - \frac{1}{2}$ یا $۵ = ۴ - \frac{1}{2}$ و $۳ = ۲ - \frac{1}{2}$
 (۳) $۲ = ۱ - \frac{1}{2}$ و $۴ = ۲ - \frac{1}{2}$ یا $۵ = ۴ - \frac{1}{2}$ و $۳ = ۲ - \frac{1}{2}$
 (۴) $۲ = ۱ - \frac{1}{2}$ و $۴ = ۲ - \frac{1}{2}$ یا $۵ = ۴ - \frac{1}{2}$ و $۳ = ۲ - \frac{1}{2}$
 (۵) $۲ = ۱ - \frac{1}{2}$ و $۴ = ۲ - \frac{1}{2}$ یا $۵ = ۴ - \frac{1}{2}$ و $۳ = ۲ - \frac{1}{2}$
 (۶) $۲ = ۱ - \frac{1}{2}$ و $۴ = ۲ - \frac{1}{2}$ یا $۵ = ۴ - \frac{1}{2}$ و $۳ = ۲ - \frac{1}{2}$
 (۷) $۲ = ۱ - \frac{1}{2}$ و $۴ = ۲ - \frac{1}{2}$ یا $۵ = ۴ - \frac{1}{2}$ و $۳ = ۲ - \frac{1}{2}$
 (۸) $۲ = ۱ - \frac{1}{2}$ و $۴ = ۲ - \frac{1}{2}$ یا $۵ = ۴ - \frac{1}{2}$ و $۳ = ۲ - \frac{1}{2}$
 (۹) $۲ = ۱ - \frac{1}{2}$ و $۴ = ۲ - \frac{1}{2}$ یا $۵ = ۴ - \frac{1}{2}$ و $۳ = ۲ - \frac{1}{2}$
 (۱۰) $۲ = ۱ - \frac{1}{2}$ و $۴ = ۲ - \frac{1}{2}$ یا $۵ = ۴ - \frac{1}{2}$ و $۳ = ۲ - \frac{1}{2}$
 (۱۱) $۲ = ۱ - \frac{1}{2}$ و $۴ = ۲ - \frac{1}{2}$ یا $۵ = ۴ - \frac{1}{2}$ و $۳ = ۲ - \frac{1}{2}$
 (۱۲) $۲ = ۱ - \frac{1}{2}$ و $۴ = ۲ - \frac{1}{2}$ یا $۵ = ۴ - \frac{1}{2}$ و $۳ = ۲ - \frac{1}{2}$

جواب امثلہ نمبری ۵۴ صفحہ ۲۳۲

- (۱) $۲ = ۱ - \frac{1}{2}$ و $۴ = ۲ - \frac{1}{2}$ یا $۵ = ۴ - \frac{1}{2}$ و $۳ = ۲ - \frac{1}{2}$
 (۲) $۲ = ۱ - \frac{1}{2}$ و $۴ = ۲ - \frac{1}{2}$ یا $۵ = ۴ - \frac{1}{2}$ و $۳ = ۲ - \frac{1}{2}$
 (۳) $۲ = ۱ - \frac{1}{2}$ و $۴ = ۲ - \frac{1}{2}$ یا $۵ = ۴ - \frac{1}{2}$ و $۳ = ۲ - \frac{1}{2}$
 (۴) $۲ = ۱ - \frac{1}{2}$ و $۴ = ۲ - \frac{1}{2}$ یا $۵ = ۴ - \frac{1}{2}$ و $۳ = ۲ - \frac{1}{2}$
 (۵) $۲ = ۱ - \frac{1}{2}$ و $۴ = ۲ - \frac{1}{2}$ یا $۵ = ۴ - \frac{1}{2}$ و $۳ = ۲ - \frac{1}{2}$
 (۶) $۲ = ۱ - \frac{1}{2}$ و $۴ = ۲ - \frac{1}{2}$ یا $۵ = ۴ - \frac{1}{2}$ و $۳ = ۲ - \frac{1}{2}$
 (۷) $۲ = ۱ - \frac{1}{2}$ و $۴ = ۲ - \frac{1}{2}$ یا $۵ = ۴ - \frac{1}{2}$ و $۳ = ۲ - \frac{1}{2}$
 (۸) $۲ = ۱ - \frac{1}{2}$ و $۴ = ۲ - \frac{1}{2}$ یا $۵ = ۴ - \frac{1}{2}$ و $۳ = ۲ - \frac{1}{2}$
 (۹) $۲ = ۱ - \frac{1}{2}$ و $۴ = ۲ - \frac{1}{2}$ یا $۵ = ۴ - \frac{1}{2}$ و $۳ = ۲ - \frac{1}{2}$
 (۱۰) $۲ = ۱ - \frac{1}{2}$ و $۴ = ۲ - \frac{1}{2}$ یا $۵ = ۴ - \frac{1}{2}$ و $۳ = ۲ - \frac{1}{2}$
 (۱۱) $۲ = ۱ - \frac{1}{2}$ و $۴ = ۲ - \frac{1}{2}$ یا $۵ = ۴ - \frac{1}{2}$ و $۳ = ۲ - \frac{1}{2}$
 (۱۲) $۲ = ۱ - \frac{1}{2}$ و $۴ = ۲ - \frac{1}{2}$ یا $۵ = ۴ - \frac{1}{2}$ و $۳ = ۲ - \frac{1}{2}$

جواب امثلہ نمبری ۵۴ صفحہ ۲۳۲

$$(1) \quad 3-5 = 2 \quad (2) \quad 3 = 5 \text{ یا } 5 = 3$$

$$(3) \quad 5-3 = 2 \quad (4) \quad 3 = 5 \text{ یا } 5 = 3$$

$$(5) \quad 3-5 = 2 \quad (6) \quad 3 = 5 \text{ یا } 5 = 3$$

$$(7) \quad 3-5 = 2 \quad (8) \quad 3 = 5 \text{ یا } 5 = 3$$

$$(9) \quad 3-5 = 2 \quad (10) \quad 3 = 5 \text{ یا } 5 = 3$$

جواب امثلہ نمبری ۵۴ صفحہ ۲۳۳

$$(1) \quad 3-5 = 2 \quad (2) \quad 3 = 5 \text{ یا } 5 = 3$$

$$(3) \quad 3-5 = 2 \quad (4) \quad 3 = 5 \text{ یا } 5 = 3$$

$$(5) \quad 3-5 = 2 \quad (6) \quad 3 = 5 \text{ یا } 5 = 3$$

$$(7) \quad 3-5 = 2 \quad (8) \quad 3 = 5 \text{ یا } 5 = 3$$

$$(9) \quad 3-5 = 2 \quad (10) \quad 3 = 5 \text{ یا } 5 = 3$$

جواب امثلہ نمبری ۵۵ صفحہ ۲۳۳

$$(1) \quad 3-5 = 2 \quad (2) \quad 3 = 5 \text{ یا } 5 = 3$$

$$(3) \quad 3-5 = 2 \quad (4) \quad 3 = 5 \text{ یا } 5 = 3$$

$$(5) \quad 3-5 = 2 \quad (6) \quad 3 = 5 \text{ یا } 5 = 3$$

جواب امثلہ نمبری ۵۶ صفحہ ۲۳۴

$$(1) \quad 3-5 = 2 \quad (2) \quad 3 = 5 \text{ یا } 5 = 3$$

$$(3) \quad 3-5 = 2 \quad (4) \quad 3 = 5 \text{ یا } 5 = 3$$

$$(5) \quad 3-5 = 2 \quad (6) \quad 3 = 5 \text{ یا } 5 = 3$$

$$(7) \quad 3-5 = 2 \quad (8) \quad 3 = 5 \text{ یا } 5 = 3$$

$$(9) \quad 3-5 = 2 \quad (10) \quad 3 = 5 \text{ یا } 5 = 3$$

جواب امثلہ نمبری ۵۷ صفحہ ۲۵۱

(۱) $\frac{45}{14} \times 2 = 6 \frac{3}{7}$ (۲) 75 زمین خان و زمین و زمین (۵) $12 = 5$ و $5 = 12$

$$\begin{array}{l} 10 \pm = 11 \quad (r) \quad 12 \pm = 11 \quad (r) \quad 14 \pm = 11 \quad (1) \quad (1) \\ 4 \pm = 5 \quad 0-120 = 5 \quad 12 = 5 \end{array}$$

$$\frac{u-r}{(u+r)^n} J_{\pm} = s, \frac{u+r}{(u+r)^n} J_{\pm} = u \quad (N)$$

(۱۲) $\frac{\text{بم - دل}}{\text{م + ن}}$ (۱۳) ۳۲ و ۲۴ (۱۴) ۸۰ و ۲۰

(۱۵) ۱۸ اور ۴ (۱۶) ۱۱ روسیہ ۹ ہائی اور ۲ روسیہ ۲ ہائی اور ۱ ایک روسیہ ۱

جواب امثلہ نمبری ۵۸ صفحہ ۲۶۱

$$f_2^2 \quad (1) \Rightarrow 1(2) \quad \frac{1}{2} 2 = 1 \quad (3) \quad 2 \Rightarrow 1(2) \quad 2 \Rightarrow 1(1)$$

(۱۰) مقدار معین = $\frac{m}{n}$ (۱۱) ی = ل + ل + ل (۱۳) م = ا

$$(17) \frac{119}{289} \approx \text{مربع فٹ (15) حجم} = 44 \text{ کعب اینچ (16) } 17^3$$

جواب امثلہ ۱۵۴ صفحہ ۲۶۳

$$r \mid p = 1 \quad (r) \frac{(2r-1 \pm 1)}{9} = 1 \quad (r) \wedge \equiv 1(1)(r)$$

$$\frac{(b-1)z_{n+1}}{b^n n!} = s, \frac{(b+1)z_{n+1}}{b^n n!} = N(n)$$

(۳) زید با پس ۳۰ روپیہ بکریا پس ۵ روپیہ عمر با پس ۶ روپیہ (۴) $5x + 12 = 11$

جواب امثلہ نمبری ۵۹ ب صفحہ ۲۹۲

$$1 = u(r) \cdot \frac{1}{r} r - \frac{1}{r} = u(1)(r)$$

$$\frac{17 \cdot 17}{411} h \pm 6r \pm s, \frac{17 \cdot 17}{411} h, \frac{17}{14} \pm 6r \pm s = 11 (P)$$

$$\therefore \sqrt{25-4} \pm 1 = 4 \quad (2)$$

(۳) ہر میل فی گھنٹہ اور میل ایک گھنٹہ (۵) ۶ اور ۱

$$(4) \text{ سم } 5 = \frac{10}{4+5} (5 + 5) = 5 \text{ (صم)}$$

جواب امثلہ نمبری ۲۶۹۶ ح ۵۹

$$= \mu + N\mu + 50 \quad \cdot = 115 - 50 \quad \cdot = 65 \sim 19 - 50 \quad (1)$$

$$\frac{f(b+1)}{f(b-1)} = u(r) r = s, v = u(r) r \pm = u(r) r \pm 1 = u(1)$$

(۳) سه ۴ آومی (عده) اسم بعد انگشت (۴) ۵ خنق والون

(۵) وہ تناسب تین مربع فیٹ سطح زمین میں (۶) حصہ ۲

جواب امثلہ نمبری ۵۹ د صفحہ ۲۶۷

$\mu_1(r) = 1901 : 1924 (1)$

$$N = 5, 2 = 5, 4N = 20 \text{ (3)} \quad 3 \pm = 5, 2 \pm = 20 \text{ (2)} \quad N = 20 \text{ (1)} \text{ (3)}$$

(۶) زید پاس ۵۰ روپیہ لکڑی پاس ۱۶ روپیہ ۱۰ روپیہ

جواب امثلہ نمبری ۴۰ صفحہ ۲۷۱

(1) 14 و 19 و 25 (2) 14 و 33 و 80 (3) 2 و 12 و 3

$$\frac{r+0}{14}, \frac{1}{4}r, \frac{1}{4}1(0), \frac{0r+0}{4}, 4, \frac{1}{4}r(r)$$

(۷) $\frac{r-\phi^0}{\mu}$ و $\frac{1}{f} q$ و (۸) $1, 2, 3, \dots, n-1$

$$(1) -\frac{1}{4}, -\frac{5}{4}, \frac{1-k}{4}, (q) \frac{k-5}{4}, \dots, \frac{k-4}{4}$$

$$u + \lambda(1 - u) = 1, \quad u + \lambda(1 - u) = 1, \quad u + \lambda(1 - u) = 1. \quad (1.5)$$

جواب امثلہ نمبری ۱۱ صفحہ ۲۷۳

(1) 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900, 1000, 1100, 1200, 1300, 1400, 1500, 1600, 1700, 1800, 1900, 2000, 2100, 2200, 2300, 2400, 2500, 2600, 2700, 2800, 2900, 3000, 3100, 3200, 3300, 3400, 3500, 3600, 3700, 3800, 3900, 4000, 4100, 4200, 4300, 4400, 4500, 4600, 4700, 4800, 4900, 5000, 5100, 5200, 5300, 5400, 5500, 5600, 5700, 5800, 5900, 6000, 6100, 6200, 6300, 6400, 6500, 6600, 6700, 6800, 6900, 7000, 7100, 7200, 7300, 7400, 7500, 7600, 7700, 7800, 7900, 8000, 8100, 8200, 8300, 8400, 8500, 8600, 8700, 8800, 8900, 9000, 9100, 9200, 9300, 9400, 9500, 9600, 9700, 9800, 9900, 10000, 10100, 10200, 10300, 10400, 10500, 10600, 10700, 10800, 10900, 11000, 11100, 11200, 11300, 11400, 11500, 11600, 11700, 11800, 11900, 12000, 12100, 12200, 12300, 12400, 12500, 12600, 12700, 12800, 12900, 13000, 13100, 13200, 13300, 13400, 13500, 13600, 13700, 13800, 13900, 14000, 14100, 14200, 14300, 14400, 14500, 14600, 14700, 14800, 14900, 15000, 15100, 15200, 15300, 15400, 15500, 15600, 15700, 15800, 15900, 16000, 16100, 16200, 16300, 16400, 16500, 16600, 16700, 16800, 16900, 17000, 17100, 17200, 17300, 17400, 17500, 17600, 17700, 17800, 17900, 18000, 18100, 18200, 18300, 18400, 18500, 18600, 18700, 18800, 18900, 19000, 19100, 19200, 19300, 19400, 19500, 19600, 19700, 19800, 19900, 20000, 20100, 20200, 20300, 20400, 20500, 20600, 20700, 20800, 20900, 21000, 21100, 21200, 21300, 21400, 21500, 21600, 21700, 21800, 21900, 22000, 22100, 22200, 22300, 22400, 22500, 22600, 22700, 22800, 22900, 23000, 23100, 23200, 23300, 23400, 23500, 23600, 23700, 23800, 23900, 24000, 24100, 24200, 24300, 24400, 24500, 24600, 24700, 24800, 24900, 25000, 25100, 25200, 25300, 25400, 25500, 25600, 25700, 25800, 25900, 26000, 26100, 26200, 26300, 26400, 26500, 26600, 26700, 26800, 26900, 27000, 27100, 27200, 27300, 27400, 27500, 27600, 27700, 27800, 27900, 28000, 28100, 28200, 28300, 28400, 28500, 28600, 28700, 28800, 28900, 29000, 29100, 29200, 29300, 29400, 29500, 29600, 29700, 29800, 29900, 30000, 30100, 30200, 30300, 30400, 30500, 30600, 30700, 30800, 30900, 31000, 31100, 31200, 31300, 31400, 31500, 31600, 31700, 31800, 31900, 32000, 32100, 32200, 32300, 32400, 32500, 32600, 32700, 32800, 32900, 33000, 33100, 33200, 33300, 33400, 33500, 33600, 33700, 33800, 33900, 34000, 34100, 34200, 34300, 34400, 34500, 34600, 34700, 34800, 34900, 35000, 35100, 35200, 35300, 35400, 35500, 35600, 35700, 35800, 35900, 36000, 36100, 36200, 36300, 36400, 36500, 36600, 36700, 36800, 36900, 37000, 37100, 37200, 37300, 37400, 37500, 37600, 37700, 37800, 37900, 38000, 38100, 38200, 38300, 38400, 38500, 38600, 38700, 38800, 38900, 39000, 39100, 39200, 39300, 39400, 39500, 39600, 39700, 39800, 39900, 40000, 40100, 40200, 40300, 40400, 40500, 40600, 40700, 40800, 40900, 41000, 41100, 41200, 41300, 41400, 41500, 41600, 41700, 41800, 41900, 42000, 42100, 42200, 42300, 42400, 42500, 42600, 42700, 42800, 42900, 43000, 43100, 43200, 43300, 43400, 43500, 43600, 43700, 43800, 43900, 44000, 44100, 44200, 44300, 44400, 44500, 44600, 44700, 44800, 44900, 45000, 45100, 45200, 45300, 45400, 45500, 45600, 45700, 45800, 45900, 46000, 46100, 46200, 46300, 46400, 46500, 46600, 46700, 46800, 46900, 47000, 47100, 47200, 47300, 47400, 47500, 47600, 47700, 47800, 47900, 48000, 48100, 48200, 48300, 48400, 48500, 48600, 48700, 48800, 48900, 49000, 49100, 49200, 49300, 49400, 49500, 49600, 49700, 49800, 49900, 50000, 50100, 50200, 50300, 50400, 50500, 50600, 50700, 50800, 50900, 51000, 51100, 51200, 51300, 51400, 51500, 51600, 51700, 51800, 51900, 52000, 52100, 52200, 52300, 52400, 52500, 52600, 52700, 52800, 52900, 53000, 53100, 53200, 53300, 53400, 53500, 53600, 53700, 53800, 53900, 54000, 54100, 54200, 54300, 54400, 54500, 54600, 54700, 54800, 54900, 55000, 55100, 55200, 55300, 55400, 55500, 55600, 55700, 55800, 55900, 56000, 56100, 56200, 56300, 56400, 56500, 56600, 56700, 56800, 56900, 57000, 57100, 57200, 57300, 57400, 57500, 57600, 57700, 57800, 57900, 58000, 58100, 58200, 58300, 58400, 58500, 58600, 58700, 58800, 58900, 59000, 59100, 59200, 59300, 59400, 59500, 59600, 59700, 59800, 59900, 60000,

۲۵۴۵۲، ۵-۵۵ (۹) ۲۵۰۰، ۳۹۳ (۵)

$$\frac{c(r+c)}{1}, \frac{1}{n} 14(9) \frac{c(4r+c)}{2}, 2c(1) 130, \frac{1}{n} 22(2)$$

$$10.8 - 31.5 - (12)13 - 315 - (11) \frac{r}{p} 1.24, \frac{r}{p} 334(10)$$

(۱۳) ۱۶ و ۱۷ - ۱۴ (۱۴) ۸۰۰ ، ۸۸۴ (۱۵) . و ۱۶ - ۱۴

$$\frac{n(n-1)}{2}, AP = (18) \frac{1}{2} \times 12 = 108, \frac{n(n-1)}{2}, 240 = (19)$$

$$\frac{(1-\lambda^3)}{\lambda}, \frac{\lambda^2 + \lambda - 1}{\lambda}, \frac{1-\lambda + \lambda^2}{\lambda}, \frac{1}{\lambda} - (14)$$

$$[\mu](r-0) - \mu + \eta] \circ (rr) \cdot \frac{1-\eta}{r}, \frac{2(r-0)}{\eta} (r1)$$

$$\frac{0}{b+1} \left[\frac{b(1+b)}{r} - 1 \right] \quad (22) \quad \frac{3-b+b^2}{r} \quad (23)$$

$$\frac{5}{7} [(3-5) + 1(1+5)] (25)$$

جواب اشدہ نمبری ۶۱ صفحہ ۲۷۶

$$6 \text{ یی } 13 (4) 4. (0) 19 \text{ یی } 18 (2) 2. (3) 3 (2) 2 (1)$$

جواب امثلہ نمبری ۶۲ صفحہ ۲۷۷

(۱) ۳ و -۱ و ۲ و ۳ و $\frac{۵}{۴}$ و $\frac{۷-۸}{۹}$ و ۱ و ۱

(۲) ۲۷۳ و ۲۹۳ و ۳۷۳ و ۳۹۳ و ۱۰۶ و ۱۲۷ و ۳۱ و ۳۸ و ۵۲ و ۵۴ و ۵۶ و ۱۰۱ و ۱۲

$\frac{9}{8}, \frac{7}{8}, \frac{5}{8}, \frac{1}{8}, 0, \frac{1}{8}, \frac{3}{8}, \frac{5}{8}, \frac{7}{8}, \frac{9}{8}, 1, 1, \frac{1}{8}, 3(3)$

جواب امثلہ نمبری ۶۳ صفحہ ۲۸

(۱) ۵۶ گنا (۴) ۴ و ۵ و ۶ (۵) ۲۳.۹ روپيه (۶) ۳۴.۴ ۱۰ روپيه ۱۱

(6) ۳۰۴ روپیہ ۱۰۳ روپیہ (۸) ۳۵۰ (۹) ۳۵۰ و ۳۵۰

(۱۰) - ۳ و - ۱ و ۱ و ۳ (۱۱) ۵ و ۶ و ۱۱ ۳ و ۵ و ۶ و ۱۱ و ۱۳

(۱۲) ۸ گنٹہ میں (۱۳) ۲ و ۵ و ۱ و ۱۱ و ۱۴ (۱۴) گرم اور ۱۰ وین رقمین

$$\frac{m(1 - e^{-\lambda})}{n - m} \cdot \frac{n(1 - e^{-\lambda})}{m}$$

(۱۵) - ۵ اور ۵ (۱۹) اور ۵ (۲۰) میں

جواب امثلہ نمبری ۶۴ صفحہ ۲۸۶

جواب المسئلة مبرى ٩٨٦ ح ١٥٠

(۳)۔ $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ جب ن کی جفت ہو اور جب ن طاق ہو منفی

۱۴) $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} + \dots + \frac{1}{x+n-1}$ جب n جفت ہو اور جب n طاق ہو

جواب مسئلہ نمبر ۸ صفحہ ۳۱۶

$$15 \text{ 115-}, \frac{5 \cdot 5 \cdot 29}{2} (r) \quad 5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot \frac{3}{2} - (r)$$

جواب امثلہ نمبری ۹۷ صفحہ ۳۲۰

(۱) پانچویں (۲) انچون جواب امثلہ نمبری ۱۷۹ و صفحہ ۱۲۰

(۱) $+1 - \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} - \frac{1}{n^3} + \dots$ وغیرہ
 (۲) $-1 + \frac{1}{n} - \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n^3} - \dots$ وغیرہ
 (۳) $+1 - \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n^4} - \frac{1}{n^6} + \dots$ وغیرہ
 (۴) $-1 + \frac{1}{n^2} - \frac{1}{n^4} + \frac{1}{n^6} - \dots$ وغیرہ
 (۵) $+1 - \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} - \frac{1}{n^3} + \dots$ وغیرہ
 (۶) $-1 + \frac{1}{n} - \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n^3} - \dots$ وغیرہ
 (۷) $+1 - \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n^4} - \frac{1}{n^6} + \dots$ وغیرہ
 (۸) $-1 + \frac{1}{n^2} - \frac{1}{n^4} + \frac{1}{n^6} - \dots$ وغیرہ
 (۹) $+1 - \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} - \frac{1}{n^3} + \dots$ وغیرہ
 (۱۰) $-1 + \frac{1}{n} - \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n^3} - \dots$ وغیرہ
 (۱۱) $+1 - \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n^4} - \frac{1}{n^6} + \dots$ وغیرہ

$$(۱۲) - \frac{1}{x^2} + \frac{x}{x^2+1} - \frac{x}{x^2+1} + \frac{x}{x^2+1} = \frac{x}{x^2+1} - \frac{1}{x^2}$$
[illegible]
$$(۱۴) \frac{f_0}{r} - \frac{f_0}{r^2} + \frac{f_0}{r^3} - \frac{f_0}{r^4} + \dots$$
$$(15) \quad \frac{1}{y} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{y^3} + \dots + \frac{1}{y^n} + \dots$$
$$(۱۶) \quad \bar{r} + \frac{1}{\bar{s}} \bar{r}^2 + \frac{1}{\bar{s}^2} \bar{r}^3 + \dots + \frac{1}{\bar{s}^{n-1}} \bar{r}^n + \text{و غیره}$$
$$(2) \frac{3}{2} - \frac{4}{3} \div \frac{9}{4} \div \frac{1}{2} - \frac{5}{6} \div \frac{15}{8} - \frac{14}{10} \div \frac{11}{12} - \frac{13}{14} \div \frac{3}{2} - \text{وغیرہ}$$
$$0.5 - 5 \frac{4}{7} \frac{1}{N} \frac{F_1 \times 14}{F_1 \times 2} + \frac{F_2}{F_2} \frac{F_2}{N} \frac{1}{N_1} \frac{F_1 \times 7}{N_1} - \frac{1}{F_2} \frac{1}{4} \frac{1}{N} \frac{F_1 \times 7}{N} + \frac{F_2}{N} \quad (10)$$
$$+ \frac{1}{6} \left(\frac{1}{\sqrt{s}} - \frac{\sqrt{s}}{2} \right) \frac{\Gamma_0}{1/\lambda} + \frac{1}{6} \left(\frac{1}{\sqrt{s}} - \frac{\sqrt{s}}{2} \right) \frac{1}{\rho_F} + \frac{1}{6} \Gamma_0 \left(\frac{1}{\sqrt{s}} - \frac{\sqrt{s}}{2} \right) \frac{1}{\rho} - \frac{1}{6} \frac{\Gamma_0^2}{\rho} \quad (19)$$
$$f_2 + \frac{f_0}{r \times r \times 1} \cdot \frac{(r_1 - 1)(r_1 - 1)}{r_1 r} + \frac{f_0}{r^2} \cdot \frac{(r_1 - 1)}{r} + \frac{1}{r_1 + 1} (r_1)$$

[illegible]

جواب امثلہ نمبری ۸۱ صفحہ ۳۲۹

۵ ک ۷۴۰۹ و ۱۱ ن ۱۱۱، ۸ ر ۳۲۱، ۱۰ پ ۵۴۴ (۱)

(۲) ۵۹۵ و ۵ اور ۴ و ۶ و ۵ اور ۳ ۱۰

१६.०.०४,०८१.९८,२,३०५१,०१११८३४४,९०.४१.२५० (३)

۹۴۸، ۹۵۰ و ۹۱۶ م. ۳۳۳ و ۳۳۲ هـ

(۴) ۱۳۵۶ و ۸۷۷ ک و ک و ۳ و ۳۳۲ و ۱۰ و ۳۰ و ۳

(۱۵) ۴۵ - ۴۲ و ۴۳ و ۴۵

جواب امثلہ نمبری ۸۲ صفحہ ۳۳۱ و ۳۳۲

(۱) ۵۲ و ۱۰۹ و ۱۱۰ و ۱۱۱ و ۳۵ و ۶۱ اور دہم سلسلے میں ایک ہیک

14 $N^3 \cdot P^3$ 35 32, N^3 , N^1 , 1. 6 16 (2)

(۳) ۹۳۹۴ و ۳۴۴ و ۴۵۴۱۱ و ۲۲

9, 19, 22, 22 (1) 0 (2) 2 (4) 10 (0) 22 0, 94A (N)

جواب اشکله نمبری ۳۸ صفحہ ۳۳۶

(۱) ۴۱ و ۵۸ و ۳۲ و ۱۰۱ و ۴۱ و ۳۱ و ۳۵ و ۴۲

[illegible]

(۲) و ۱۰۳۵۰۱ و ۸۳۷۳۰ و ۹۱۴۵۴ و ۱۷۳۵۳

μ_i , σ_i , ρ_{ij} , γ_i , δ_i , ϵ_i

و پنجاه و یک ساله است و این هم در سن او ۵۹ و ۱۲

PLANO S. N. 1514 2957185 41.4N 121.1E

فہرست مضامین جبر مقابلہ

صفحہ

مضمون

۱

حدود

۱۵

جمع

۲۱

تفریق

۲۸

ضرب

۴۸

قسمت

۶۶

سوالات متفرق و فعات اسے ۶۶ تک

۶۹

صعود

۸۵

نزول

۸۷

جذر

۹۵

جذر الکعب

۱۰۱

مقسوم علیہ اعظم

۱۱۴

ذواضعاف اقل

۱۲۱

کسور جبریت

۱۲۹

جمع و تفریق کسور

۱۳۸

ضرب کسور

۱۴۱

تقسیم کسور

۱۴۴

کسور اعشاریہ کے قواعد ضرب و تقسیم کا اثبات

۱۴۷

دفعات ۴۳ سے ۹۸ تک متفرق سوالات

۱۵۱

مسوات درجہ اول

صفحہ	مضمون
۱۷۲	سوالات
۱۸۸	ہنر دساواتین
۲۰۵	ساوات درجہ دوم خالص
۲۰۸	ساوات درجہ دوم مخلوط
۲۲۱	ساوات درجہ دوم کے سوالات
۲۲۷	ہنر دساوات درجہ دوم دو مجہول
۲۳۳	سوالات ہنر دساوات درجہ دوم دو مجہول
۲۳۵	نسبت
۲۴۲	تناسب
۲۵۳	تبادل
۲۶۴	سوالات اور مثالیں دفعات ۹۹ سے ۱۳۳
۲۶۸	سلسلہ حسابیہ یا جمع و تفریق
۲۸۴	سلسلہ ہندسیہ یا ضرب تقسیم
۲۹۷	سلسلہ موسیقیہ
۳۰۱	ترتیب
۳۰۵	اجتماع
۳۰۹	ضابطہ حملہ زائے
۳۲۶	قسط اس کتابت اعزاز
۳۳۶	لوکارشم
۳۵۳	ضمیمہ
۳۵۹	سوالات متفرق
۳۶۸	جواب

